

# 知识教学促进能力发展的 有效方式研究

——以小学数学推理能力为例

耿飞飞 著



陕西新华出版传媒集团



陕西科学技术出版社

Shaanxi Science And Technology Press



耿飞飞，女，江苏徐州人，教育学博士，西安文理学院师范学院讲师。主要从事教育基本理论、教师教育等领域的教学与研究。近年来在《中国教育学刊》《课程·教材·教法》等期刊上发表论文10余篇，主持省级、地市厅级课题3项，参与各级各类课题10余项。

# 知识教学促进能力发展的 有效方式研究

——以小学数学推理能力为例

耿飞飞 著

陕西新华出版传媒集团



陕西科学技术出版社

Shaanxi Science And Technology Press

——西安——

## 图书在版编目(CIP)数据

知识教学促进能力发展的有效方式研究:以小学数学推理能力为例/耿飞飞著. —西安:陕西科学技术出版社, 2019. 12

ISBN 978-7-5369-7733-4

I. ①知… II. ①耿… III. ①小学数学课—教学研究  
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 267245 号

ZHISHI JIAOXUE CUJIN NENGLI FAZHAN DE YOUXIAO FANGSHI YANJIU

知识教学促进能力发展的有效方式研究

YI XIAOXUE SHUXUE TUILI NENGLI WIELI

——以小学数学推理能力为例

耿飞飞 著

---

责任编辑 王喜艳

封面设计 杜正元

---

出版者 陕西新华出版传媒集团 陕西科学技术出版社  
西安市曲江新区登高路 1388 号陕西新华出版传媒产业大厦 B 座  
电话(029)81205187 传真(029)81205155 邮编 710061  
<http://www.snstp.com>

发行者 陕西新华出版传媒集团 陕西科学技术出版社  
电话(029)81205180 81206809

印刷 西安盛业印务有限公司

规格 787mm × 1092mm 16 开

印张 14.5

字数 300 千字

版次 2019 年 12 月第 1 版

2019 年 12 月第 1 次印刷

书号 ISBN 978-7-5369-7733-4

定价 36.00 元

---

版权所有 翻印必究

知识与能力的关系是教育的经典问题,是一个古老而又具有生命力的话题。在教学中,实现对能力的促进总离不开对两者关系的理论探寻和思考。古今中外对两者关系的研究取得了丰富的成果,在西方哲学领域伴随着知识观由旁观者向参与者的转变,知识与能力的关系也经历着从分离到统一的过程。在西方教育领域则经历了实质教育与形式教育之争,这两者只关注到知识或能力的一方,人为地割裂了两者之间的内在联系。察觉和认识到先前理论的片面性,后人如布鲁纳、赞科夫、克拉夫斯基等从不同的角度做了许多努力,试图在知识教学中实现对能力的促进和发展。在我国系统、深入阐释两者关系的是东汉时期的著名思想家王充,他提出的“知为力”命题,比培根的“知识就是力量”要早 1500 多年。在我国古代的教育思想和教学思想中,虽然没有明确探讨知识与能力之间的关系,但一些教育家如孔子、孟子、荀子、朱熹的思想中隐含着对两者关系的认识,提出的“学、思、行”等方式也有助于知能之间的转化。20 世纪 80 年代以来,我国学者对知识、智力、能力的关系进行了广泛且深入的探讨,取得了一些新的认识,但两者之间的关系仍值得我们深入研究。知识与能力都具有不同的层面和类型,不同层面和类型之间又具有多样性、多层次的复杂关系。我们实际认识到的比我们还不知道的要少得多。知识与能力之间的这种复杂关系促使“知核力”关系的形成,即知识中蕴含的能力性犹如原子,可通过合理的知识组合、知能组合及有效的教学方式激发出巨大的能量,形成能力大爆炸。这是知识教学促进能力发展的理想状态,也是知核力的主导思想,更是促进能力发展的理念所在。

不同的知识对能力的发展都有一定的促进作用,如何实现知识对能力的最大化、最优化发展则需要细致分析不同类型知识的特征、性质、形成过程和方式,蕴含着哪些能力因素;意识不到知识中蕴含着能力因素就无法更好地促进

其发展,意识到且选取有效的教学方式是实现能力发展的关键。自课程改革提出改变教学方式以来,涌现了大量的研究,各种教学方式、方法层出不穷,多样的教学方式的教学为教学带来了生机和活力,同时也影响着人们对教学方式的态度及选择。有效的教学方式不是对形式的追求,而是能够让学生深度地掌握知识,实现知识教学促进能力、个性的发展。任何一种教学方式都具有一定的合理性,同时也只具有一定的合理性,只是在某一层面、某种范围内有效。教师采用何种方式进行知识教学,结果都会使学生掌握知识并自然促进某些能力的发展,但不同的方式对知识的理解、运用、分析等,对不同层面能力的发展及综合能力的发展会产生不同的作用和效果。小学数学知识教学促进推理能力发展的教学方式,既具有知识促进能力发展教学方式的一般特征,又具有小学数学知识促进能力发展教学方式的特征,即教学方式的选取需要关注不同类型数学知识的特点及蕴含的能力因素,同一数学知识促进多种能力发展,指导学生深度理解,以促使知能之间的有效转化;同时又具有自身的独特性,即依据推理的过程及特征,鼓励学生猜想,进行合理验证,以此来保证推理能力的有效发展。

耿飞飞

2019年11月

导言 .....	1
一、研究缘起 .....	1
二、研究意义 .....	3
三、相关研究现状 .....	6
四、相关概念的理解 .....	15
第一章 知识与能力关系的基本原理和理念 .....	23
一、西方哲学领域对知识与能力关系的认识 .....	23
二、西方教育领域对知识与能力关系的认识 .....	35
三、中国古今研究对知识与能力关系的认识 .....	46
四、知识与能力发展的理念 .....	53
第二章 小学数学知识促进推理能力发展的意义诉求 .....	65
一、小学数学中推理的类型 .....	65
二、小学数学知识与推理能力之间的关系:意义诉求的基础 .....	80
三、促进小学生的发展:意义诉求的主线 .....	90
四、知识层面的意义诉求 .....	94
第三章 小学数学教学中推理能力发展的现实审视 .....	107
一、推理能力在小学数学课程标准(教学大纲)中的体现 .....	107
二、小学数学课堂教学观察结果的分析 .....	110
三、小学数学中影响推理能力发展教学实践层面的原因 .....	118
四、小学数学中影响推理能力发展教学观念层面的原因 .....	134

第四章 小学数学知识促进推理能力发展的有效教学方式 .....	146
一、有效教学方式对知识促进能力发展的意义 .....	146
二、小学数学知识促进推理能力发展的一般教学方式 .....	150
三、小学数学知识促进推理能力发展的具体教学方式 .....	169
四、促进推理能力发展相应的策略 .....	180
第五章 小学数学教学中促进推理能力发展的有效评价方式 .....	186
一、小学数学评价的发展趋势分析 .....	186
二、促进能力发展的教学评价方式建构的基本原则 .....	192
三、促进推理能力发展的教学评价方式的依据 .....	197
四、促进推理能力发展的教学评价方式的具体体现 .....	205
结语 .....	212
附录 .....	215
参考文献 .....	216
后记 .....	225

## 一、研究缘起

教育部于2001年制定并颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》和2011年制定并颁布的《义务教育数学课程标准》(以下简称《标准》)中都明确提出要发展学生的推理能力。2001版《标准》在推理能力方面提出的要求是让学生体验并参与观察、实验、猜想、证明等一系列数学活动,能够有条理地阐述自己的认识及观点,主要发展学生的合情推理能力和初步的演绎推理能力。2011版《标准》中提出数学课程要注重培养学生的抽象思维和推理能力,在观察、实验、猜想、证明、综合实践等多样的数学活动中,发展学生的合情推理和演绎推理能力。两个标准都提出在相关的数学活动中发展学生的合情推理和演绎推理能力,推理能力所达到的目标也基本一致。

两个课程标准还分别对每一学段的推理能力提出了具体的目标,2001版规定第一学段(1~3年级)的目标是在教师的指导和帮助下,初步学会对有用信息进行简单的归纳与类比。2011版则规定学生能够在观察、操作等一系列活动中,提出一些简单的猜想。2001版在第二学段(4~6年级)的目标是能够根据解决问题的需要,收集相关有用的信息,并进行归纳、类比、猜测等活动,发展初步的合情推理能力。2011版则要求对问题能够进行有条理的思考,能够比较清楚地表述思考的过程及结果,发展合情推理能力。从两个学段的目标中可以看出,2011版的要求更高一些,更突出了学生在发展推理能力中的主动性和自主性。

两个标准还分别对课程内容中推理能力的表现进行了阐述,2001版《标准》中提出“推理能力主要表现在:能通过观察、实验、归纳、类比等获得数学猜想,并进一

步寻求证据、给出证明或举出反例；能清晰有条理地表达自己的思考过程，做到言之有理、落笔有据；在与他人交流的过程中，能运用数学语言合乎逻辑地进行讨论与质疑”。<sup>①</sup> 2011 版《标准》对推理能力的描述更为细致，把推理划分为合情推理和演绎推理，“推理能力的发展应贯穿于整个数学学习过程中。推理是数学的基本思维方式，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。推理一般包括合情推理和演绎推理……在解决问题的过程中，两种推理功能不同，相辅相成：合情推理用于探索思路、发现结论；演绎推理用于证明结论”。<sup>②</sup> 相比 2001 版，2011 版更突出推理能力的培养和在数学教学中的作用。

课程标准是课程内容选取、教学目标设定、教学过程展开的依据，两个版本的课程标准都对推理能力提出了相应的目标和要求，在教学过程中促进学生推理能力的发展也是教学的必需和应然选择。

回想自己当年的小学数学课堂，有些情境记忆犹新，每节课教师讲授知识，学生双手背在身后静静听讲，中间教师提问学生便举手回答，讲完知识便是进行练习，课后布置大量的作业来巩固知识。整堂课下来，学生的手一直是背在身后，没有动手操作的机会，一些公式、定理等知识主要通过教师的直接呈现而记住、运用，学生的思维一直跟着教师的思维前进，按部就班，依照教师的要求而行动，知识如何产生，知识之间具有何种联系，如何从这类知识推导出另一类知识课堂中老师很少涉及，我们也一知半解。如果不是接触到现在的小学数学教材、课堂，我甚至说不出长方形、三角形、梯形等图形面积之间的关系和推导过程，尽管面积公式已熟记于心。

走进现在的数学课堂，教材的设计、教学媒体的运用、教学方式的选择已发生了很大的变化，但通过课堂观察，仍能发现在新的教学理念下有些问题依然存在。有些学生学会了知识，相应的技能也很熟练，但推理能力却没有得到相应的提升，体现在能熟记知识，但不能很好地从已有知识、经验出发有条理地推断某些结果；一些具有相同本质的问题稍做变化，便不知所措；解决问题时模仿性强，缺乏思维的灵活性、独创性。比如在计算三角形面积一课中，所有学生都能说出三角形面积计算公式，也可以根据公式进行相应的计算，老师也通过各种例子让学生理解等底

① 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2001:5.

② 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2012:6-7.

等高的三角形面积相等。在此基础上教师呈现了这样一道题：“画一个底边为 3cm 的任意三角形。”学生都能准确地画出相应的图形，教师继续提问：“谁能在最短的时间内画出与所画三角形面积相等的三角形？看谁画得最多？”这一问题引起了学生的思考。有的学生拿起尺子量所画三角形的高，进行面积计算，根据面积再来画新的三角形，新三角形的底与高与原来的都不同。这一类学生虽然也能画出面积相等的三角形，但做法很机械，没有深入理解“等底等高的三角形面积相等”的内涵，缺乏对知识的灵活运用，在操作中也缺乏推理的思维和观念。另有一些学生在教学过程中推理能力得到了相应的发展，但这种发展也存在着差异性，有些学生达到了较高的水平，如以上所举例题，有的学生直接从顶点处作了底边的平行线，这样平行线上的任意一点与底边顶点相连组成的三角形面积均相等，利用的即是“等底等高三角形的面积相等”这一结论，这种做法在最短的时间内做出了最多的图形，这类学生能利用已有的结论进行分析、判断，由此推断出此道题画一条平行线即是最佳解题方法，这类学生具有较高的推理能力，但在整个班级中的人数却很少。还有一些学生的推理能力只达到了中等水平，他们意识到了等底等高三角形的面积相等，但在实际操作中，没有做出平行线，只是画出了等底等高的一个个图形。同在一个课堂中学习，为什么学生会出现这样大的分化？细细分析，在同一个班级，学生的年龄、身心发展特征等比较相近，出现这样大的差距的原因可能是相同知识对能力的发展存在差异，有的学生仅仅掌握了知识的浅表层面，而有的学生则善于对知识进行归纳、类比、组合、推断、演绎、判断等，因而具有较高的推理能力。那么在教学中如何打破双基的藩篱，积极主动地指导学生深入理解知识，促进更多学生推理能力的最大化发展便是我们需要思考的问题。

## 二、研究意义

恩格斯在《反杜林论》中指出：“纯数学是以现实世界的空间形式和数量关系，也就是说，以非常现实的材料为对象的。”<sup>①</sup>这是对数学研究对象的经典概括，也揭示了数学研究来源于现实世界，同时又需对现实世界进行抽象。数学研究不同于数学教学研究，数学研究需要全面、逻辑严密地对某一个内容进行论证、阐述，目的是形成系统的数学知识体系。数学教学研究则需要从学生的实际情况出发来思考

<sup>①</sup> 中共中央马克思恩格斯列宁斯大林著作编译局. 马克思恩格斯选集(第3卷)[M]. 北京:人民出版社, 1995:377.

如何更好地教、更好地学,目的是让学生获得更好的发展。本书既非纯粹的数学研究,也非纯粹的教育理论研究,而是以相关的教育理论为指导,以小学数学教学为切入点,努力把教育理论与教学实践相结合,试图一方面继续深化、丰富对理论的认识,一方面在理论的指导下,提高教学的有效性。

### (一) 理论层面的意义

在知识教学中促进学生推理能力的发展,首先需要研究知识教学与能力发展的一般关系。对知识与能力关系的研究由来已久,知识教学与能力发展是教育学理论中一对基本的关系,在20世纪80年代学术界对其进行了热烈的讨论,但最近几年进行直接研究的不是很多,是因为这个问题已不重要,还是因为这个问题已得到解决?带着这些疑问再次翻开相关的著作、书籍,发现对两者关系的认识更多的是一种一般性的描述,相对比较宏观,最常见到的表述是知识是能力发展的基础和源泉,能力的发展需要知识,能力又可以进一步促进知识的学习和掌握等,并没有对两者的关系进行深入、具体的阐述,也没有揭示出它们之间的复杂关系,如不同层面的知识和能力之间有什么关系?如何促进能力的最大化发展等。促进学生能力的发展是教学永恒的目标,这已得到大家的共识,本研究重拾话题,力图引起人们对两者之间关系的继续关注 and 深入研究,继续丰富两者关系的内涵,让理论研究走向更深、更远。

其次,教学总是通过一定的方式进行,促进能力发展的教学也离不开相应的教学方式,如何建构教学方式则是教学的关键。课程改革以来,对教学方式的关注度明显提高,转变传统的教学方式,提倡多种教学方式的有效结合、注重教学方式的适切性等问题引起了人们的思考和探索。教学方式不同于具体的教学方法,在建构的过程中受知识观、教学观、学生观等多种因素的影响,它的选取带有一定的价值倾向,如何建构知识教学促进能力发展的一般教学方式,实现一般教学方式与具体教学方式的结合还需要在理论层面上进一步丰富。

4

最后,本研究把触角深入到小学数学具体学科之中,为探寻在小学数学中实现知识教学对推理能力的促进和发展,既需要依据知识教学与能力发展的一般关系建构二者在小学数学学科中的特殊关系,又需要分析小学数学学科知识的分类及特征、数学能力及推理能力的分类及特征、不同类型数学知识之间的内在关系,不同层面数学能力之间的内在关系,以及推理能力与其他数学能力之间的关系等,还

需要思考在一般教学方式的影响下,如何在小学数学学科内建构知识教学促进能力发展、促进推理能力发展具体的教学方式,对这些问题在理论层面上的研究是深入认识小学数学学科、厘清小学数学知识与能力特殊关系及复杂关系的前提,也是有效教学方式建构的基础。

## (二) 现实层面的意义

问题是研究的起点,也是研究的核心,如果一件事情或事物在现实世界中得到很好的发展或一直进行着良性的运转,在没有出现问题之前它也许不会成为研究的中心。推理是数学的基本思维方式,它既能训练学生思维的严密性、严谨性、逻辑性,又能让学生在观察、猜测、实验、归纳中获得新的发现和认识,为创新意识和创新能力的发展提供基础。当我们把目光转向教学实践,聚焦于学生的推理能力,又会发现教学中存在的一些问题及一些教学理念亟待纠正和解决,否则会直接影响到教学质量及学生的发展。

在小学数学教学中是注重知识的传授,让学生掌握静态的知识还是利用知识促进学生能力动态的发展,不同的选择折射出教师不同的教学理念和价值选择,也会影响到学生对知识理解的深度和广度及能力形成的速度和水平。重视学生能力发展体现的是对知识能力价值的追求,如果把教学停留在对知识的记忆、掌握、再现等层面,那么学生仅仅是获得了知识,知识并没有溶于学生的个体发展中,知识的能力价值在学生身上没有得到充分的展现,随着时间的推移,个体获得的知识便会慢慢消退。在知识促进能力的发展中知识不再以孤立的状态存在于个体头脑之中,而是内化于学生个体发展之中,成为学生发展的动力,知识、能力在个体身上实现了统一。并且注重能力的发展也突出了学生的主体地位,能力的发展需要启迪、引导,无法灌输、传授,学生能力发展的主体只能是学生自身,因此能力的提高也是主体性提高的表现之一。通过对小学数学教学的实际观察,又会发现知识的能力价值并没有得到充分的体现,教师具有一些新的教学理念但又很难付诸实践,受一些外在因素的影响,在价值选择的时候又不由自主地倾向于工具理性。

本研究通过对现有问题及原因的分析,试图在小学数学教学中建构适切的知识观、价值观、能力观,以此为基础努力探寻出知识教学促进推理能力发展的有效教学方式,为教师在教学中把握共性与特性,根据推理的过程和特征设计教学提供现实指导,也可以进一步推动对小学数学教学系统而全面的认识和思考。

评价是教学必需的环节,也是诊断及促进学生发展的一种有效方式,评价的促进功能越来越得到重视。从目前的入学考试来看,从试卷的内容,到试题的设置,注重对学生能力的评价已成为一种趋势,反观我们的教学,注重对能力进行评价并没有成为一种趋势,在单元测试、期中测试、期末测试中知识性的考查占据着重要的位置,在日常教学中对能力进行评价也处于从属地位。为实现以评促教,促进学生推理能力更好地发展,在教学中我们需要制定相应的评价标准,这样既可以了解学生推理能力的发展水平,又可以把握学生在推理过程中出现的问题,还可以为教师在教学过程中对推理能力进行评价提供一个抓手,更有助于把评价的发展功能落到实处。

### 三、相关研究现状

知识与能力之间的关系已得到广泛的讨论和研究,如何在知识教学中促进学生的发展也有不少的研究,如挖掘知识的深层次价值、处理好师生之间的关系、选择恰当的评价方式等问题已取得了很多有价值的研究成果,这些成果是本书研究的基础和起点。学生的发展有很多方面,有身体层面的发展、精神层面的发展、品德层面的发展、能力层面的发展等,若笼统地谈学生的发展,目标过于模糊,本书重点谈学生的能力发展,在相关的文献梳理方面中也侧重于能力及其发展。不同的学科既能促进学生一般能力的发展,同时又具有自身的特色,有其他学科无法比拟的作用和效果,如在促进学生运算能力、推理能力、思维能力等方面数学学科具有显著的优势,本书即是基于小学数学学科来研究学生推理能力的发展。推理能力的发展离不开知识教学,在教学中如何处理知识会影响到能力的形成和提升,对小学数学知识已有的研究进行综述也是本书的重点,通过梳理,明晰本研究在哪些方面还需要继续深究。

#### (一)对数学知识及知识教学的述评

##### 1. 数学知识的分类研究

知识的分类不是伴随知识的产生而产生,当知识积累到一定程度,人的认识发展到把知识作为认识对象时,才出现对知识进行分类的可能。对知识的不同理解产生了不同的分类标准,根据获得知识的方式不同,可以把知识分为直接知识和间接知识;根据对事物认识程度的不同,可以把知识分为感性知识和理性知识;根据学科的不同,可以把知识划分为语文知识、数学知识、地理知识、物理知识等。波兰

尼(Polanyi. M)根据知识是否可以用符号来进行系统表述,把知识分为显性知识与缄默知识,“人类有两种知识。通常所说的知识是用书面文字或地图、数学公式来表述的,这只是知识的一种形式。还有一种知识是不能系统表述的,例如我们有关自己行为的某种知识。如果我们将前一种知识称为显性知识的话,那么我们就可以将后一种知识称为缄默知识”。<sup>①</sup> 英国分析哲学家赖尔(Ryle. G)将知识分为“‘知道什么’(knowing that)与‘知道如何’(knowing how)”,在他看来这是两类不同的知识,“知道什么”是命题或事实知识,“知道如何”则是一种倾向或能力。<sup>②</sup>

现代认知心理学家根据人的学习的信息加工过程把知识分为两类:一类用来回答“是什么”的陈述性知识,一类用来回答“怎样做”的程序性知识。<sup>③</sup> 这种分类标准广泛运用于数学知识的研究中,众多学者都从此角度对数学知识进行分类。希伯特(J. Hiebert)和卡彭特(T. P. Carpenter)把数学知识分为概念性知识和方法性知识,“概念性知识定义为与理解了的知识是等同的,即概念性知识等同于有联系的网络。……另一方面,我们定义方法性的知识是一系列的动作”。<sup>④</sup> 概念性知识是指关系丰富的知识,它不是作为一个信息孤立存在的。显然,从知识的定义、表征来看,概念性知识与陈述性知识、方法性知识与程序性知识的内涵非常相似,几乎如出一辙。

我国众多学者如喻平、曹才翰、章建跃等也是依照陈述性知识和程序性知识来对数学知识进行划分,有学者提出陈述性数学知识主要包括数学概念、命题、公式、定理、公理等方面的知识,<sup>⑤⑥</sup>程序性数学知识主要包括数学运算、算法之类的操作性知识,也有的学者把各种数学技能、思想方法和认知策略归为程序性知识,<sup>⑦⑧</sup>在这两种知识类型之外,喻平认为过程性知识是伴随数学活动过程的体验性知识,也应纳入数学知识范畴之中,<sup>⑨</sup>杨一奋等学者也持此类观点。<sup>⑩</sup> 有的学者认为数学知

① Polanyi M. The Study of Man[M]. London:Routledge &Kegan Paul,1957:12.

② Gilbert Ryle. The Concept of Mind[M]. London:Penguin Classics,2000:12.

③ J R Anderson. Cognitive Psychology and it's Implication[M]. New York:Freeman,1980:10.

④ D A 格劳斯. 数学教与学研究手册[M]. 陈昌平,等,译. 上海:上海教育出版社,1999:160.

⑤ 李祥兆. 知识分类与提出数学问题[J]. 数学通报,2005,44(11):25-27.

⑥ 曹才翰,章建跃. 中学数学概论(第二版)[M]. 北京:北京师范大学出版社,2008:17.

⑦ 栾庆芳,潘洪建. 数学知识与学习方式的选择[J]. 现代中小学教育,2005,(4):19-21.

⑧ 曹才翰,章建跃. 中学数学概论(第二版)[M]. 北京:北京师范大学出版社,2008:10.

⑨ 喻平. 数学教学心理学[M]. 北京:北京师范大学出版社,2010:40-42.

⑩ 杨一奋. 数学知识的分类与数学教学[J]. 数学学习与研究,2011(17):23.

识还包括关于如何获取数学知识的策略性知识,<sup>①②</sup>有的学者认为数学知识的类型还包括数学问题及数学史知识,<sup>③</sup>这种对数学知识的分类似乎更全面一些,但没有具体的分类标准,分类出来的知识也不在同一个层面上。从儿童数学认知策略的内部加工过程角度,Blsanz<sup>④</sup>、耿柳娜等学者将数学知识分为事实性知识、程序性知识和概念性知识3种类型,事实性知识即“数字间联系的记忆信息”,概念性知识即“对主宰某领域的原则及此领域中知识间相互联系原则的内隐和外显的理解”,<sup>⑤</sup>从以上对知识的定义中可以看出这两类知识和陈述性知识相差无几,是陈述性知识的细化。

上述对知识的认识主要基于认知心理学的分类标准,根据数学知识不同的表征形式进行一维度的划分,主要是根据知识形式的心理特征,而知识是内容和形式的统一,对知识的划分还应考虑知识内容的心理特征。莫雷根据人类学习机制的不同把知识分为联结性知识和运算性知识,在此基础上提出知识的二维分类法,即“陈述—程序”和“联结—运算”。<sup>⑥</sup>有的学者基于这种分类模式,将数学知识分为联结—陈述性、联结—程序性、运算—陈述性、运算—程序性等4类知识。<sup>⑦</sup>以上对数学知识类型的划分都是基于心理学的知识分类标准,还有的学者从数学内容的角度把知识划分为:数学概念、数学命题、数学问题、数学思想方法、数学史知识、数学元认知知识。<sup>⑧</sup>

## 2. 数学知识教学

知识是教学的主要内容,教学过程中如何处理知识、采用什么方式能使学生更好地获得知识一直以来都是人们研究的焦点,同样在数学中对知识教学也有广泛的研究。

(1) 教学中知识形态的转化。数学知识具有抽象性、逻辑性、严密性等特征,

① 李祥兆. 知识分类与提出数学问题[J]. 数学通报, 2005, 44(11): 25-27.

② 辛自强. 建构学习中知识的动态变化:以数学为例[J]. 教育科学, 2004, 20(4): 20-23.

③ 栾庆芳, 潘洪建. 数学知识与学习方式的选择[J]. 现代中小学教育, 2005(4): 19-21.

④ Bjorklund D F. Children's Strategies; Contemporary View of Cognitive Development[M]. Hillsdale, N. J. L. Erlbaum. 1990: 16.

⑤ 耿柳娜, 陈英和. 数学知识类型在儿童认知策略发展中的作用[J]. 数学教育学报, 2005, 14(4): 21-24.

⑥ 莫雷. 知识的类型与学习过程[J]. 课程·教材·教法, 1998(5): 20-24.

⑦ 王光生. 知识类型与数学教学设计[J]. 数学教育学报, 2007, 16(3): 27-31.

⑧ 胡吉蔚, 潘洪建. 数学知识类型及学习方式的选择[J]. 数学教学研究, 2005(9): 2-5.

常以精确的定义、严密的推理等形式呈现于教科书之中,数学知识的教学即把学术形态的知识转化为教育形态的知识,一方面是教师教学能力的体现,另一方面也影响学生的学习成效。张奠宙提出在教学过程中需要教师进行深入的理解,借助人文精神把学术形态的知识转化为学生容易接受的教育形态的知识。<sup>①</sup>徐献卿等学者则进一步提出这种转化还需经过教学设计和课堂教学实施,“教学设计分宏观、微观和情境3个层次:宏观设计是对教学的总体考虑,也就是数学知识在课堂上呈现的总体方案;微观设计是具体内容呈现步骤的安排;情境设计则是对呈现知识的背景和环境的创设。”“课堂教学实施是在教学设计的安排下,由师生共同展示课本的内容,具体呈现教育形态的数学的过程。”<sup>②</sup>金一民则提出应区分教学中的“数学的知识”与“知识的数学”,“数学的知识”侧重于知识,注重对具体教学方法的选择,而“知识的数学”则侧重于数学,注重探究知识背后的数学价值,教学应从“数学的知识”走向“知识的数学”。<sup>③</sup>

(2) 数学知识的类型与教学。不同类型的数学知识具有不同的特征、性质,在知识的获得、保持、迁移等方面也具有不同的规律,如果所有的知识都进行同样的教学,将会影响教学和学习的效率和效果,王光生提出根据数学知识类型的特点来进行教学设计,联结类数学知识即联结—陈述性知识、联结—程序性知识适宜采用有意义接受学习的方式进行学习,运算类数学知识即运算—陈述性知识、运算—程序性知识适宜以探究学习的方式进行学习。<sup>④</sup> 巩子坤提出数学知识既有超验性又有经验性,既有合情性又有演绎性,既有程序性又有对象性,数学知识的特征影响着教学方式和学习方式的选择,超验性、合情性和程序性知识适于接受学习;经验性、演绎性和对象性知识适于探究学习。<sup>⑤</sup> 有的学者从数学内容的角度提出在数学教学中的概念可以采用感性认识—理性分析或旧概念—新概念的学习方式;命题中的公式经历模仿阶段、灵活运用、综合运用3个阶段,定理采用问题—探究—发现的学习方式;数学问题的学习经历现实中的问题—数学问题—实际生活3个阶段;数学思想方法的学习需要学生进行分析、提炼、概括;数学史知识的学习需要

① 张奠宙. 关于数学知识的教育形态[J]. 数学通报, 1982(5): 2.

② 徐献卿, 杨世明. 数学知识的两种形态与数学教学[J]. 数学教育学报, 2002, 11(2): 71-73.

③ 金一民. 从“数学的知识”走向“知识的数学”[J]. 教学与管理, 2012(8): 37-39.

④ 王光生. 知识类型与数学教学设计[J]. 数学教育学报, 2007, 16(3): 27-31.

⑤ 巩子坤. 数学知识的特征与学习方式的有效选择[J]. 中国教育学报, 2005(11): 55-58.