

# 传感与检测技术

◆ 主编 张超敏 任 玮

 北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

百年大计 教育为本

# 传感与检测技术

主 编 张超敏 任 玮  
副主编 王雪娇 滕士雷  
参 编 胡冯仪 陶存和 张 俊 孙 义

## 内 容 简 介

本书是江苏省联合职业技术学院五年制高职数控技术专业教材，经联职院教材审定委员会审定。本书是理实一体化项目训练教程系列教材之一。

本书由7个教学项目组成，主要内容包括：传感器与检测技术基础知识、力和压力检测、温度检测、转速检测、位移检测、气体及湿度检测，以及传感器在现代检测系统中的应用。

本书可作为高等职业院校制造大类相关专业教材，也可作为相关岗位的培训用书和工程技术人员的参考书。

版权专有 侵权必究

---

### 图书在版编目 (CIP) 数据

传感与检测技术 / 张超敏, 任玮主编. — 北京: 北京理工大学出版社, 2019. 9  
(2019. 10 重印)

ISBN 978 - 7 - 5682 - 7609 - 2

I. ①传… II. ①张… ②任… III. ①传感器 - 高等学校 - 教材 IV. ①TP212

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 210596 号

---

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 /

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 16

字 数 / 381 千字

版 次 / 2019 年 9 月第 1 版 2019 年 10 月第 2 次印刷

定 价 / 42.00 元

责任编辑 / 陈莉华

文案编辑 / 陈莉华

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 李志强

---

图书出现印装质量问题, 请拨打售后服务热线, 本社负责调换

# 江苏联合职业技术学院院本教材出版说明

江苏联合职业技术学院自成立以来，坚持以服务经济社会发展为宗旨、以促进就业为导向的职业教育办学方针，紧紧围绕江苏经济社会发展对高素质技术技能型人才的迫切需要，充分发挥“小学院、大学校”办学管理体制创新优势，依托学院教学指导委员会和专业协作委员会，积极推进校企合作、产教融合，积极探索五年制高职教育教学规律和高素质技术技能型人才成长规律，培养了一大批能够适应地方经济社会发展需要的高素质技术技能型人才，形成了颇具江苏特色的五年制高职教育人才培养模式，实现了五年制高职教育规模、结构、质量和效益的协调发展，为构建江苏现代职业教育体系、推进职业教育现代化做出了重要贡献。

我国社会的主要矛盾已经转化为人们日益增长的美好生活需要与发展不平衡不充分之间的矛盾，因此我们只有实现更高水平、更高质量、更高效益、更加平衡、更加充分的发展，才能全面实现新时代中国特色社会主义建设的宏伟蓝图。五年制高职教育的发展必须服从服务于国家发展战略，以不断满足人们对美好生活需要为追求目标，全面贯彻党的教育方针，全面深化教育改革，全面实施素质教育，全面落实立德树人根本任务，充分发挥五年制高职贯通培养的学制优势，建立和完善五年制高职教育课程体系，健全德能并修、工学结合的育人机制，着力培养学生的工匠精神、职业道德、职业技能和就业创业能力，创新教育教学方法和人才培养模式，完善人才培养质量监控评价制度，不断提升人才培养质量和水平，努力办好人民满意的五年制高职教育，为决胜全面建成小康社会、实现中华民族伟大复兴的中国梦贡献力量。

教材建设是人才培养工作的重要载体，也是深化教育教学改革、提高教学质量的重要基础。目前，五年制高职教育教材建设规划性不足、系统性不强、特色不明显等问题一直制约着内涵发展、创新发展和特色发展的空间。为切实加强学院教材建设与规范管理，不断提高学院教材建设与使用的专业化、规范化和科学化水平，学院成立了教材建设与管理工作领导小组和教材审定委员会，统筹领导、科学规划学院教材建设与管理工作，制定了《江苏联合职业技术学院教材建设与使用管理办法》和《关于院本教材开发若干问题的意见》，完善了教材建设与管理的规章制度；每年滚动修订《五年制高等职业教育教材征订目录》，统一组织五年制高职教育教材的征订、采购和配送；编制了学院“十三五”院本教材建设规划，组织18个专业和公共基础课程协作委员会推进了院本教材开发，建立了一支院本教材开发、编写、审定队伍；创建了江苏五年制高职教育教材研发基地，与江苏凤凰职业教育图书有限公司、苏州大学出版社、北京理工大学出版社、南京大学出版社、上海交通大学出版社等签订了战略合作协议，协同开发独具五年制高职教育特色的院本教材。

今后一个时期，学院将在推动教材建设和规范管理工作的基础上，紧密结合五年制高职

教育发展新形势，主动适应江苏地方社会经济发展和五年制高职教育改革创新的需要，以学院 18 个专业协作委员会和公共基础课程协作委员会为开发团队，以江苏五年制高职教育教材研发基地为开发平台，组织具有先进教学思想和学术造诣较高的骨干教师，依照学院院本教材建设规划，重点编写和出版约 600 本有特色、能体现五年制高职教育教学改革成果的院本教材，努力形成具有江苏五年制高职教育特色的院本教材体系。同时，加强教材建设质量管理，树立精品意识，制订五年制高职教育教材评价标准，建立教材质量评价指标体系，开展教材评价评估工作，设立教材质量档案，加强教材质量跟踪，确保院本教材的先进性、科学性、人文性、适用性和特色性建设。学院教材审定委员会将组织各专业协作委员会做好对各专业课程（含技能课程、实训课程、专业选修课程等）教材出版前的审定工作。

本套院本教材较好地吸收了江苏五年制高职教育最新理论和实践研究成果，符合五年制高职教育人才培养目标定位要求。教材内容深入浅出，难易适中，突出“五年贯通培养、系统设计”专业实践技能经验的积累，重视启发学生思维和培养学生运用知识的能力。教材条理清楚、层次分明、结构严谨、图表美观、文字规范，是一套专门针对五年制高职教育人才培养的教材。

学院教材建设与管理工作领导小组  
学院教材审定委员会  
2017 年 11 月

# 序 言

2015年5月，国务院印发关于《中国制造2025》的通知，通知重点强调提高国家制造业创新能力，推进信息化与工业化深度融合，强化工业基础能力，加强质量品牌建设，全面推行绿色制造及大力推动重点领域突破发展等，而高质量的技能型人才是实现这一发展战略的重要途径。

为全面贯彻国家对于高技能人才的培养精神，提升五年制高等职业教育机电类专业教学质量，深化江苏联合职业技术学院机电类专业教学改革成果，并最大限度地共享这一优秀成果，学院机电专业协作委员会特组织优秀教师及相关专家，全面、优质、高效地修订及新开发了本系列规划教材，并配备了数字化教学资源，以适应当前的信息化教学需求。

本系列教材所具特色如下：

- 教材培养目标、内容结构符合教育部及学院专业标准中制定的各课程人才培养目标及相关标准规范。

- 教材力求简洁、实用，编写上兼顾现代职业教育的创新发展及传统理论体系，并使之完美结合。

- 教材内容反映了工业发展的最新成果，所涉及的标准规范均为最新国家标准或行业规范。

- 教材编写形式新颖，教材栏目设计合理，版式美观，图文并茂，体现了职业教育工学结合的教学改革精神。

- 教材配备相关的数字化教学资源，体现了学院信息化教学的最新成果。

本系列教材在组织编写过程中得到了江苏联合职业技术学院各位领导的大力支持与帮助，并在学院机电专业协作委员会全体成员的一直努力下顺利完成了出版任务。由于各参与编写作者及编审委员会专家时间相对仓促，加之行业技术更新较快，教材中难免有不当之处，敬请广大读者予以批评指正，在此一并表示感谢！我们将不断完善与提升本系列教材的整体质量，使其更好地服务于学院机电专业及全国其他高等职业院校相关专业的教育教学，为培养新时期下的高技能人才做出应有的贡献。

江苏联合职业技术学院机电协作委员会  
2017年12月

# 前 言

本书是江苏省联合职业技术学院五年制高职数控技术专业教材，经联职院教材审定委员会审定。本书是理实一体化项目训练教程系列教材之一。

本书是编者在多年的教学实践基础上，结合自己的教学经验，在力求通俗、简明的指导思想下编写而成。以培养学生实践动手能力为主线，主要介绍了各种传感器的类型及应用。本书包含7个项目，每个项目的知识点随着实际工作的需要引入，项目内容包括“项目简介”“相关知识”“阅读材料”和“复习与训练”等环节。

本书主要介绍了常见物理量的检测用传感器，包括力及压力的检测、温度的检测、位移和转速的检测、气体和湿度的检测及传感器信号处理。此外，本书还对传感器的相关检测知识、电路转换及信息处理技术等进行了阐述，每个项目选材力求通俗、简明、实用、可操作性强，每一个项目均附有思考练习题。

本书编写特点如下：

(1) 本书以任务驱动为目的，让学生学习相关的知识点来实施任务，既增加了学生学习传感器的目的性，同时也能有效地提高学生对传感器的实际应用能力。任务的设计上力求以较少的元器件数目、以简单的电路设计，实现传感器的功能，体现传感器的应用价值。

(2) 书中选取的任务具有很强的可扩展性，在原有电路的基础上进行功能扩展之后就能实现其他应用。

(3) 由于本书是江苏省联合职业技术学院五年制高职数控技术专业教材，书中最后一章重点介绍了现代数控技术中传感器的应用。本书也可作为电子信息类、工业过程自动化、自动控制、机电一体化等专业的教材，可以根据专业要求、实验条件对相应章节的内容进行取舍。

本书参考学时为64学时，各项目的推荐学时如下：

项目	教学内容	学 时 数		
		理论	实践	总学时
项目一	传感器与检测技术基础知识	2	4	6
项目二	力和压力检测	2	6	8
项目三	温度检测	6	8	14
项目四	转速检测	6	8	14
项目五	位移检测	6	8	14
项目六	气体及湿度检测	2	2	4
项目七	传感器在现代检测系统中的应用	4	0	4
总 计		28	36	64

本书由张超敏、任玮担任主编，王雪娇、滕士雷担任副主编。其中项目一由孙义编写，项目二由陶存和编写，项目三由胡冯仪编写，项目四、项目五由张超敏、任玮编写，前言和项目六由王雪娇编写，项目七由张俊编写。全书由张超敏、滕士雷统稿，由王晓忠主审。

由于编者水平有限，疏漏之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

# 目 录

项目一 传感器与检测技术基础知识 .....	1
任务 认识 THSRZ-2 型传感器实训装置 .....	12
复习与训练 .....	19
项目二 力和压力检测 .....	21
任务一 电阻应变式传感器测量砝码重量 .....	35
任务二 压阻式传感器测量气体压力 .....	41
任务三 压电式传感器测量悬臂梁的振动 .....	47
复习与训练 .....	53
项目三 温度检测 .....	55
任务一 K 型热电偶测量加热源温度 .....	72
任务二 Pt100 热电阻测量加热源温度 .....	79
任务三 热敏电阻实现加热源温度控制 .....	83
任务四 AD590 集成温度传感器测量加热源温度 .....	87
复习与训练 .....	93
项目四 转速检测 .....	95
任务一 霍尔传感器测量直流电动机转速 .....	114
任务二 电涡流传感器测量直流电动机转速 .....	119
任务三 磁敏电阻测量直流电动机转速 .....	124
任务四 磁电传感器测量直流电动机转速 .....	128
任务五 光电传感器测量直流电动机转速 .....	131
复习与训练 .....	135
项目五 位移检测 .....	137
任务一 差动变压器式传感器测量直线位移 .....	165
任务二 电容式传感器测量直线位移 .....	170
任务三 光纤传感器测量直线位移 .....	174
任务四 长光栅测量直线位移 .....	179
任务五 光电编码器测量步进电动机的角位移 .....	184
复习与训练 .....	189
项目六 气体及湿度检测 .....	191
任务一 气敏传感器测量有害气体浓度 .....	200

任务二 气敏传感器测量酒精浓度 .....	203
任务三 湿敏传感器检测湿度 .....	206
复习与训练 .....	210
<b>项目七 传感器在现代检测系统中的应用 .....</b>	<b>213</b>
任务一 现代检测系统的基本结构 .....	214
任务二 现代数控技术中传感器的应用 .....	222
任务三 现代机器人中传感器的应用 .....	235
复习与训练 .....	243
<b>参 考 文 献 .....</b>	<b>245</b>



# 项目一

---

## 传感器与检测技术基础知识



## 项目简介

世界是由物质组成的，表征物质特性或其运动形式的参数很多，根据物质的电特性，可分为电量和非电量两类。非电量不能直接使用一般电工仪表和电子仪器测量，非电量需要转换成与非电量有一定关系的电量，再进行测量。实现这种转换技术的器件叫作传感器。自动检测和自动控制系统处理的大都是电量，需通过传感器对通常非电量的原始信息进行精确可靠地捕获，并转换为电量。自动测控系统框图如图 1-1 所示。

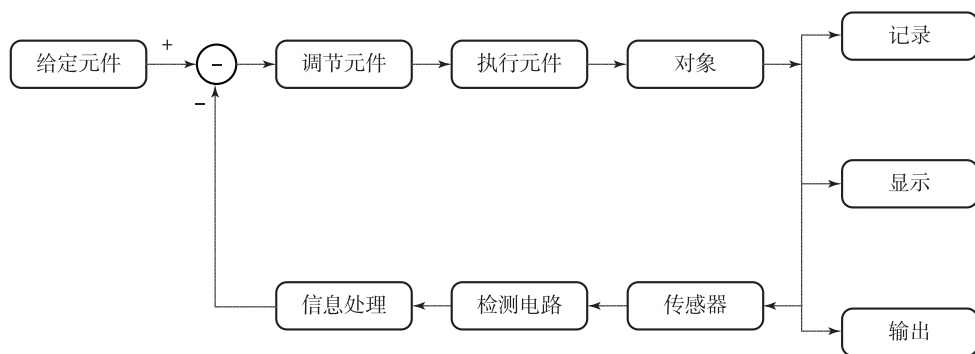


图 1-1 自动测控系统框图

本项目主要学习传感器的概念、测量、误差知识及传感器接口电路等知识。通过本项目的学习应明白传感器在现代测控系统中的地位、作用；知道传感器的定义、分类；了解其发展趋势；掌握与测量有关的名词、测量的分类、误差的表示形式及根据测量精度要求如何选择仪表。

传感器是现代测控系统的感知元件，一般情况下，通过接口电路实现传感器与控制电路的连接。所以接口电路也非常重要，应理解并熟练掌握接口电路的形式、原理及作用。



## 相关知识

### 一、传感器的基本知识

#### 1. 传感器的定义

传感器的概念来自“感觉 (Sensor)”一词。为了研究自然现象，仅仅依靠人的五官获取外界信息是远远不够的，于是人们发明了能代替或补充人五官功能的传感器，工程上也称传感器称为“变换器”。

根据国标 (GB/T 7665—2005)，传感器的定义为：“能感受规定的被测量并按照一定规律转换成可用输出信号的器件或装置。”这一定义所表述传感器的主要内涵包括：

1) 从传感器的输入端来看：一个指定的传感器只能感受规定的被测量，即传感器对规定的物理量具有最大的灵敏度和最好的选择性。例如温度传感器只能用于测温，而不希望它



同时还受其他物理量的影响。

2) 从传感器的输出端来看：传感器的输出信号为“可用信号”，这里所谓的“可用信号”是指便于处理、传输的信号，最常见的是电信号、光信号。

3) 从输入与输出的关系来看：它们之间的关系具有“一定规律”，即传感器的输入与输出不仅是相关的，而且可以用确定的数学模型来描述，也就是具有确定规律的静态特性和动态特性。

传感器的基本功能是检测信号和信号转换。传感器的组成按其定义一般由敏感元件、转换元件、信号调理转换电路以及辅助电源四部分组成。敏感元件在传感器中直接感受被测量的变化，转换元件把敏感元件的输出作为它的输入，转换成电参数，电参数接入信号调理转换电路，便可转换成电量输出。传感器组成框图如图 1-2 所示。

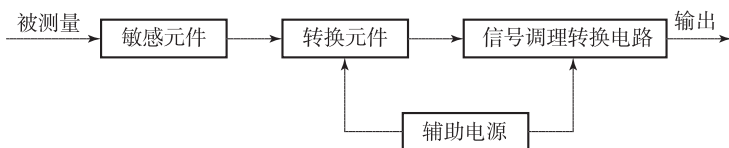


图 1-2 传感器的组成

当然，不是所有的传感器都有敏感、转换元件之分，有些传感器是将两者合二为一，还有些新型的传感器将敏感元件、变换元件及信号调理转换电路集成为一个器件。如压电陶瓷、热电偶和光电池等。

## 2. 传感器的分类

根据某种原理设计的传感器可以同时检测多种物理量，而有时一种物理量又可以用几种传感器测量，传感器有很多种分类方法。但目前对传感器尚无一个统一的分类方法，比较常用的有如下 3 种。

### (1) 按传感器检测的物理量分类

根据被测量的性质进行分类，传感器可分为位移、力、速度、温度、湿度、流量等传感器，如图 1-3 所示。这种分类方法的优点是可以明确传感器的用途，便于使用者根据其用途选用。缺点是没有区分每种传感器的工作原理有何共性和差异，使用者不便于掌握其工作原理。

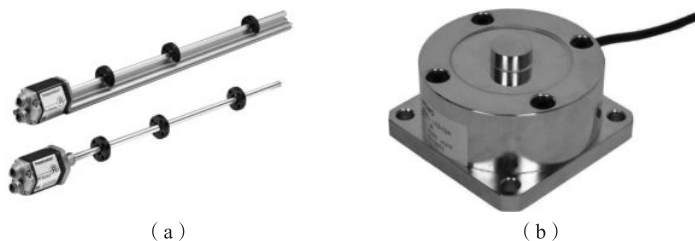


图 1-3 按物理量分类的传感器示例

(a) 位移传感器；(b) 压力传感器

## (2) 按传感器工作原理分类

根据工作原理划分,传感器可以分为电阻、电容、电感、电压、霍尔、光电、光栅、热电偶等传感器。这种分类法能够从基本原理上归纳传感器的共性和特性,适合于对传感器进行深入研究,但对于使用者选用传感器不是很方便。图 1-4 所示为按工作原理分类的电阻式传感器和电感式传感器。



图 1-4 按工作原理分类的传感器示例

(a) 电阻式传感器; (b) 电感式传感器

## (3) 按传感器输出信号的性质分类

根据输出信号划分,传感器可分为输出为开关量(“1”和“0”,“开”和“关”)的开关型传感器、输出为模拟量(4~20 mA 或 0~5 V)的模拟型传感器、输出为脉冲或代码的数字型传感器,如图 1-5 所示。

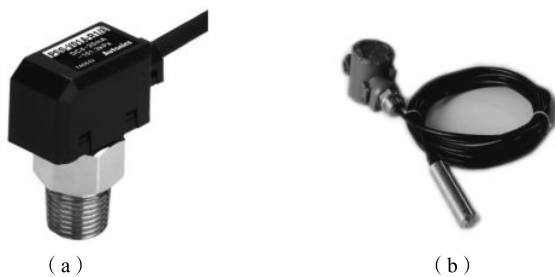


图 1-5 按输出信号性质分类的传感器示例

(a) 模拟型压力传感器; (b) 开关型液位传感器

## 3. 传感器的基本特性

传感器的静态特性是指对静态的输入信号,传感器的输出量与输入量之间的关系。因为输入量和输出量都与时间无关,它们之间的关系,即传感器的静态特性可用一个不含时间变量的代数方程,或以输入量作横坐标,把与其对应的输出量作纵坐标而画出的特性曲线来描述。表征传感器静态特性的主要参数有:线性度、灵敏度、分辨力和迟滞性等。传感器的参数指标决定了传感器的性能以及选用传感器的原则。

### (1) 传感器的灵敏度

灵敏度是指传感器在稳态工作情况下输出量变化对输入量变化的比值。传感器的灵敏度示意如图 1-6 所示。

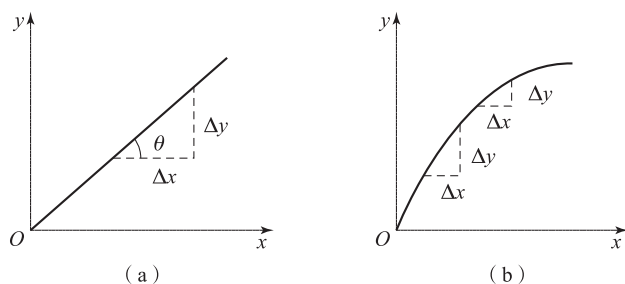


图 1-6 传感器的灵敏度示意

(a) 输入输出为线性; (b) 输入输出为非线性

$$K = \frac{dy}{dx} \quad (1-1)$$

式中  $K$ ——灵敏度;

$dy$ ——输出变化量;

$dx$ ——输入变化量。

如果传感器的输出和输入之间呈线性关系,则灵敏度  $K$  是一个常数,即特性曲线的斜率。如果传感器的输出和输入之间呈非线性关系,则灵敏度  $K$  不是一个常数,灵敏度的量纲是输出量与输入量的量纲之比。例如某位移传感器,在位移变化 1 mm 时,输出电压变化为 200 mV,则其灵敏度应表示为 200 mV/mm。当传感器的输出量、输入量的量纲相同时,灵敏度可理解为放大倍数。

提高灵敏度,可得到较高的测量精度。但灵敏度越高,测量范围越窄,稳定性也越差。

**例 1.1** 已知某一压力传感器的量程为 0~10 MPa,输出信号为直流电压 1~5 V。求:

- 1) 该压力传感器的静态特性表达式;
- 2) 该压力传感器的灵敏度。

**解:** 1) 由于压力传感器是 1 个线性检测装置,所以输入输出应符合下列关系

$$\frac{V-1}{P-0} = \frac{5-1}{10-0} \quad (1-2)$$

整理得:

$$V = 0.4P + 1 \quad (1-3)$$

- 2) 对该方程式求导得灵敏度为:

$$K = \frac{dV}{dP} = 0.4 \quad (1-4)$$

## (2) 传感器的线性度

线性度是指实际特性曲线近似理想特性曲线的程度。通常情况下,传感器的实际静态特性输出是条曲线而非直线。在实际工作中,为使仪表具有均匀刻度的读数,常用一条拟合直线近似地代表实际的特性曲线。拟合直线的选取有多种方法,如将零输出和满量程输出相连的理论直线作为拟合直线,线性度就是这个近似程度的一个性能指标。

$$\gamma_L = \frac{\Delta L_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\% \quad (1-5)$$

式中  $\gamma_L$ ——线性度；  
 $\Delta L_{\max}$ ——实际曲线和拟合直线之间的最大差值；  
 $Y_{FS}$ ——传感器的量程。

### (3) 传感器的分辨力

分辨力是指传感器可能感受到的被测量的最小变化的能力。也就是说，如果输入量从某一非零值缓慢地变化，当输入变化值未超过某一数值时，传感器的输出不会发生变化，即传感器对此输入量的变化是分辨不出来的。只有当输入量的变化超过分辨力时，其输出才会发生变化。

通常传感器在满量程范围内各点的分辨力并不相同，因此常用满量程中能使输出量产生阶跃变化的输入量中的最大变化值作为衡量分辨力的指标。

### (4) 传感器的重复性

重复性是指传感器在输入量按同一方向做全程多次测试时，所得特性曲线不一致的程度。传感器的重复性示意如图 1-7 所示。

$$\gamma_R = \Delta R_{\max} / Y_{FS} \times 100\% \quad (1-6)$$

式中  $\gamma_R$ ——重复性；  
 $\Delta R_{\max}$ ——多次测量曲线之间的最大差值；  
 $Y_{FS}$ ——传感器的量程。

### (5) 传感器的迟滞性

迟滞性指传感器在正向行程（输入量增大）和反向行程（输入量减小）期间，特性曲线不一致的程度。传感器的迟滞性示意图如图 1-8 所示，迟滞误差可表示为：

$$\gamma_H = \pm \Delta H_{\max} / (2Y_{FS}) \times 100\% \quad (1-7)$$

式中  $\gamma_H$ ——迟滞误差；  
 $\Delta H_{\max}$ ——正向曲线与反向曲线之间的最大差值；  
 $Y_{FS}$ ——传感器的量程。

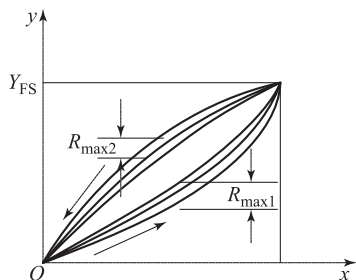


图 1-7 传感器的重复性示意图

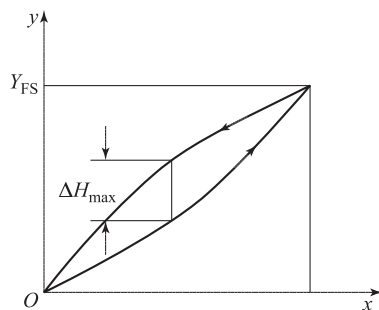


图 1-8 传感器的迟滞性示意图

### (6) 传感器的漂移

传感器的漂移是指在外界的干扰下，输出量发生与输入量无关的、不需要的变化。漂移分为零点漂移和灵敏度漂移等。漂移还可分为时间漂移和温度漂移。

- 1) 时间漂移是指在规定的条件下，零点或灵敏度随时间的缓慢变化。
- 2) 温度漂移是指环境温度变化而引起的零点或灵敏度的漂移。



## 二、测量及误差的基本知识

由于测量方法和仪器设备的不完善,周围环境的影响,以及人的观察力等限制,实际测量值和真实值之间总是存在一定的差异。人们常用绝对误差、相对误差等来说明一个近似值的准确程度。为了评定实验测量数据的精确性或误差,认清误差的来源及其影响,需要对测量的误差进行分析和讨论。由此可以判定哪些因素是影响实验精确度的主要方面,进一步改进测量方法,缩小实际测量值和真实值之间的差值,提高测量的精确性。

### 1. 误差的表示方法

利用任何量具或仪器进行测量时,总存在误差,测量结果总不可能准确地等于被测量的真实值,而只是它的近似值。测量的质量高低以测量精确度作指标,根据测量误差的大小来估计测量的精确度。测量结果的误差越小,则认为测量就越精确。

#### (1) 绝对误差

测量值和真实值的差为绝对误差,通常称为误差,记为:

$$\Delta = X - A_0 \quad (1-8)$$

式中  $\Delta$ ——绝对误差;

$X$ ——测量值;

$A_0$ ——真实值。

由于真实值一般无法求得,因而式(1-8)只有理论意义。常用高一级标准仪器的示值  $A$  代替真实值  $A_0$ 。

#### (2) 相对误差

衡量某一测量值的准确程度,一般用相对误差来表示。示值绝对误差  $\Delta$  与仪器的示值  $X$  的百分比值称为示值相对误差。记为:

$$\gamma_X = \Delta/X \times 100\% \quad (1-9)$$

式中  $\gamma_X$ ——相对误差;

$\Delta$ ——绝对误差;

$X$ ——测量值。

#### (3) 引用误差

为了计算和划分仪表精确度等级,提出引用误差的概念。其定义为仪表示值绝对误差与量程范围的比。

$$\gamma_A = \frac{\text{示值绝对误差}}{\text{量程范围}} \times 100\% = \frac{\Delta}{X_n} \times 100\% \quad (1-10)$$

式中  $\gamma_A$ ——引用误差;

$\Delta$ ——示值绝对误差;

$X_n$ ——量程范围,即标尺上限值减去标尺下限值。

### 2. 测量仪表精确度

测量仪表的精度等级是用最大引用误差(又称允许误差)来标明的,它等于仪表最大示值绝对误差与仪表的量程范围之比的百分数。

$$\gamma_{\text{max}} = \frac{\text{最大示值绝对误差}}{\text{量程范围}} \times 100\% = \frac{\Delta_{\text{max}}}{X_n} \times 100\% \quad (1-11)$$