数学

主编◎张学文

上海新高考

全真模拟卷 → 对标新高考　平行难度　精准训练

预 测 卷 → 对标新方向　联系时政　预测考题

全真模拟卷+预测卷

精选全国优质新试题，精心改编为上海考题模式　吃透“一模”“二模”以后，能力提升必备

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

上海新高考数学全真模拟卷＋预测卷

主编　张学文

同濟大學 出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

上海新高考数学全真模拟卷+预测卷/张学文主编
.—上海:同济大学出版社,2019.12
ISBN 978-7-5608-8796-8

Ⅰ.①上... Ⅱ.①张... Ⅲ.①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 278356 号

上海新高考数学全真模拟卷+预测卷

张学文 主编

出品人 华春荣 策 划 赵俊丽 责任编辑 徐慧平
责任校对 徐春莲 封面设计 渲彩轩

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)
经 销 全国各地新华书店、建筑书店、网络书店
排版制作 南京展望文化发展有限公司
印 刷 常熟市大宏印刷有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/8
印 张 9.5
字 数 237000
版 次 2019 年 12 月第 1 版 2019 年 12 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5608-8796-8

定 价 38.00 元

目 录

全真模拟卷(一) …… 1
全真模拟卷(二) …… 7
全真模拟卷(三) …… 13
全真模拟卷(四) …… 19
全真模拟卷(五) …… 27
全真模拟卷(六) …… 33
全真模拟卷(七) …… 41
全真模拟卷(八) …… 49
全真模拟卷(九) …… 55
预测卷(一) …… 61
预测卷(二) …… 69
预测卷(三) …… 77
预测卷(四) …… 85
预测卷(五) …… 91
预测卷(六) …… 97
参考答案 …… 103

前　言

2017年，上海开始施行新高考，高考考试科目调整为“3＋3”，同年，上海的高考数学发生了一个巨大变化：考点整合，文理不分。自2017年以来，上海新高考数学已考过三次，纵观这三年的考试真题，我们发现，新高考试题注重对数学基础知识和基本技能的考查，如集合、函数、数列、向量、复数等基本概念的理解和运算。同时，近三年的考试真题也体现出对考生数学能力的要求，如逻辑推理、函数思想、直观想象、数形结合、分类讨论等。数学的命题有一定的稳定性，强调知识的灵活交叉应用。

上海新高考数学不再分文理科，所考知识点除原文理共有的知识外，针对文理拓展内容，除积化和差与和差化积、极坐标、随机变量的分布列与数学期望的知识点全部都纳入考试范围。新高考试卷中基础题仍占70％～80％，但是仍有不少学生会觉得题目很难，其原因在于一道题目会涉及多个相关的知识点和多种方法的运用，题目虽然基础，但是综合性比较强。所以在复习的过程中，一定要关注定理、结论、公式等的推导方法及过程，注意这些方法在其他方面的应用，注意知识方法的迁移，注意对概念的理解及拓展。

新高考数学题型也发生了很大的变化：填空题由14题变成了12题，分值由每题4分变成了前6题每题4分，后6题每题5分，解答题第一道题增加2分。这意味着填空题后6题难度加大，难度加大主要体现在对能力要求的提高，尤其是逻辑推理能力、科学计算能力、数据分析及数学应用能力，这些也是新课标中特别强调的四种能力。新高考数学更加重视能力的考查，比如计算能力，并不是简单地考查数据的运算，而是面对一个复杂问题，考查学生如何选择合适的计算工具、计算方法及计算步骤。又如数学应用能力，上海2017年的高考应用题以共享单车为背景，2018年以上班族的通勤时间为背景，2019年以海岸线的建设为背景，每道题目都源于生活中的热点问题。解题时既需要生活常识，更要充分利用所学知识方法，建立数学模型。

新高考数学的总体评分原则为重思维、重过程、轻结果，新高考数学试题体现了数学学科思维的缜密性、逻辑的严谨性、运算的准确性、表述的规范性。因此，在高考最后阶段的复习过程中，要重视推理过程与表达。一道中等难度的解答题，学生可能很快就得出正确的结论，但是在写起解答过程时，却会遗漏关键的得分点。解答过程的不完整反映出学生推理过程的不严密。

在这样的背景下，编者认真体察了近年来高考数学的发展动向，编制了9套全真模拟卷，并根据考试导向，预测了新一年的高考命题方向，编制了6套预测卷，共计15套。所选题目新颖，既典型又不失灵活性，以提升能力为原则，加强对新高考中出现的既基础又综合的问题的训练。尤其是预测卷中的题目，具有很强的前瞻性。本书的解答题都提供了详细且完整的解题过程，非常适合考前的自我训练和评估。

为提升本试卷的质量，为今后应时修订与更新提供帮助，消除可能会有的疏漏与不足，希望使用本试卷的教师和学生不吝批评和指正。

真诚祝愿每一位考生能够得偿所愿。

编者

2019年11月

全真模拟卷(一)

（满分 150 分，完卷时间 120 分钟）

班级________ 姓名________ 学号________ 成绩________

题号	一	二	三						总分
	1～12	13～16	17	18	19	20	21		
成绩									

一、填空题（本大题共 12 题，满分 54 分，第 1～6 题每题 4 分，第 7～12 题每题 5 分）

1. 设集合 $A=\{-1,3,m\}$，$B=\{3,m+3\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$________.

2. 在 $\left(x^4+\dfrac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中常数项是________.

3. 已知$\triangle ABC$ 的面积 $S=\dfrac{1}{2}ab\cos C$，$a=2$，$b=\sqrt{2}$，则 c 的长是________.

4. 若直线 $x+2y+m=0$ 按向量 $\vec{a}=(-1,-2)$ 平移后与圆 C：$x^2+y^2+2x-4y=0$ 相切，则实数 m 的值等于________.

5. 已知 $y=\begin{cases}2^x+1, & x>0,\\ f(x), & x<0\end{cases}$ 是奇函数，则 $f(x)=$________.

6. 复数 $z_1=\dfrac{3+2\mathrm{i}}{4-3\mathrm{i}}$，$z_2=2-3\mathrm{i}$，$z_3=\dfrac{\bar{z}_1}{z_2}$，则 $|z_3|$ 等于________.

7. 当 x、y 满足 $\begin{cases}x\geqslant 2,\\ y\geqslant 2,\\ x+y\leqslant 6,\end{cases}$ 则函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+y)$ 的最大值为________.

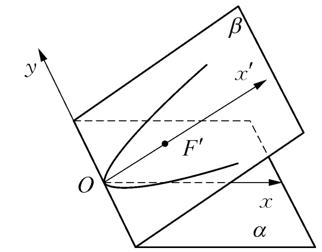
8. 某研究性学习小组有 n 人，从中选两人汇报研究性学习情况，若甲乙两人有且只有一人当选的概率为 $\dfrac{10}{33}$，则 $n=$________.

9. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=npa_n(n\in\mathbf{N}^*)$，且 $a_1\neq a_2$，则常数 p 的值为________.

10. 已知圆 O_1 是半径为 R 的球 O 的一个小圆，且圆 O_1 的面积与球 O 的表面积的比值为 $\dfrac{2}{9}$，则线段 OO_1 与 R 的比值为________.

11. 已知 $\overrightarrow{OB}=(2,0)$，$\overrightarrow{OC}=(2,2)$，$\overrightarrow{CA}=(\sqrt{2}\cos\alpha,\sqrt{2}\sin\alpha)$ $(0\leqslant\alpha<2\pi)$，则向量 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角的取值范围为________.

12. 具有公共 y 轴的两个直角坐标平面 α 和 β 所成的二面角 α-y 轴-β 大小为 $60°$，已知在 β 内的曲线 C' 的方程是 $y^2=2px'(p>0)$，则曲线 C' 在平面 α 内的射影方程为________________.



第 12 题图

二、选择题（本大题共 4 题，满分 20 分，每题 5 分）

13. 已知 $a\neq b$，$a>0$，b 为非负数，且 $\lim\limits_{n\to\infty}\begin{vmatrix}a^{n+1}-b^{n+1} & 1\\ 0 & \dfrac{1}{a^n+b^n}\end{vmatrix}=2$，则 b 的取值范围是（　　）.

A. $0<b\leqslant 2$　　B. $0\leqslant b<2$　　C. $b\geqslant 2$　　D. $b>2$

14. 若点 O 和点 $F(-2,0)$ 分别是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的中心和左焦点，点 P 为双曲线右支上的任意一点，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FP}$ 的取值范围为（　　）.

A. $[3-2\sqrt{3},+\infty)$　　B. $[3+2\sqrt{3},+\infty)$

C. $\left[-\dfrac{7}{4},+\infty\right)$　　D. $\left[\dfrac{7}{4},+\infty\right)$

15. 设 D 是正 $\triangle P_1P_2P_3$ 及其内部的点构成的集合，点 P_0 是 $\triangle P_1P_2P_3$ 的中心，若集合 $S=\{P\mid P\in D,|PP_0|\leqslant|PP_i|,i=1,2,3\}$，则集合 S 表示的平面区域是（　　）.

A. 三角形区域　　B. 四边形区域　　C. 五边形区域　　D. 六边形区域

16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $\dfrac{4}{3}$，公比为 $-\dfrac{1}{3}$，其前 n 项和为 S_n. 若 $N\leqslant 3S_n-\dfrac{2}{S_n}\leqslant M$ 对 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，则 $M-N$ 的最小值为（　　）.

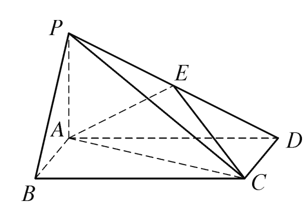
A. $\dfrac{25}{12}$　　B. $\dfrac{9}{4}$　　C. $\dfrac{11}{4}$　　D. $\dfrac{13}{6}$

三、解答题（本大题共 5 题，共 14+14+14+16+18=76 分）

17. 如图所示，在底面是矩形的四棱锥 P-$ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，$PA=AB=2$，$BC=4$，E 是 PD 的中点.

(1) 求二面角 E-AC-D 的平面角的余弦值；

(2) 求点 B 到平面 EAC 的距离.



第 17 题图

18. 某公园举办雕塑展览吸引着四方宾客.旅游人数 x 与人均消费 t(元)的关系如下:

$$x=\begin{cases}-12t+1\,600, & 10\leqslant t\leqslant 50,\ t\in\mathbf{N},\\ -6t+1\,300, & 50<t\leqslant 200,\ t\in\mathbf{N}.\end{cases}$$

(1) 若游客客源充足,那么当天接待游客多少人时,公园的旅游收入最多?

(2) 若公园每天运营成本为 5 万元(不含工作人员的工资),还要上缴占旅游收入 20%的税收,其余自负盈亏.目前公园的工作人员维持在 40 人.要使工作人员平均每人每天的工资不低于 100 元,并维持每天正常运营(不负债),每天的游客人数应控制在怎样的合理范围内?

(注:旅游收入=旅游人数×人均消费)

19. 已知函数 $f(x)=1-2\sin^2\dfrac{x}{2}$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上的单调递减区间;

(2) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 所对应的边依次为 a、b、c,若 $\begin{vmatrix}2 & -1 & -1\\ c & a & -b\\ -1 & 1 & 1\end{vmatrix}=4$,

且 $f(C)=\dfrac{1}{2}$,求 $\triangle ABC$ 面积的最大值,并指出此时 $\triangle ABC$ 为何种类型的三角形.

20. (1) 已知动点 $P(x, y)$ 到点 $F(0, 1)$ 与到直线 $y=-1$ 的距离相等，求点 P 的轨迹 L 的方程；

(2) 若正方形 $ABCD$ 的三个顶点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，$C(x_3, y_3)$（$x_1<0\leqslant x_2<x_3$）在(1)中的曲线 L 上，设 BC 的斜率为 k，$l=|BC|$，求 l 关于 k 的函数解析式 $l=f(k)$；

(3) 求(2)中正方形 $ABCD$ 面积 S 的最小值.

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1\in\mathbf{N}^*$，$a_1\leqslant 36$，且 $a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, & a_n\leqslant 18,\\ 2a_n-36, & a_n>18,\end{cases}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$. 记集合 $M=\{a_n \mid n\in\mathbf{N}^*\}$.

(1) 若 $a_1=6$，写出集合 M 的所有元素；

(2) 若集合 M 存在一个元素是 3 的倍数，证明：M 的所有元素都是 3 的倍数；

(3) 求集合 M 的元素个数的最大值.

全真模拟卷(二)

（满分 150 分，完卷时间 120 分钟）

班级________　姓名________　学号________　成绩________

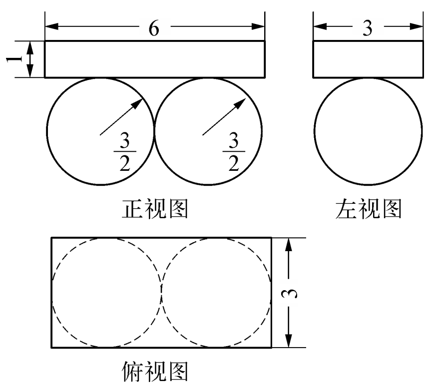
题号	一	二	三						总分
	1～12	13～16	17	18	19	20	21		
成绩									

一、填空题（本大题共 12 题，满分 54 分，第 1～6 题每题 4 分，第 7～12 题每题 5 分）

1. 函数 $y=\log_2(x+1)$ 的反函数是________________.

2. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 S_1、$2S_2$、$3S_3$ 成等差数列，则 $\{a_n\}$ 的公比为______________.

3. 一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积为________ m^3.



第 3 题图

4. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}\cos^2\alpha\\ \cos^2\beta\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}\sin^2\alpha\\ \sin^2\beta\end{pmatrix}$，则 $A-B=$________.

5. 已知 x_1、x_2 是关于 x 的方程 $x^2-ax+a^2-a+\frac{1}{4}=0$ 的两个实根，那么 $\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}$ 的最小值为________，最大值为________.

6. 若 $x\in A$，则 $\frac{1}{x}\in A$，就称 A 是伙伴关系集合.集合 $M=\{-1,0,\frac{1}{3},\frac{1}{2},1,2,3,4\}$ 的所有非空子集中，具有伙伴关系的集合的个数为________.

7. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1 & x<0,\end{cases}$ 则方程 $x+1=(2x-1)^{f(x)}$ 的解为________.

8. 若二项式 $(x+\sin\theta)^{10}$，$\theta\in(0,\pi)$，展开式中含 x^7 项的系数是 15，则 θ 的值是________.

9. 轴截面为等边三角形的圆锥，它的侧面积与全面积的比是________.

10. 若 $f(x)=a\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+b\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ $(ab\neq0)$ 是偶函数，则有序实数对 (a,b) 可以是________.（写出你认为正确的一组数即可）

11. 已知 $m,n,s,t\in\mathbf{R}^+$，$m+n=2$，$\frac{m}{s}+\frac{n}{t}=9$，其中 m、n 是常数，且 $s+t$ 的最小值是 $\frac{4}{9}$，满足条件的点 (m,n) 是椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 一弦的中点，则此弦所在的直线方程为________________.

12. 若 O 是线段 AB 上一点，则 $|\overrightarrow{OB}|\cdot\overrightarrow{OA}+|\overrightarrow{OA}|\cdot\overrightarrow{OB}=\vec{0}$；类比到平面的情形：若 O 是 $\triangle ABC$ 内一点，则有________________________________.

二、选择题（本大题共 4 题，每题 5 分，共 20 分）

13. p："复数 $z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$"是 q："$z+\frac{1}{z}\in\mathbf{R}$"的（　　）.

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

14. 一个盒子里装有大小相同的红球 32 个，白球 4 个.从中任取 2 个，则概率是 $\frac{C_{32}^1C_4^1+C_4^2}{C_{36}^2}$ 的事件是（　　）.

A. 没有白球　　B. 至少有一个是红球
C. 至少有一个是白球　　D. 至多有一个是白球

15. 设 $\{a_n\}$ 是任意等比数列，它的前 n 项和，前 $2n$ 项和与前 $3n$ 项和分别为 X、Y、Z，则下列等式中恒成立的是（　　）.

A. $X+Z=2Y$　　B. $Y(Y-X)=Z(Z-X)$
C. $Y^2=XZ$　　D. $Y(Y-X)=X(Z-X)$

16. 在空间中，过点 A 作平面 π 的垂线，垂足为 B，记 $B=f_\pi(A)$. 设 α、β 是两个不同的平面，对空间任意一点 P，$Q_1=f_\beta[f_\alpha(P)]$，$Q_2=f_\alpha[f_\beta(P)]$，恒有 $PQ_1=PQ_2$，则（　　）.

A. 平面 α 与平面 β 垂直　　B. 平面 α 与平面 β 所成的(锐)二面角为 $45°$
C. 平面 α 与平面 β 平行　　D. 平面 α 与平面 β 所成的(锐)二面角为 $60°$

三、解答题（本大题共 5 题，共 14+14+14+16+18=76 分）

17. 在 $\triangle ABC$ 中，a、b、c 分别是角 A、B、C 的对边，且 $\frac{\cos C}{\cos B}=\frac{3a-c}{b}$.

(1) 求 $\sin B$ 的值；

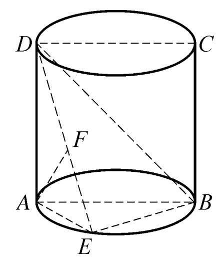
(2) 若 $b=4\sqrt{2}$ 且 $a=c$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 如图所示,圆柱的轴截面是边长为 2 的正方形 $ABCD$,点 E 在底面圆周上,且 $AF \perp DE$,F 为垂足.

(1) 求异面直线 AF 与 DB 所成的角的大小;

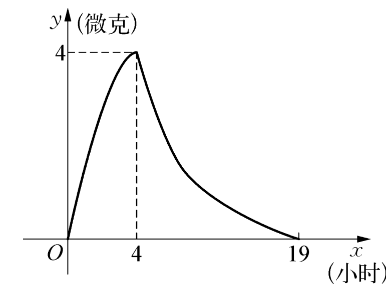
(2) 若 $V_{圆柱} : V_{D\text{-}ABE} = 3\pi : 1$,求二面角 $A\text{-}BE\text{-}D$ 的大小;

(3) 在(2)的条件下,求点 A 到平面 BED 的距离.



第 18 题图

19. 某医药研究所开发一种新药,据监测:服药后每毫升血液中的含药量 $f(x)$ 与时间 x 之间满足如图所示的曲线. 当 $x \in [0, 4]$ 时,所示的曲线是二次函数图像的一部分,满足 $f(x) = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 4$,当 $x \in (4, 19]$ 时,所示的曲线是函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-3) + 4$ 的图像的一部分. 据测定:每毫升血液中含药量不少于 1 微克时治疗疾病有效. 请你算一下,服用这种药一次大概能维持多长的有效时间?(精确到 0.1 小时)



第 19 题图

20. 已知 A、B 是双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 上的两点，O 是坐标原点，且满足 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，$\overrightarrow{OP}=\alpha\overrightarrow{OA}+(1-\alpha)\overrightarrow{OB}$.

(1) 当 $\alpha=\frac{1}{3}$，且 $\overrightarrow{OA}=(2,\sqrt{6})$ 时，求点 P 的坐标；

(2) 当 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ 时，求 $|\overrightarrow{OP}|$ 的值；

(3) 在(2)的条件下，求 $|AB|$ 的最小值.

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 是以 d 为公差的等差数列，数列 $\{b_n\}$ 是以 q 为公比的等比数列.

(1) 若数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=b_1=d=2$，$S_3<a_{1\,003}+5b_2-2\,010$，求整数 q 的值；

(2) 在(1)的条件下，试问数列 $\{b_n\}$ 是否存在一项 b_k，使得 b_k 恰好可以表示为该数列中连续 $p(p\in\mathbf{N}^*)$ 项的和？请说明理由；

(3) 若 $b_1=a_r$，$b_2=a_s\neq a_r$，$b_3=a_t$（其中 $t>s>r$，且 $s-r$ 是 $t-r$ 的约数）. 求证：数列 $\{b_n\}$ 中每一项都是数列 $\{a_n\}$ 中的项.

全真模拟卷(三)

(满分 150 分,完卷时间 120 分钟)

班级________ 姓名________ 学号________ 成绩________

题号	一	二	三						总分
	1～12	13～16	17	18	19	20	21		
成绩									

一、填空题(本大题共 12 题,满分 54 分,第 1～6 题每题 4 分,第 7～12 题每题 5 分)

1. 若复数 $\dfrac{a+3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$($a\in\mathbf{R}$,i 为虚数单位)是纯虚数,则实数 a 的值为________.

2. 已知 $\triangle ABC$ 中,$b=2\sqrt{2}$,$a=2$,则角 A 的取值范围是______________.

3. 设 $A(a,1)$,$B(2,b)$,$C(4,5)$ 为坐标平面上三点,O 为坐标原点,若 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 在 $\overrightarrow{OC}$ 方向上的投影相同,则动点 (a,b) 满足的关系式为________________.

4. $(1-x^3)(1+x)^{10}$ 的展开式中,x^5 的系数是________.

5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2}\right)^x, & x\geqslant 4,\\ f(x+1), & x<4,\end{cases}$ 则 $f(2+\log_2 3)$ 的值为________.

6. 已知圆 $x^2+y^2=r^2(r>0)$ 经过椭圆 $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2(a>b>0)$ 的两个焦点 $F_1(-c,0)$、$F_2(c,0)$ 且与椭圆有四个交点,P 是其中的一个交点,若 $\triangle PF_1F_2$ 的面积 $S=9$,椭圆长轴为 10,则 $a+b+c$ 为________.

7. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$,$B=\{(x,y)\mid x+y+a=0\}$,若 $A\cap B\neq\varnothing$ 的概率为 1,则实数 a 的取值范围是________.

8. 抽样统计甲、乙两位射击运动员的 5 次训练成绩(单位:环),结果如下:

运动员	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
甲	87	91	90	89	93
乙	89	90	91	88	92

则成绩较为稳定(方差较小)的那位运动员成绩的方差为________.

9. 设无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,若 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=p$,$S_n+2a_n=p$,则数列 $\{a_n\}$ 的公比 q 等于________.

10. 已知 a、b、c 为某直角三角形的三条边长,c 为斜边,若点 (m,n) 在直线 $ax+by+2c=0$ 上,则 m^2+n^2 的最小值是________.

11. 正四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 内接于球 O,底面在过球心 O 的一个截面上,棱锥的底面边长为 a,则 SC 与底面 $ABCD$ 所成角的大小为________,球 O 的表面积为________.

12. 由双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 及它的渐近线和两直线 $y=0$,$y=h(h>0)$所围成的在第一象限内的部分绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积为________.

二、选择题(本大题共 4 题,每题 5 分,共 20 分)

13. 函数 $y=\log_2(x+1)+1(x>0)$ 的反函数为(　　).

A. $y=2^{x-1}-1(x>1)$　　B. $y=2^{x-1}+1(x>1)$

C. $y=2^{x+1}-1(x>0)$　　D. $y=2^{x+1}+1(x>0)$

14. 若动点 (x,y) 在曲线 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 上变化,则 x^2+2y 的最大值为(　　).

A. $\begin{cases}\dfrac{b^2}{4}+4, & 0<b<4,\\ 2b, & b\geqslant 4\end{cases}$　　B. $\dfrac{b^2}{4}+4$

C. $\begin{cases}\dfrac{b^2}{4}+4, & 0<b<2,\\ 2b, & b\geqslant 2\end{cases}$　　D. $2b$

15. 已知$\triangle ABC$ 中,三边长为$\sqrt{a}$,$\sqrt{b}$,$\sqrt{c}$,若 $a^2+b^2=c^2$,则$\triangle ABC$ 的形状是(　　).

A. 直角三角形　　B. 锐角三角形

C. 钝角三角形　　D. 锐角或直角三角形

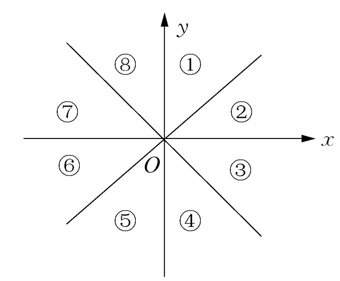
16. 如图所示,直角坐标平面被两坐标轴和两条直线 $y=\pm x$ 等分成八个区域(不含边界).已知数列 $\{a_n\}$,S_n 表示数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,对任意的正整数 n,均有 $a_n(2S_n-a_n)=1$.当 $a_n>0$ 时,点 $P_n(a_n,a_{n+1})$(　　).

A. 只能在区域②

B. 只能在区域②或④

C. 在区域①②③④均会出现

D. 当 n 为奇数时,点 P_n 在区域②或④,当 n 为偶数时,点 P_n 在区域①或③



第 16 题图

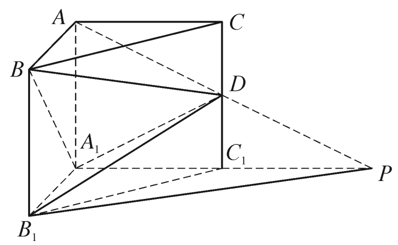
三、解答题(本大题共 5 题,共 14+14+14+16+18=76 分)

17. 如图,在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,$\angle BAC=90^\circ$,$AB=AC=AA_1=1$.D 是棱 CC_1 上的一点,P 是 AD 的延长线与 A_1C_1 的延长线的交点,且PB_1 // 平面 BDA_1.

(1) 求证:$CD=C_1D$;

(2) 求二面角 $A\text{-}A_1D\text{-}B$ 的平面角的余弦值；

(3) 求点 C 到平面 B_1DP 的距离.



第 17 题图

18. 设函数 $f(x)=\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})$，其中向量 $\vec{a}=(\sin x,-\cos x)$，$\vec{b}=(\sin x,-3\cos x)$，$\vec{c}=(-\cos x,\sin x)$，$x\in\mathbf{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值与最小正周期；

(2) 将函数 $y=f(x)$ 的图像按向量 $\vec{d}$ 平移，使平移后得到的图像关于原点成中心对称，求 $|\vec{d}|$ 的最小值.

19. 政府决定用“对社会贡献率”对企业进行评价，用 a_n 表示某企业第 n 年投入的治理污染费用，用 b_n 表示该企业第 n 年的产值. 设 $a_1=a$（万元），且以后治理费用每年都比上一年增加 $3a$（万元），又设 $b_1=b$（万元），且企业的产值每年比上一年增长 10%，用 $P_n=\dfrac{a_nb_n}{100ab}$ 表示企业第 n 年“对社会贡献率”.

(1) 求该企业第一年和第二年的“对社会贡献率”；

(2) 试问：从第几年起该企业“对社会贡献率”不低于 30%？

20. 已知点 $A(-2, 0)$，$B(2, 0)$，动点 $M(x, y)$满足直线 AM 与 BM 的斜率之积为$-\frac{1}{2}$. 记 M 的轨迹为曲线 C.

(1) 求 C 的方程，并说明 C 是什么曲线；

(2) 过坐标原点的直线交 C 于 P、Q 两点，点 P 在第一象限，$PE\perp x$ 轴，垂足为 E，连接 QE 并延长交 C 于点 G.

(i) 证明：$\triangle PQG$ 是直角三角形；

(ii) 求$\triangle PQG$ 面积的最大值.

21. 设 $f_1(x)$、$f_2(x)$ 是定义在 **R** 上的函数，x_1、x_2 是 **R** 上的任意两个相异实数.

(1) 设 $|f_1(x_1)-f_1(x_2)|\geqslant|f_2(x_1)-f_2(x_2)|$ 恒成立，阅读并完成下面的问题：

① 若 $y=f_1(x)$ 是以 $T(T\neq 0)$ 为周期的周期函数，则 $f_2(x)$ 也是周期函数.

证明如下：设 $x_1=x+T$，$x_2=x(T\neq 0)$，则

$f_1(x_1)-f_1(x_2)=f_1(x+T)-f_1(x)=f_1(x)-f_1(x)=0$，

所以 $|f_2(x+T)-f_2(x)|\leqslant 0$，即 $f_2(x+T)=f_2(x)$，所以 $y=f_2(x)$ 是以 T 为周期的周期函数.

② 若 $y=f_1(x)$ 是偶函数，判断 $y=f_2(x)$ 的奇偶性并加以证明；

(2) 设 $|f_1(x_1)-f_1(x_2)|>|f_2(x_1)-f_2(x_2)|$ 恒成立.

① 若 $y=f_1(x)$ 是 **R** 上的增函数，判断 $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$ 的单调性，并加以证明.

② 请你继续从①的角度出发，提出你的问题，并加以研究.

全真模拟卷(四)

(满分 150 分,完卷时间 120 分钟)

班级________ 姓名________ 学号________ 成绩________

题号	一	二	三						总分
	1～12	13～16	17	18	19	20	21		
成绩									

一、填空题(本大题共 12 题,满分 54 分,第 1～6 题每题 4 分,第 7～12 题每题 5 分)

1. 方程 $\lg^2 x-3\lg x+2=0$ 的解集是______________.
2. 在直角坐标平面 xOy 中,若定点 $A(1,2)$ 与动点 $P(x,y)$ 满足:$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AP}=0$,则点 P 的轨迹方程是______________.
3. 在 $(ax+1)^7$ 的展开式中,x^2 项的系数等于 7,则实数 a 等于________.
4. 若双曲线的渐近线方程为 $\sqrt{2}x\pm y=0$,且经过点 $P(2,\sqrt{2})$,则双曲线的方程为_______.
5. 实数 x、y 满足 $0\leqslant x\leqslant 1$ 且 $0\leqslant y\leqslant 1$ 且 $y-x\geqslant\dfrac{1}{2}$,则函数 $S=2x-y$ 的最小值是____.
6. 已知 $\Omega=\{(x,y)\mid x+y\leqslant 6, x\geqslant 0, y\geqslant 0\}$,$A=\{(x,y)\mid x\leqslant 4, y\geqslant 0, x-2y\geqslant 0\}$,若向区域 Ω 上随机投一点 P,则点 P 落入区域 A 内的概率为________.
7. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\dfrac{a^2}{\tan A}=\dfrac{b^2}{\tan B}$,则三角形的形状是______________.
8. 已知函数 $f(x)=3^x$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$,且 $f^{-1}(18)=a+2$,则函数 $y=3^{ax}$,$x\in[0,1]$ 的值域是______________.
9. 若 $x,y\in\mathbf{R}^+$,则 $\begin{vmatrix} x+y & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2/\sqrt{xy} & 0 & 1 \end{vmatrix}$ 的最小值为_______.

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列,$S_p=\dfrac{p}{q}$,$S_q=\dfrac{q}{p}(p\neq q)$,则 $S_{p+q}=$________.

11. 设 P 是一个数集,且至少含有两个数,若对任意 $a,b\in\mathbf{R}$,都有 $a+b$,$a-b$,ab,$\dfrac{a}{b}\in P$(除数 $b\neq 0$),则称 P 是一个数域. 例如有理数集 Q 是数域;数集 $F=\{a+b\sqrt{2}\mid a,b\in\mathbf{Q}\}$ 也是数域. 有下列命题:① 整数集是数域;② 若有理数集 $Q\subseteq M$,则数集 M 必为数域;③ 数域必为无限集;④ 存在无穷多个数域. 其中正确的命题的序号是________.(把你认为正确的命题的序号都填上)

12. 定义:矩阵的一种运算 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ax+by \\ cx+dy \end{pmatrix}$ 的几何意义为:平面上的点 (x,y) 在矩阵 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 的作用下,变换成点 $(ax+by,cx+dy)$,则点 $(2,3)$ 在矩阵 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 的作用下变换成点________;若曲线 C_1:$x^2+6xy+7y^2=1$,在矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$ 的作用下,变换成曲线 C_2:$x^2-2y^2=1$,则 a^2+ab+b^2 的值为________.

二、选择题(本大题共 4 题,每题 5 分,共 20 分)

13. “$a=1$”是“$f(x)=|x-a|$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

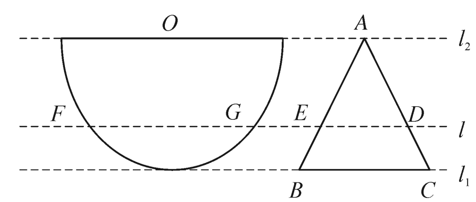
14. 已知集合 U,集合 $M=\{y\mid y=2^{|x|}\}$,$N=\{x\mid y=\lg(3-x)\}$,则 $(\complement_U M)\cap N=$(　　).

A. $[3,+\infty)$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $[1,3)$　　D. $\varnothing$

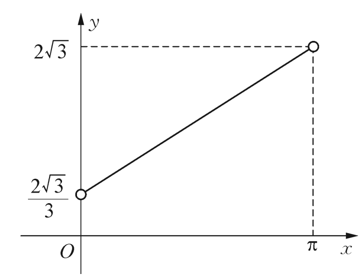
15. 设 O 为坐标原点,F 为抛物线 $y^2=4x$ 的焦点,A 是抛物线上一点,若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AF}=-4$,则点 A 的坐标是(　　).

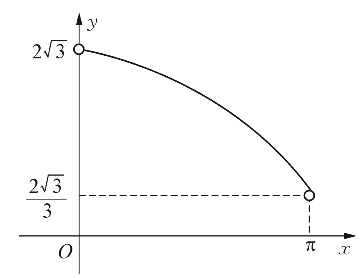
A. $(2,\pm 2\sqrt{2})$　　B. $(1,\pm 2)$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,2\sqrt{2})$

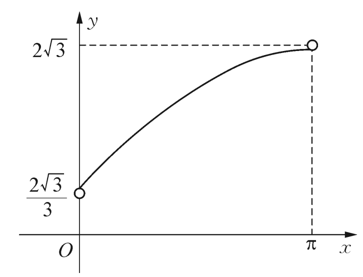
16. 如图所示,半径为 1 的半圆 O 与等边三角形 ABC 夹在两平行线 l_1、l_2 之间,$l\,/\!/\,l_1$,l 与半圆相交于 F、G 两点,与三角形 ABC 两边相交于 E、D 两点,设弧 $\overset{\frown}{FG}$ 的长为 $x(0<x<\pi)$,$y=EB+BC+CD$,若 l 从 l_1 平行移动到 l_2,则函数 $y=f(x)$ 的图像大致是(　　).

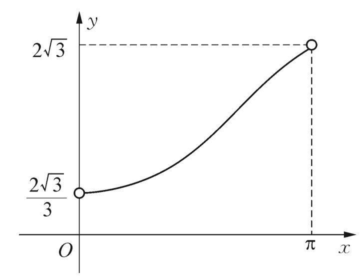


第 16 题图

A. 

B. 

C. 

D. 

三、解答题(本大题共 5 题,共 14+14+14+16+18=76 分)

17. 已知函数 $f(x)=\sin\omega x\cdot\cos\omega x+\sqrt{3}\cos^2\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}(\omega>0)$,直线 $x=x_1$, $x=x_2$ 是 $y=f(x)$ 图像的任意两条对称轴,且 $|x_1-x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{4}$.

(1) 求 $f(x)$ 的表达式;

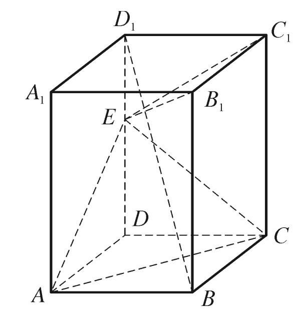
(2) 将函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位后,再将得到的图像上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍,纵坐标不变,得到函数 $y=g(x)$ 的图像,若关于 x 的方程 $g(x)+k=0$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有且只有一个实数解,求实数 k 的取值范围.

18. 如图,已知正四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$,点 E 在棱 DD_1 上,截面 $EAC\parallel D_1B$,且面 EAC 与底面 $ABCD$ 所成的角为 $45°$, $AB=a$.

(1) 求截面 EAC 的面积;

(2) 求异面直线 A_1B_1 与 AC 的距离;

(3) 求三棱锥 $B_1\text{-}EAC$ 的体积.



第 18 题图

19. 某地区预计明年初开始的前 x 个月内，对某种商品的需求总量 $f(x)$（万件）与月份 x 的近似关系是 $f(x)=\frac{1}{150}x(x+1)(35-2x)$（$x\in\mathbf{N}^*$，且 $x\leqslant 12$）.

(1) 写出明年第 x 个月的需求量 $g(x)$（万件）与月份 x 的函数关系式，并求出哪个月份的需求量超过 1.4 万件；

(2) 如果将该商品每月都投放市场 P 万件，要保持每月都满足供应，那么 P 至少为多少万件？

20. 已知抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，直线 $y=4$ 与 y 轴的交点为 P，与 C 的交点为 Q，且 $|QF|=\frac{5}{4}|PQ|$.

(1) 求 C 的方程；

(2) 过 F 的直线 l 与 C 相交于 A、B 两点，若 AB 的垂直平分线 l' 与 C 相交于 M、N 两点，且 A、M、B、N 四点在同一圆上，求 l 的方程.

21. 若对任意的正整数 n，总存在正整数 m，使得数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=a_m$，则称数列 $\{a_n\}$ 是“回归数列”.

(1) 判断前 n 项和为 $S_n=2^n$ 的数列 $\{a_n\}$ 是否是“回归数列”? 并说明理由;

(2) 设 $\{a_n\}$ 是等差数列,首项 $a_1=1$，公差 $d<0$，若 $\{a_n\}$ 是“回归数列”,求 d 的值;

(3) 是否对任意的等差数列 $\{a_n\}$，总存在两个“回归数列” $\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$，使得 $a_n=b_n+c_n(n\in\mathbf{N}^*)$ 成立,请给出你的结论,并说明理由.