JIAOCAIJIEDU

教材解读

源于教材 高于教材

SHU XUE

数学 九年级上册 RJ 版

9

《教材解读》编写组 编

湖南教育出版社

JIAOCAIJIEDU

教材解读

源于教材 高于教材

SHU XUE 9

数学 九年级上册 RJ 版

《教材解读》编写组 编

湖南教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

教材解读．数学九年级．上册 ： RJ 版 / 《教材解读》编写组编．— 长沙 ： 湖南教育出版社， 2015.8
ISBN 978-7-5539-2784-8

Ⅰ．①教… Ⅱ．①教… Ⅲ．①中学数学课－初中－教学参考资料 Ⅳ．①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 201734 号

JIAOCAI JIEDU

教材解读

数学 九年级上册

（RJ 版）

《教材解读》编写组 编

责任编辑：甘 哲
出版发行：湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路 443 号）
网 址：http://www.hneph.com
电子邮箱：hnjycbs@sina.com 微信号：多点学习
客 服：电话 0731-85486979
总 经 销：湖南省新华书店经销
印刷装订：人民今典印务有限公司印制

开 本：787mm ×1092mm 1/16
印 张：9
字 数：180 千字

版 次：2015 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 2 次印刷
书 号：ISBN 978-7-5539-2784-8
定 价：18.80 元

PREFACE 前言

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点：

1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了教材讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

4. 体例实

结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。

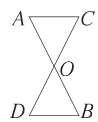
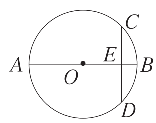
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内 容	举 例	名师点拨
1．直接开平方法解一元二次方程	通过开平方运算，降次解一元二次方程的方法叫直接开平方法	如果方程能化成$x^2=p$或$(mx+n)^2=p$（$p\geqslant 0$）的形式，那么可得$x=\pm\sqrt{p}$或$mx+n=\pm\sqrt{p}$	当$p<0$时，方程无实数根
2．配方法解一元二次方程	通过配成完全平方形式来解一元二次方程的方法，叫做配方法	方程$x^2+4x+4=1$，左边是完全平方式，可变形为$(x+2)^2=1$，则$x+2=\pm 1$，解得$x_1=-1$，$x_2=-3$	一般步骤：（1）移项；（2）二次项系数化为1；（3）配方；（4）求解
3．公式法解一元二次方程	一元二次方程$ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）的求根公式为$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$（$b^2-4ac\geqslant 0$），用此公式求一元二次方程的解的方法叫做公式法	方程$x^2-4x-3=0$中，$a=1$，$b=-4$，$c=-3$，解得$x=2\pm\sqrt{7}$	若方程不是一般形式，一定要先化成一般形式，再确定a，b，c的值，求出b^2-4ac的值，若$b^2-4ac<0$，则方程没有实数根
4．因式分解法解一元二次方程	通过因式分解使方程化为两个一次式的乘积等于0的形式，再使这两个一次式分别等于0，从而实现降次，这种解一元二次方程的方法叫做因式分解法	方程$x^2-4x=0$，左边因式分解得$(x-2)(x+2)=1$，则必有$x-2=0$或$x+2=0$，所以$x_1=2$，$x_2=-2$	若没有规定特定解法时，解一元二次方程可以按下列次序选择解法：直接开平方法→因式分解法→公式法→配方法
5．抛物线的开口方向	由二次项系数a的符号决定．$a>0$，抛物线的开口向上；$a<0$，抛物线的开口向下	抛物线$y=2x^2$中，$a=2>0$，抛物线的开口向上；抛物线$y=-2x^2$中，$a=-2<0$，抛物线的开口向下	反过来，也可以由抛物线的开口方向判断a的正负
6．抛物线的顶点坐标，对称轴	抛物线$y=a(x-h)^2+k$（$a\neq 0$）的顶点坐标是(h,k)，对称轴是直线$x=h$；抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的顶点坐标是$\left(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$，对称轴是直线$x=-\dfrac{b}{2a}$	$y=2(x-2)^2+3$的顶点坐标是$(2,3)$，对称轴是直线$x=2$；$y=2x^2+3x+4$的顶点坐标是$\left(-\dfrac{3}{4},\dfrac{23}{8}\right)$，对称轴是直线$x=-\dfrac{3}{4}$	给定顶点式的可以直接写出顶点坐标，给定一般式的可以通过配方法或顶点坐标公式写出顶点坐标，由顶点的横坐标，即可写出抛物线的对称轴

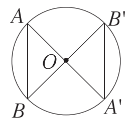
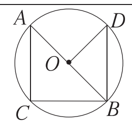
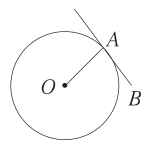
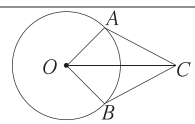
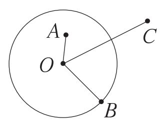
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内　容	举　例	名师点拨
7．二次函数的增减性	当$a<0$时，在对称轴左侧，y随着x的增大而增大，在对称轴右侧，y随着x的减小而减小；当$a>0$，情况刚好相反	$y=2(x-2)^2+3$中，当$x<2$时，y随x的增大而减小；当$x>2$时，y随x的增大而增大	（1）可根据函数的增减性来判断二次项系数a的正负； （2）可利用函数的增减性比较函数值的大小，但要注意分清对应点是否在对称轴的同侧
8．二次函数与对应一元二次方程的关系	对于二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$），当$y=0$时，就是一元二次方程$ax^2+bx+c=0$，因此当抛物线与x轴相交时，交点的横坐标就是对应方程的根；反过来，方程的根也是对应交点的横坐标	抛物线$y=x^2-2x-3$中，令$y=0$，则$x^2-2x-3=0$，解得$x_1=3$，$x_2=-1$，则抛物线与x轴的交点坐标为（3，0），（-1，0）	对于二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$），$\Delta=b^2-4ac$，当$\Delta>0$时，其图象与x轴有两个公共点；当$\Delta=0$时，其图象与x轴有一个公共点；当$\Delta<0$时，其图象与x轴无公共点．反过来也可以由其图象与x轴的公共点个数来确定系数间的关系
9．中心对称的性质	（1）中心对称的两个图形，对称点所连线段都经过对称中心，而且被对称中心所平分； （2）中心对称的两个图形是全等图形； （3）成中心对称的两个图形，其对应线段互相平行（或在同一条直线上）且相等	 （1）A，B（对称点）两点的连线及C，D（对称点）两点的连线都经过点O（对称中心），且$AO=BO$，$CO=DO$； （2）$\triangle AOC\cong\triangle BOD$	（1）对称线段的位置关系：平行或共线； （2）中心对称的两个图形一定全等，反之则不一定
10．垂径定理及其推论	定理：垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的两条弧 推论：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧	 $AB\perp CD\Longleftrightarrow CE=DE$，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$	（1）弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧； （2）平分弦（非直径）所对的一条弧的直径垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧

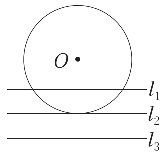
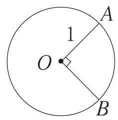
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内 容	举 例	名师点拨
11．弧、弦、圆心角之间的关系	（1）在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等； （2）在同圆或等圆中，如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等，所对的弦相等； （3）在同圆或等圆中，如果两条弦相等，那么它们所对的圆心角相等，所对的弧相等	 $\angle AOB=\angle A'OB' \Longleftrightarrow \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{A'B'} \Longleftrightarrow AB=A'B'$	在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量分别相等
12. 圆周角定理及其推论	（1）定理：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半； （2）推论：①同弧或等弧所对的圆周角相等；②半圆（或直径）所对的圆周角是直角，90°的圆周角所对的弦是直径	 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AD} \Longleftrightarrow \angle ABC=\angle ABD$；$AB$为直径$\Longleftrightarrow \angle ACB=90°$	圆周角定理成立的前提是同弧或等弧所对的圆周角，而同弧或等弧只有在同圆或等圆中才能得到
13. 切线的判定和性质定理	（1）判定定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线； （2）性质定理：圆的切线垂直于过切点的半径	 AB经过$\odot O$上的点A，且$OA\perp AB \Longleftrightarrow AB$是$\odot O$的切线	判定一条直线是否是圆的切线需注意：（1）直线必须经过半径的外端；（2）直线必须与这条半径垂直
14. 切线长及切线长定理	（1）定义：经过圆外一点的圆的切线上，这点和切点之间线段的长，叫做这点到圆的切线长； （2）定理：从圆外一点可以引圆的两条切线，它们的切线长相等，这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角	 AC，BC分别切$\odot O$于点A，B，切线长分别为AC，BC，则$AC=BC$，$\angle ACO=\angle BCO$	（1）切线是直线，而切线长是线段；切线不能度量，而切线长可以度量； （2）该定理包括两个内容：线段相等，角相等
15. 点和圆的位置关系	设$\odot O$的半径为r，点P到圆心的距离$OP=d$，则有：点P在圆外$\Longleftrightarrow d>r$；点P在圆上$\Longleftrightarrow d=r$；点P在圆内$\Longleftrightarrow d<r$	 点C在圆外，点B在圆上，点A在圆内	注意“数”与“形”之间的相互转化

知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

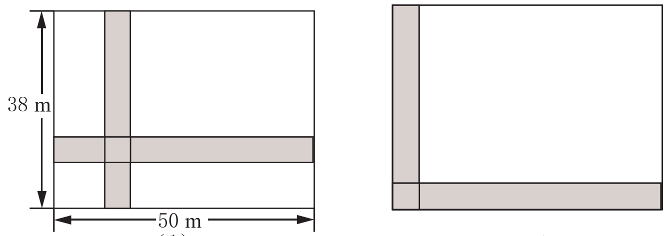
知识点	内容	举例	名师点拨
16. 直线和圆的位置关系	设⊙O的半径为r，圆心O到直线l的距离为d，则有：直线l和⊙O相交$\Longleftrightarrow d<r$；直线l和⊙O相切$\Longleftrightarrow d=r$；直线l和⊙O相切$\Longleftrightarrow d>r$	 l_1与⊙O相交，l_2与⊙O相切，l_3与⊙O相离	也可从圆与直线的交点情况判断直线和圆的位置关系
17. 弧长公式和扇形面积公式	(1) $n°$的圆心角所对的弧长为$l=\frac{n\pi R}{180}$； (2) 圆心角为$n°$的扇形面积为$S_{扇形}=\frac{n\pi R^2}{360}$	 $l_{\overset{\frown}{AB}}=\frac{90\times\pi\times1}{180}=\frac{\pi}{2}$ $S_{扇形AOB}=\frac{90\times\pi\times1^2}{360}=\frac{\pi}{4}$	可以用扇形的弧长与半径表示扇形的面积：$S_{扇形}=\frac{1}{2}lr$（l为扇形的弧长，R为半径）
18. 列表法与画树状图法求概率	当一次试验要涉及两个因素，并且可能出现三个或更多的因素时，为了不重复、不遗漏地列出所有可能的结果，通常采用列表法	如“掷骰子游戏”“转转盘游戏”等	(1) 两种求概率法共同的前提是：可能出现的结果为有限多个，各种结果发生的可能性相等； (2) 当一次试验涉及两个因素时，用列表法或画树状图法都可以；当一次试验涉及三个或更多的因素时，适合用画树状图法
	当一次试验要涉及三个或更多的因素时，列表法就不方便了，为了不重复、不遗漏地列出所有可能的结果，通常采用画树状图法	如“在三种颜色的小球中的摸球游戏”等	

目录

CONTENTS

第二十一章 一元二次方程

如图（1）所示，某学校为了美化校园，准备在东西长50 m、南北宽38 m的矩形场地上铺设东西与南北方向两条宽度相等的矩形水泥路面，余下的部分作为花坛、绿地，且花坛、绿地的总面积是160 m^2. 若设所铺路面的宽为 x m，所列方程是否为一元一次方程？



（1）　　　　（2）

参考答案 为了便于理解，我们可以利用平移的知识将小路假设平移至场地一边，如图（2）所示，路面宽为 x m，由矩形面积公式可得 $(50-x)(38-x)=160$，通过整理得出 $x^2-88x+1\,740=0$，此方程不符合一元一次方程的概念，故不是一元一次方程 .

21.1 一元二次方程

知识详解

知识点 1　一元二次方程的概念及一般形式

1. 等号两边都是整式，只含有一个未知数（一元），并且未知数的最高次数是2（二次）的方程，叫做一元二次方程.

2. 一元二次方程的一般形式是：

$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$.

其中 ax^2 是二次项，a 是二次项系数；bx 是一次项，b 是一次项系数；c 是常数项.

【解读】（1） $a\neq0$ 是一元二次方程一般形式的重要组成部分. 当 $a=0$，$b\neq0$ 时，它就是一元一次方程. 因此，当一个方程是一元二次方程时，隐含了 $a\neq0$ 的条件.

方法点拨

要判断一个方程是不是一元二次方程，要先把方程化到最简，再判断它是否满足一元二次方程的三个条件 .

(2)任何一个一元二次方程，经过整理都可以化成一般形式．

(3)求一元二次方程的各项系数时，一定要先化成一般形式．因为二次项系数、一次项系数、常数项都是方程在一般形式下定义的．特别注意各项系数包括前面的符号．

(4)一元二次方程的一般形式根据b、c是否为零可以分为以下几种情况：

①$ax^2+bx+c=0(a\neq0,b\neq0,c\neq0)$；

②$ax^2+c=0(a\neq0,b=0,c\neq0)$；

③$ax^2+bx=0(a\neq0,b\neq0,c=0)$；

④$ax^2=0(a\neq0,b=0,c=0)$．

例1 将下列方程化成一元二次方程的一般形式，并写出其中的二次项系数、一次项系数和常数项．

(1)$x(x-2)=4x^2-3x$；

(2)$\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{-x-1}{2}$；

(3)关于x的方程$mx^2-nx+mx+nx^2=q-p(m+n\neq0)$．

分析 首先要对上述三个方程进行整理，通过去分母、去括号、移项、合并同类项等步骤化成一般形式，再写出二次项系数、一次项系数与常数项，在此过程中，要特别注意系数前的符号．

解：(1)去括号，得$x^2-2x=4x^2-3x$．

移项、合并同类项，得$-3x^2+x=0$．

其中二次项系数为-3，一次项系数为1，常数项为0．

(2)去分母，得$2x^2-3(x-1)=3(-x-1)$．

去括号，移项、合并同类项，得$2x^2+6=0$．

其中二次项系数为2，一次项系数为0，常数项为6．

(3)移项、合并同类项，得$(m+n)x^2+(m-n)x+p-q=0$．

其中二次项系数为$m+n$，一次项系数为$m-n$，常数项为$p-q$．

知识点2 一元二次方程的解（根）

使一元二次方程左、右两边相等的未知数的值就是这个一元二次方程的解，一元二次方程的解也叫做一元二次方程的根．

【解读】判定一个数值是不是一元二次方程的根，只需将这个

即学即练

1. 下列选项中是一元二次方程的是（　　）

A. $x^2+y^2=0$

B. $3y^2-2y+1=0$

C. $\dfrac{1}{x^2}+x-1=0$

D. $x^2+2x-3=x^2$

即学即练

2. 方程$(3x-2)(2x+5)=1$的二次项系数、一次项系数与常数项分别为（　　）

A. 5、19、-9

B. 6、-11、9

C. 5、19、-11

D. 6、11、-11

数值代入一元二次方程的两边，看方程的两边是否相等，若相等，就是方程的根；若不相等，就不是方程的根.

例 2 下列哪些数是方程 $x^2-4x=-3$ 的根？

$$-2,-1,0,1,2,3$$

分析 如果一个数是一元二次方程的根，则将这个数代入该方程后，方程的两边相等. 因此将 $-2,-1,0,1,2,3$ 这六个数分别代入方程 $x^2-4x=-3$ 中，使方程两边相等的数就是这个方程的根.

解： 将上面的数分别代入方程，只有1和3满足方程，所以1和3是方程 $x^2-4x=-3$ 的根.

即学即练

3. 已知关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2+3x+m^2-4=0$ 有一个根是0，求 m 的值.

拓展提升

类型一：运用方程的概念求字母的值

例 3 若方程 $(m+4)x^{|m|-2}+8x+1=0$ 是一个一元二次方程，求 m 的值.

分析 由一元二次方程的定义可得，未知数的次数为2，二次项系数非零，从而将 m 的值求出.

解： ∵方程 $(m+4)x^{|m|-2}+8x+1=0$ 是一个一元二次方程，

$$\therefore \begin{cases} |m|-2=2, \\ m+4\neq 0. \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} m=4, \\ m\neq -4 \end{cases}$ 或者 $\begin{cases} m=-4, \\ m\neq -4. \end{cases}$

第二组解矛盾，应舍去. 故 $m=4$.

即学即练

4. 当 n 为何值时，关于 x 的方程 $(n+2)x^{|n-3|}=1-nx+5x$

(1)是一元一次方程；

(2)是一元二次方程.

类型二：一元二次方程解的应用

例 4 已知 m 是 $x^2-12x+1=0$ 的一个根，求代数式 $m^2-11m+\dfrac{12}{m^2+1}$ 的值.

分析 据题意可得 $m^2-12m+1=0$，将 m^2+1 看做一个整体，再代入要求的代数式中先进行化简再求值.

解： ∵ m 是 $x^2-12x+1=0$ 的一个根，

$\therefore m^2-12m+1=0$，

$\therefore m^2-12m=-1, m^2+1=12m.$

$$\therefore m^2-11m+\frac{12}{m^2+1}=m^2-12m+m+\frac{12}{12m}$$
$$=-1+m+\frac{1}{m}$$
$$=\frac{-m+m^2+1}{m}$$
$$=\frac{12m-m}{m}$$
$$=11.$$

即学即练

5. 已知a是方程$x^2-2\ 015x+1=0$的一个根，试求$a^2-2\ 014a+\frac{2\ 015}{a^2+1}$的值.

类型三：实际问题中的一元二次方程模型

例 5 根据下列问题列方程，并将其化为一元二次方程的一般形式.

（1）一矩形铁片，面积为143 m^2，长比宽多2 m，求矩形铁片的长.

（2）将进货价为7元的商品按10元出售，可以卖掉1 000个，已知该商品的售价每涨1元，其销售量就减少50，为了赚11 000元的总利润，售价应该定为多少？

要点提示

列方程的关键是找到题目中的数量关系，再用含有未知数的代数式来表示这种数量关系.

分析 (1)面积＝长×宽，可设宽为x.

(2)售价－进价＝利润，利润×销量＝总利润，可以设售价上涨x元，则销量为$(1\ 000-50x)$个，每个的利润为$[(10+x)-7]$元. 由此可列方程.

解：(1)设宽为x m，则长为$(x+2)$ m.

据题意，可得$x\cdot(x+2)=143$，

即：$x^2+2x-143=0$.

(2)设售价上涨x元，则销量为$(1\ 000-50x)$个，每个的利润为$[(10+x)-7]$元.

据题意，有：

$(1\ 000-50x)\cdot[(10+x)-7]=11\ 000$，

即：$(1\ 000-50x)\cdot(3+x)=11\ 000$，

$\Rightarrow 60+17x-x^2=220$，

$\Rightarrow x^2-17x+160=0$.

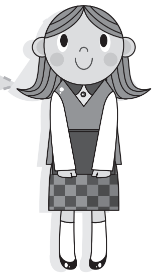
即学即练

6. 一个矩形的长和宽的和为12，面积为35，设矩形的长为x. 列出关于x的一元二次方程，并化成一般形式.

我说你讲

如何理解一元二次方程的一般形式是$ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）？

我发现，任何一个一元二次方程都可以化为它的一般形式.



是呀，在这个一般形式中，一定要注意二次项系数$a\neq0$哦！

嗯，在这个前提下，我们可以发现一元二次方程有以下几种特殊形式：

$ax^2+c=0$（$b=0$，$c\neq0$）；

$ax^2+bx=0$（$b\neq0$，$c=0$）；

$ax^2=0$（$b=0$，$c=0$）.

你们说的都对.当$a=0$，$b\neq0$时，方程$ax^2+bx+c=0$可化为一元一次方程$bx+c=0(b\neq0)$.

巩固练习

1. 把列方程：

①$x^2+1=0$；②$2y(3y-5)=6y^2+4$；

③$(x-2)(x-3)=5$；④$\frac{1}{x^2}+x^2=4$；

⑤$4\sqrt{3}=\sqrt{2}\,x^2$；⑥$xy=3$.

其中是一元二次方程的有(　　)

A. 2 个　　B. 6 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 把方程$x^2-2(3x-2)+x+1=0$化成一般形式是(　　)

A. $x^2-5x+5=0$

B. $x^2+5x-5=0$

C. $x^2+5x+5=0$

D. $x^2+5=0$

3. 若$(m-3)x^{n-2}-3nx+3=0$是关于x的一元二次方程，则(　　)

A. $m\neq0,n=3$　　B. $m\neq3,n=4$

C. $m\neq0,n=4$　　D. $m\neq3,n=0$

4. 如果1是$ax^2+bx+c=0$的根，则$a+b+c$的值是(　　)

A. 1　　B. -1

C. 0　　D. 无法确定

5. 已知关于x的方程$x^2+bx+a=0$的一个根是$-a$（$a\neq0$），则$a-b$的值为(　　)

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

6. 若关于x的一元二次方程$(m-1)x^2+5x+m^2-3m+2=0$的常数项为0，

则 m 的值等于(　　)

A. 1　　　　B. 1 或者 2

C. 2　　　　D. 0

7. 一元二次方程 $(x-1)(2x+2)=x^2+4$ 的二次项系数是__________,一次项系数是________,常数项是_________.

8. 已知 $x^2+3x+5=7$,求代数式 $3x^2+9x-2$ 的值.

9. 已知关于 x 的方程:

$(m-1)x^2-(2m-1)x+m=0$.

(1)当 m 为何值时,此方程为一元一次方程?并求出此方程的根;

(2)当 m 为何值时,此方程为一元二次方程?并求出这个一元二次方程的二次项系数,一次项系数以及常数项.

10. 若关于 x 的方程 $(m+3)x^{|m+1|}(m-5)x+5=0$ 是一元二次方程,试求 m 的值,并计算这个方程的各项系数之和.

11. 现要制作一个容积为 $750\ \text{cm}^3$,高为 $6\ \text{cm}$,底面的长比宽多 $5\ \text{cm}$ 的无盖长方体粉笔盒.若设这个粉笔盒的底面宽为 $x\ \text{cm}$,则根据题意列方程,并将其化为一般形式.

21.2 解一元二次方程

知识详解

知识点 1 用直接开平方法解一元二次方程

一般地，运用平方根的定义直接开平方根求出一元二次方程的解的方法叫做直接开平方法.

对形如 $(ax+b)^2=c(a\neq0,c\geqslant0)$ 的一元二次方程来说，因为 $c\geqslant0$，所以在方程两边直接开平方，可得 $ax+b=\pm\sqrt{c}$，进而求得 $x=\dfrac{\pm\sqrt{c}-b}{a}(c\geqslant0)$.

【解读】(1)直接开平方法是解一元二次方程的最基本的方法，它主要针对形如 $(ax+b)^2=c(a\neq0,c\geqslant0)$ 的一元二次方程，它的理论依据是平方根的定义.

(2)利用直接开平方法解一元二次方程时，要注意开方的结果取"正、负"两种情况.

(3)当 $c<0$ 时，方程没有实数根.

例 1 用直接开平方法解下列方程：

(1) $4x^2=9$；　　　　(2) $(x+3)^2-2=0$.

分析

将方程转化为 $(ax+b)^2=c$ $(a\neq0,c\geqslant0)$ 的形式 → 两边同时开方（降次） → 分别解两个一元一次方程

解：(1)由 $4x^2=9$，得 $x^2=\dfrac{9}{4}$，两边直接开平方，得 $x=\pm\dfrac{3}{2}$.

∴原方程的解为 $x_1=\dfrac{3}{2}$，$x_2=-\dfrac{3}{2}$.

(2)由 $(x+3)^2-2=0$ 移项，得 $(x+3)^2=2$，

两边直接开平方，得 $x+3=\pm\sqrt{2}$，

∴ $x+3=\sqrt{2}$ 或 $x+3=-\sqrt{2}$.

∴原方程的解为 $x_1=\sqrt{2}-3$，$x_2=-\sqrt{2}-3$.

要点提示

对形如 $(ax+b)^2=c$ $(a\neq0,c\geqslant0)$ 的一元二次方程，将其中的 $ax+b$ 视为一个整体，直接开平方降次，将二次方程转化为一次方程求解.

即学即练

1. 用直接开平方法解下列方程：

(1) $x^2-4=0$；

(2) $3x^2-27=0$；

(3) $(x-3)^2=9$；

(4) $(2x-3)^2=16$.