高中数学
课本中的数学思想方法

必修4

□ 基于新课标教学大纲，解读典型例题

□ 依据课时内容，归类数学思想方法和解题策略

□ 经典训练，助你练出好成绩

主编◎王国江　副主编◎张倬霖

上海社会科学院出版社
SHANGHAI ACADEMY OF SOCIAL SCIENCES PRESS

高中数学

课本中的数学思想方法

必修 4

主编◎王国江　副主编◎张倬霖

上海社会科学院出版社
SHANGHAI ACADEMY OF SOCIAL SCIENCES PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高中数学课本中的数学思想方法. 必修4/王国江主编.—上海:上海社会科学院出版社,2018
ISBN 978-7-5520-2463-0

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①王… Ⅲ. ①中学数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第206979号

高中数学课本中的数学思想方法·必修4

主　　编:王国江
副 主 编:张倬霖
责任编辑:何红燕
封面设计:郁心蓝
出版发行:上海社会科学院出版社
上海顺昌路622号　邮编200025
电话总机021-63315900　销售热线021-53063735
http://www.sassp.org.cn　E-mail:sassp@sass.org.cn
照　　排:上海碧悦制版有限公司
印　　刷:上海万卷印刷股份有限公司
开　　本:787毫米×1092毫米　1/16开
印　　张:8.75
字　　数:204千字
版　　次:2018年12月第1版　　2018年12月第1次印刷

ISBN 978-7-5520-2463-0/G·778　　定价:32.00元

编　委　会

主　　编：王国江

副主编：张倬霖

编　　委：宋圆圆　李　浩　张建国　张伟霞

赵　阳　严卫东　肖恩利（排名不分先后）

前　言

本书向广大读者介绍了高中数学课本中常见的数学思想方法与解题策略，由杨浦区教育学院高中教研员、特级教师、正高级教师王国江老师任主编，上海市行知中学数学教研组组长、首席教师、高级教师张倬霖老师任副主编。本书所设栏目：方法简述、易错解读、经典训练，行之有效地将教科书上的学术形态转化为学生可以理解的学习形态，有助于帮助学生理解、体会、巩固、提高。按课本内容分为必修一至五共五个分册，由区正高级教师、特级教师、首席教师、学科带头人和骨干教师进行编写。

编者按照高中数学的教学内容，根据问题的不同类型分门别类，分章节从理论上阐述了数学的解题方法，对教材内容以典型的实例进行了翔实、细致的分析、解答和点评。依据数学教材的每一节、每一课时内容，按小节雕刻、整章梳理、方法呈现、循序渐进、有机磨合、思想渗透、能力提升，这样，给读者能对照教材、学习阅读带来了方便，更是接“地气”之作，避免了因按传统的大节编写、内容跨度跳跃较大而带来阅读上的麻烦，本书凝聚了编者多年的心血，是编者多年对解题理论研究、探索、实践的结晶。

基于新课标与数学学科核心素养的数学解题研究，近年已引起众多数学教育工作者的关注与重视，“知识”是基础，“方法”是手段，“思想”是深化。运用数学思想方法去解决数学问题，通常要从多角度、多方位去思考，学会举一反三，触类旁通，也是一门理论。对问题探究的不同途径和方法加以甄选，最后得出认知层次较高的、比较完善的结论，更能培养学生的发散思维和探究创新能力，有助于培养学生自主学习、自主探究的科学精神，激发学生的学习热情和兴趣，养成独立思考的良好习惯是本书的又一特色。

本书是对教材的二次开发、再加工、再创造的过程，对提高学生分析问题、解决问题、自主探究能力以及数学创新能力具有积极作用，对提升考生的应试能力具有较好的参考价值。

参与本书编写的人员，他们来自杨浦区王国江数学名师工作室、上海市教委教研室项目组（项目：基于核心素养的“创智课堂”教学实践研究，编号：JX09JC01201605）、宝山区高中数学研究团队（一）。

上海市杨浦区教育学院高中教研员、特级教师、正高级教师
王国江

目录

第一章 三角函数

第二章 平面向量

第三章 空间向量与立体几何(选学)

第四章 数系的扩充与复数的引入(选学)

第一章

三角函数

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 角的基本概念

平面内一条射线绕其端点从初始位置(始边)旋转到终止位置(终边)所形成的图形叫作角.正角:按逆时针方向旋转而形成的角;负角:按顺时针方向旋转而形成的角;零角:一条射线没有作任何旋转而形成的角.象限角:把角的顶点置于坐标原点,角的始边与x轴的正半轴重合,角的终边在第几象限,就说这个角是第几象限角(或者说这个角属于第几象限).与角α的终边相同的角(包括角α本身)的集合为:$\{\beta|\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$

方法简述

1. 定义法

数学中的定理、性质、公式、法则都是由定义和公理推演而得到的,直接运用定义分析与解决问题便是最直接、最基本、最有效的方法之一,也是研究数学问题的重要途径.

定义法的基本思路是:分析题设条件与求解目标;研究题目中所包含的数学概念与关系;运用数学有关定义将题设条件向解题目标转化.

例1 若α角的终边与$-60°$的角终边相同,则在$-360°$到$0°$内终边与$\frac{\alpha}{3}$终边相同的角为________.

点拨 突出计算手段,体会用代数在确定角终边的位置中的作用.

解答 $\alpha=k\cdot360°-60°$,则$\frac{\alpha}{3}=\frac{k\cdot360°-60°}{3}=k\cdot120°-20°$.

当$k=0$时,$\frac{\alpha}{3}=-20°$;当$k=1$时,$\frac{\alpha}{3}=100°$;当$k=2$时,$\frac{\alpha}{3}=220°$;当$k=3$时,$\frac{\alpha}{3}=340°=-20°$.故答案为$-20°$,$100°$,$220°$.

反思 终边相同的角不止一个.

2. 数形结合思想

在数学问题的解决过程中,将抽象的数学语言与直观的图形结合起来,使"数"的问题,借助"形"去观察,而"形"的问题,借助"数"去思考,实现抽象思维和形象思维的有机结合,使抽象概念与具体图形相互关联和转化,数形结合思想是解决数学问题的有效途径.数形结合思想解题的基本思路是:"形"中觅"数",即将图形信息部分或全部转换成代数信息,削弱清除"形"的推理部分,使要解决的问题转化为数量关系的讨论;"数"上构"形",即依据数的结构特征,构造出与之相适应的几何图形,并直观利用图形的特征和规律,解决数的问题;通过以数示形,以形示数,数形互助来求解.

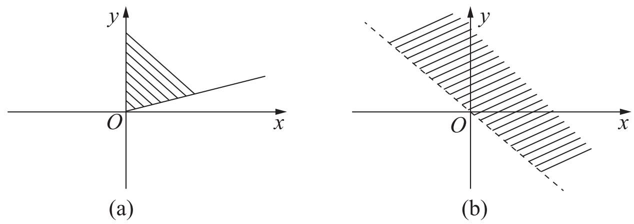
例2 用阴影表示下列集合:

(1)$\left\{\alpha\left|\frac{\pi}{6}+2k\pi\leqslant\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$;(2)$\{\alpha|-45°+k\cdot360°<\alpha<135°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

点拨 "终边相同的角"的"形"的相同,必然蕴含着"数"的相似,隐藏着统一的"数

量关系”.

解答　在坐标系中分别作出$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{2}$，$-45°$，$135°$角的终边，如图所示，再用阴影部分表示.注意实线、虚线的区别，得到答案.



例 2 答图

反思　注意边界的取舍.

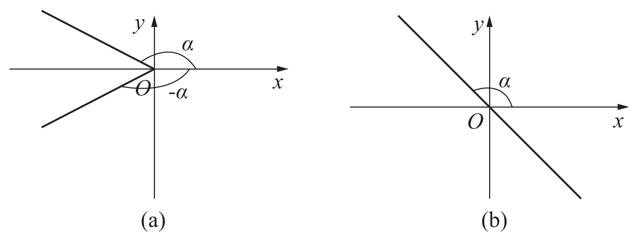
3. 图形法

例 3　已知 α 是第二象限角，试判断下列各角所在的象限.

(1)$2\pi-\alpha$；　　(2)$\pi+\alpha$.

点拨　对于问题(1)，先作角 α，再作关于 x 轴对称的角，得到$-\alpha$角所在的象限.

解答　如图所示，(1)$2\pi-\alpha$ 在第三象限；(2)$\pi+\alpha$ 在第四象限.



例 3 答图

反思　也可以直接分析得出正确答案.

4. 特殊值法

适当选取符合题目条件的某些特殊值，通过运算、推理或验证，能确定问题的正确答案或否定错误结论，实现简化思维过程、降低推算难度、探索解题思路、寻求解题途径、完善解题过程的目的.特殊值法是探索一般性问题的解题途径的重要方法之一，在特殊情况下的解答过程中，常常蕴含着一般性问题的解题途径和思路.

例 4　判断命题是否成立：设 $A=\left\{x\left|x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$B=\left\{y\left|y=\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则 A 是 B 的真子集.

点拨　关键是找出两个集合的不同元素，可以通分后找相互关系，或者找特例，如元素$\frac{\pi}{2}$集合 A 中没有.

解答　$A=\left\{x\left|x=\frac{\pi+2k\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\frac{(2k+1)\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$；

$B=\left\{y\left|y=\frac{2\pi+k\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}=\left\{y\left|y=\frac{(k+2)\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.

$2k+1$ 必为奇数，$k+2$ 则奇偶皆有可能，故可以得出 A 是 B 的真子集，此命题为真命题.

反思 通过特殊值进行直观分析推导.

5. 枚举法

枚举法也称列举法,就是把题目中的条件(元素)或关系,经过归纳、整理后一一列举出来进行分析、研究的方法.该方法的优点是,它可将较抽象、较复杂的问题具体化、直观化、简单化,从而使数学问题得以顺利解决.例如,集合表示法中的列举法就是将集合中的元素一一列举出来,从而使元素的个数,元素的特征都可一目了然,这样就方便了求解与运算.

例5 写出与下列各角终边相同的角的集合,并把范围在$[-360°,720°]$内的角写出来.

(1)$45°$; (2)$-72°$.

点拨 通过通解求出特解即可.

解答 (1)$\alpha=k\cdot360°+45°,k\in\mathbf{Z}$.,当$k$取$-1,0,1$时的角为$-315°,45°,405°$;

(2)$\alpha=k\cdot360°-72°,k\in\mathbf{Z}$,当$k$取$0,1,2$时的角为$-72°,288°,648°$.

反思 注意终边相同的角的表示方法.

易错解读

例6 判断命题的正确性:终边在第一象限的角是锐角.

解答 锐角的终边落在第一象限,但终边在第一象限的角不一定是锐角,比如$390°$,所以该命题是假命题.

易错分析 角的概念推广以后,范围变大了,而且有负角了,不可局限于初中的周角范围以内,切不可混淆小于$90°$的角和锐角等概念.

例7 "θ是第一象限角"是"$\frac{\theta}{2}$是第一象限角"的________条件(填"充分非必要""必要非充分""充要"或"既非充分又非必要").

解答 因为$\theta\in\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\pi\right]\Rightarrow\frac{\theta}{2}\in\left[k\pi+\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$;

$\frac{\theta}{2}\in\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\pi\right]\Rightarrow\theta\in[4k\pi+\pi,4k\pi+2\pi],k\in\mathbf{Z}$;

所以横线上填"既非充分又非必要".

易错分析 注意象限角的概念和终边在坐标轴上的角的区分;以及象限角经过运算后的变化.

经典训练

1. 在与$1\,034°$角终边相同的角中,最小的正角是________,最大的负角是________.

2. 若集合$M=\{x|x=k\cdot90°+135°,k\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{x|x=k\cdot45°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$,则( ).

A. $M=N$ B. $M\supseteq N$

C. $M\subseteq N$ D. $M\cap N=\varnothing$

3. 所有与角α终边相同的角可表示为$360°\cdot k+\alpha(k\in\mathbf{Z})$,其中$\alpha$( ).

A. 一定是小于 90°的角　　B. 一定是第一象限的角

C. 一定是正角　　D. 可以是任意角

4. A 是与角 $2\ 007^{\circ}26'$的终边相同的角的集合,则 A 中适合不等式 $-360^{\circ}\leqslant\beta<720^{\circ}$的元素 β 是____________________.

5. 时钟的分针经过 2 小时 40 分钟所转过的角是________,这个角是第________象限角.

6. 与 950°的角终边相同的角的集合为____________________,它是第________象限角,其中最小的正角是__________,最大的负角是______________.

7. 写出终边与下列各处重合的角的集合.

(1)x 轴正向；　(2)x 轴负向；　(3)y 轴正向；　(4)y 轴负向；

(5)x 轴；　(6)y 轴；　(7)坐标轴.

8. 已知 $0^{\circ}<\beta<360^{\circ}$,且角 β 的 7 倍角的终边与角 β 的终边重合,求角 β.

9. 已知集合 $A=\left\{\alpha\,\middle|\,\alpha=k\pi+\dfrac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$,

(1)是否存在 $B=[a,b]$,使 $A\cap B=\left\{-\dfrac{11}{6}\pi,-\dfrac{5}{6}\pi,\dfrac{\pi}{6},\dfrac{7}{6}\pi\right\}$成立？如果存在,求出 a,b 的范围;如果不存在,说明理由.

(2)是否存在 $B=[a,b]$,使 $A\cap B$ 有且仅有 4 个元素？如果存在,求出 $b-a$ 的最大范围；如果不存在,说明理由.

1.1.2 弧度制

本节研究了角度制与弧度制的定义，即把弧长等于半径的弧所对的圆心角叫作1弧度角，用符号 rad 表示.

弧度制与角度制的换算：

$1^\circ=\frac{\pi}{180}$弧度≈0.017弧度；1弧度$=\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ\approx57.3^\circ=57^\circ18'$.

弧长公式和扇形面积公式：

$l_{弧}=|\alpha|\cdot r$；$S_{扇}=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}|\alpha|\cdot r^2$.

本节解题思想、方法、规律与技巧阐述如下.

方法简述

1. 语言转化

由于用弧度制表示的角我们一开始还不大熟悉，不妨将用弧度制表示的角化为用角度制表示角，这样有利于形成解决问题的初步思路.

例1 α和β的和是1弧度，差为1°，则α和β的弧度数分别为________.

点拨 根据规定，用弧度制表示角时，弧度单位一般省略不写. 但用角度表示角时，度的记号绝对不能省略，如$\sin60^\circ$不能写成$\sin60$.

解答 由题意可知，$\alpha+\beta=1$，$\alpha-\beta=1^\circ=\frac{\pi}{180}$. 解方程，可得$\alpha=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{360}$，$\beta=\frac{1}{2}-\frac{\pi}{360}$.

反思 弧度与角度的相互关系.

2. 形式统一

在对角的度量采用弧度制之后，角的集合与实数集合就建立了对应关系，因此我们可以把角度制中的问题统一到实数集中去解决，这样在角度制所难办到的问题就迎刃而解了.

例2 弓形ABC所在圆的半径为1. 如果弓形的弧$\overparen{ACB}$的长为x，弓形的面积为y，试写出y关于x的函数关系式.

点拨 扇形面积公式应用.

解答 扇形OAB的面积为$\frac{1}{2}\cdot x\cdot 1=\frac{x}{2}$. 又由公式$\alpha=\frac{l}{r}$，可得

$\angle AOB=x$（弧度），故$\triangle OAB$的面积为$\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\cdot\sin x=\frac{1}{2}\sin x$，

所以$y=\frac{x}{2}-\frac{\sin x}{2}(0<x<\pi)$.

反思 注意变量的实际范围.

易错解读

例3 已知地球半径为6 400千米，地面上一段弧所对的球心角为$1'$，求该弧的弧长.

解答　地球周长$=6\ 400\times 2\pi=12\ 800\pi$(千米),$1'$所对弧长$=12\ 800\pi\div 360\div 60=592.6\pi$(米).

易错分析　角度与弧度的标识不分,混为一谈.

例 4　已知$\pi<\alpha+\beta<\frac{4\pi}{3}$,$-\pi<\alpha-\beta<-\frac{\pi}{3}$,则$\alpha-3\beta$的范围是________.

解答　因为$\alpha-3\beta=-(\alpha+\beta)+2(\alpha-\beta)$,又因为$\pi<\alpha+\beta<\frac{4\pi}{3}$,$-\pi<\alpha-\beta<-\frac{\pi}{3}$,所以$-\frac{10\pi}{3}<-(\alpha+\beta)+2(\alpha-\beta)<-\frac{5\pi}{3}$,则$-\frac{10}{3}\pi<\alpha-3\beta<-\frac{5\pi}{3}$.

易错分析　此题切不可求出α,β,即$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,$\frac{2\pi}{3}<\beta<\frac{7\pi}{6}$,则$-\frac{7\pi}{2}<\alpha-3\beta<-\frac{3\pi}{2}$.这样会使结果的范围扩大,切记.

经典训练

1. 把下列各角化成度或弧度,$5°=$________弧度;$22°30'=$________弧度;$125°=$________弧度;$-\frac{2}{3}\pi=$________;$\frac{23}{4}\pi=$________;$1.5\approx$________.

2. 2 003°是第________象限角.

3. 若角α终边与角β终边关于x轴对称,则α与β的关系是____________.

4. 设角α的终边与$\frac{2}{3}\pi$的终边关于y轴对称,且$\alpha\in(-2\pi,2\pi)$,则$\alpha=$__________.

5. 已知扇形弧长为30厘米,半径为20厘米,则扇形面积为________.

6. 设$M=\{$第一象限角$\}$,$N=\left\{小于\frac{\pi}{2}的角\right\}$,则$M\cap N$是(　　).

A. {第一象限角}　　B. {锐角}　　C. $\left\{小于\frac{\pi}{2}的角\right\}$　　D. 以上都不对

7. 2小时30分钟,时钟的分针、时针转过的角分别是(　　).

A. $\pi,\frac{\pi}{12}$　　B. $-\pi,-\frac{\pi}{12}$　　C. $5\pi,\frac{5\pi}{12}$　　D. $-5\pi,-\frac{5\pi}{12}$

8. 若α是第三象限的角,则$\pi-\alpha$是(　　).

A. 第一象限的角　　B. 第二象限的角

C. 第三象限的角　　D. 第四象限的角

9. 在直径为10厘米的滑轮上有一条弦,其长为6厘米,且P为弦的中点,滑轮以每秒5弧度的角速度旋转,则经过5秒后,P点转过的弧长是多少?

10. 已知$\alpha=1\ 690°$,

(1)把 α 写成 $2k\pi+\beta, k\in \mathbf{Z}, \beta\in(0,2\pi)$的形式;

(2)求 θ,使 θ 与 α 终边重合,且 $\theta\in(-4\pi,-2\pi)$.

11. 若扇形的圆心角是$120°$,求扇形面积与其内切圆面积的比值.

12. 已知扇形 OAB 的圆心角为 $150°$,面积为$\dfrac{5\pi}{3}$平方厘米,求弧 AB 的长,并求含于扇形内,且以 AB 为弦的弓形面积.

13. 一绳索绕在半径为 40 厘米的轮圈上,绳索的下端 B 处悬挂着物体 W. 如果轮子按逆时针方向每分钟匀速旋转 6 圈,那么需要几秒才能把物体 W 的位置向上提升 100 厘米?(精确到秒)

1.2 任意角的三角函数

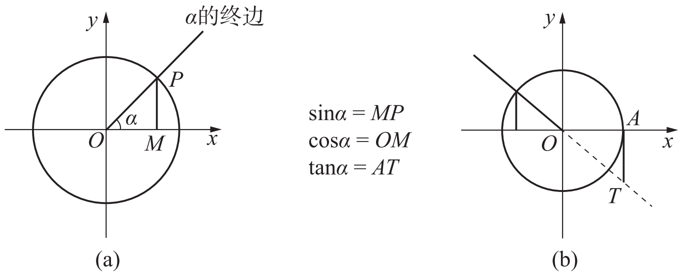
1. 设 α 是任意一个角，在 α 的终边上任意取一点 $P(x,y)$，记 $r=\sqrt{x^2+y^2}\,(r>0)$.

我们规定：$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}\left(\alpha\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\cot\alpha=\dfrac{x}{y}\,(\alpha\neq k\pi)$，$\sec\alpha=\dfrac{r}{x}\left(\alpha\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\csc\alpha=\dfrac{r}{y}(\alpha\neq k\pi)$.

2. 单位圆：以原点为圆心，以 1 为半径的圆叫作单位圆.

把点 $P(x,y)$ 看作角 α 的终边与单位圆的交点，如图(a)所示. 过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 M.

如图(b)所示，过点 $A(1,0)$ 作单位圆的切线，设它与角的终边（当 α 为第一、四象限角时）或其反向延长线（当 α 为第二、三象限角时）相交于点 T.



有向线段 MP、OM、AT 分别叫作角 α 的正弦线、余弦线、正切线.

方法简述

1. 定义法

例 1 已知角 θ 的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的正半轴，若 $P(4,y)$ 是角 θ 终边上一点，且 $\sin\theta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，求 y 的值.

点拨 三角比定义.

解答 由三角比的定义，$\sin\theta=\dfrac{y}{r}$，$r=\sqrt{x^2+y^2}\Rightarrow y=-8$.

反思 通过三角比符号可以初步判断点所在象限.

2. 分类讨论思想

例 2 已知角 θ 终边上一点 $P(-\sqrt{3},m)$ 且 $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{4}m$，求 $\cos\theta$，$\tan\theta$.

点拨 根据任意角三角比的定义，知 $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$.

解答 由已知 $x=-\sqrt{3}$，$y=m$，所以 $r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3+m^2}$.

由 $\sin\theta=\dfrac{y}{r}=\dfrac{m}{\sqrt{m^2+3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}m\Rightarrow m=0$ 或 $m=\pm\sqrt{5}$.

当 $m=0$ 时，$P(-\sqrt{3},0)$，$r=\sqrt{3}$，所以 $\cos\theta=\frac{x}{r}=-1$，$\tan\theta=\frac{y}{x}=0$；

当 $m=\sqrt{5}$ 时，$P(-\sqrt{3},\sqrt{5})$，$r=2\sqrt{2}$，所以 $\cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{\sqrt{6}}{4}$，$\tan\theta=\frac{y}{x}=-\frac{\sqrt{15}}{3}$；

当 $m=-\sqrt{5}$ 时，$P(-\sqrt{3},-\sqrt{5})$，$r=2\sqrt{2}$，所以 $\cos\theta=\frac{x}{r}=-\frac{\sqrt{6}}{4}$，$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

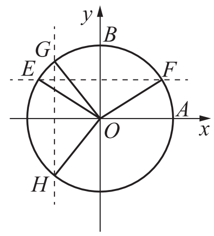
反思 解方程时，$m=0$ 不能丢，对不同的值分别求相应的三角比.

3. 数形结合法

例3 已知集合 $A=\{\alpha\mid 2\sin\alpha-1\geqslant 0\}$，$B=\{\alpha\mid \sqrt{2}\cos\alpha+1\geqslant 0\}$，求：

(1)A，B；(2)$A\cap B$.

点拨 $A=\left\{\alpha\,\middle|\,\sin\alpha\geqslant\frac{1}{2}\right\}$，表明角 α 的范围是使正弦线 MP 满足 $\frac{1}{2}\leqslant MP\leqslant 1$，过点 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 作 y 轴的垂线交单位圆于点 E，F，则角 α 的终边落在扇形 $OEBF$ 区域内（包括边界 OE，OF），又因为 $B=\left\{\alpha\,\middle|\,\cos\alpha\geqslant-\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$，同样，过点 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$ 作 x 轴的垂线交单位圆于点 G，H，则角 α 的终边落在扇形 $OHAG$ 区域内（包括边界 OG，OH），因此，两扇形的重叠部分 $OGBF$，即为所求 α 的区域，如图所示.



例3答图

解答 由单位圆中的正弦线和余弦线知：

(1)$A=\left\{\alpha\,\middle|\,2k\pi+\frac{\pi}{6}\leqslant\alpha\leqslant 2k\pi+\frac{5\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$；

$B=\left\{\alpha\,\middle|\,2k\pi-\frac{3\pi}{4}\leqslant\alpha\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

(2)$A\cap B=\left\{\alpha\,\middle|\,\sin\alpha\geqslant\frac{1}{2}\right\}\cap\left\{\alpha\,\middle|\,\cos\alpha\geqslant-\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}=\left\{\alpha\,\middle|\,2k\pi+\frac{\pi}{6}\leqslant\alpha\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

反思 将三角比用单位圆中的有向线段来表示，可以直观地由图求出三角比的取值范围.

易错解读

例4 如果 $\sin\frac{\alpha}{2}=m>0$，$\cos\frac{\alpha}{2}=n<0$，则 α 的终边在（ ）.

A. 第三象限

B. 第四象限

C. 第三或第四象限

D. 可能既不在第三象限也不在第四象限

解答 根据 $\sin\frac{\alpha}{2}=m>0$，$\cos\frac{\alpha}{2}=n<0$ 可知，$\frac{\alpha}{2}$ 在第二象限，那么 $2k\pi+\frac{\pi}{2}<\frac{\alpha}{2}<2k\pi+\pi$，$k\in\mathbf{Z}$. 即 $4k\pi+\pi<\alpha<4k\pi+2\pi$，$k\in\mathbf{Z}$. 所以 α 的终边在第三或第四象限，或 y 轴负半轴上. 故