全国高考统一考试

全真模拟试卷2020

文科数学

《全国高考统一考试全真模拟试卷》编委会　编著

四川大学出版社

ISBN 978-7-5690-2106-6

定价：28.00元

全国高考统一考试

全真模拟试卷2020

文科数学

《全国高考统一考试全真模拟试卷》编委会　编著

学校 ____________________

班级 ____________________

姓名 ____________________

四川大学出版社

责任编辑：梁　胜
责任校对：陈　静
封面设计：墨创文化
责任印制：王　炜

图书在版编目（CIP）数据

全国高考统一考试全真模拟试卷．数学．文科 /《全国高考统一考试全真模拟试卷》编委会编著．—成都：四川大学出版社，2018.7
ISBN 978－7－5690－2106－6

Ⅰ．①全…　Ⅱ．①全…　Ⅲ．①中学语文课－高中－习题集－升学参考资料　Ⅳ．①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 157658 号

书名　**全国高考统一考试全真模拟试卷·数学（文科）**

著　　者　《全国高考统一考试全真模拟试卷》编委会
出　　版　四川大学出版社
地　　址　成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发　　行　四川大学出版社
书　　号　ISBN 978－7－5690－2106－6
印　　刷　重庆潼南区华扬印务有限公司
成品尺寸　297 mm×420 mm
印　　张　10
字　　数　272 千字
版　　次　2018 年 8 月第 1 版
印　　次　2018 年 8 月第 1 次印刷
定　　价　28.00 元

◆读者邮购本书，请与本社发行科联系。
电话：(028)85408408/(028)85401670/(028)85408023　邮政编码：610065
◆本社图书如有印装质量问题，请寄回出版社调换。
◆网址：http://www.scupress.net

前　言

随着教育改革的快速推进与不断深入，各地市教材版本百花齐放，高考形式、科目、题型异彩纷呈。为此我们特聘高考命题专家和教学一线特级、高级骨干教师，对全国高考形式及特点进行了全面细致地分析和研究，推出六科《全国高考统一考试全真模拟试卷》，旨在帮助考生把握高考趋势，适应高考题型、质量及选拔性要求。

《全国高考统一考试全真模拟试卷》突出以下特色：

◆破解命题

深度透视命题思路，全面破解命题意图，还原高考命题的依据，并落实到具体的考题。

◆解析规律

依据考试说明，总结历年真题，审视时代热点，把握考情考向，探悟命题规律，预测高考热点。

◆押准题型

严格按照最新《考试大纲》命题，每一道题，一定会在考纲上有相应的考点对应。题型、题意、描述、问题、解答等都能够在教材中找到出处和援引。

◆紧扣考点

高考命题重知识，从不回避必考点，必考点年年都考，命题角度、方法与题型年年不同。本套试卷命题专家深度挖掘考点蕴含的能力要素，充分运用命题方法与技巧，让学生掌握能力，让必考点不丢分。

◆模拟测练

试卷从卷型、题型、答题卡，都是完全模拟真实高考卷的格式和布局。卷内大量的高考原创试题可供刷题，有助于高考稳步提分。

精心定制的《全国高考统一考试全真模拟试卷》，清晰美观的图片，严格精准的校对及各个细微的环节，无不透视出全体研发人员所付出的巨大心血，但愿能成为莘莘学子的助推器，助你们走向成功！

编写委员会

目　　录

全国高考统一考试全真模拟试卷(一)

数学(文科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $A=\{0,1,2\}$,$B=\{x|x^2\leqslant 3\}$,则 $A\cap B$ 等于 ( )

A. $\{0,1\}$ B. $\{0,1,2\}$

C. $\{x|0\leqslant x\leqslant\sqrt{3}\}$ D. $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$

2.复数 $z=\dfrac{2+3\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$(i 为虚数单位)在复平面上的对应点位于 ( )

A.第一象限 B.第二象限 C.第三象限 D.第四象限

3.将参加数学竞赛决赛的 500 名学生编号为 001,002,…,500,采用系统抽样的方法抽取一个容量为 50 的样本,且随机抽得的一个号码为 003,这 500 名学生分别在三个考点考试,001~200 号在第一考点,201~355 号在第二考点,356~500 号在第三考点,则第三考点被抽中的人数为 ( )

A. 14 B. 15 C. 16 D. 21

4.函数 $f(x)=x\mathrm{e}^x$ 在点 $A(0,f(0))$ 处的切线斜率为 ( )

A. 0 B. -1 C. 1 D. e

5.命题"$\forall x\in\mathbf{R},x^2-2x+2\geqslant 0$"的否定是 ( )

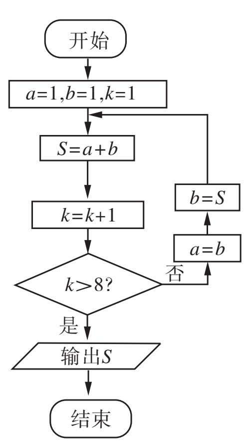
A. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-2x+2<0$ B. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-2x+2\geqslant 0$

C. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-2x+2>0$ D. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-2x+2<0$

6.已知变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}y-x\leqslant 4,\\-2\leqslant x<2,\\y\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最小值是 ( )

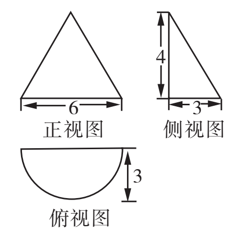
A. 0 B. 6 C. -10 D. 12

7.执行如图所示的程序框图,则输出的结果是 ( )



A. 21 B. 34 C. 55 D. 89

8.若某几何体的三视图(单位:cm)如图所示,则此几何体的表面积是 ( )



A. $12\pi(\mathrm{cm}^2)$ B. $24\pi(\mathrm{cm}^2)$

C. $15\pi+12(\mathrm{cm}^2)$ D. $12\pi+12(\mathrm{cm}^2)$

9.已知 F_1,F_2 为双曲线的左、右焦点,P 为双曲线左支上任意一点,以 P 为圆心、PF_1 为半径的圆与以 F_2 为圆心、$\dfrac{1}{2}F_1F_2$ 为半径的圆相切,则双曲线的离心率为 ( )

A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. 4

10.在△ABC 中,若 $\sin C(\cos A+\cos B)=\sin A+\sin B$,则△$ABC$ 的形状是 ( )

A.等腰三角形 B.直角三角形

C.等腰三角形或直角三角形 D.等腰直角三角形

11.已知 $A(1,0)$是圆 $x^2+y^2=1$ 上一点,在圆上其他位置任取一点 B,连接 AB,则 $AB\leqslant 1$ 的概率为 ( )

A. $\dfrac{1}{4}$ B. $\dfrac{1}{3}$ C. $\dfrac{1}{2}$ D. $\dfrac{2}{3}$

12.已知 θ 是△ABC 的一个内角,且 $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{3}{4}$,则方程 $x^2\sin\theta-y^2\cos\theta=1$ 表示 ( )

A.焦点在 x 轴上的双曲线

B.焦点在 y 轴上的双曲线

C.焦点在 x 轴上的椭圆

D.焦点在 y 轴上的椭圆

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.已知公比为 q 的等比数列$\{a_n\}$的前 n 项之积为 T_n,且 $T_3=\dfrac{1}{4}$,$T_6=32$,则 q 的值为________.

14.到两定点 $F_1(-1,0)$,$F_2(1,0)$的距离之和为 2 的点的轨迹的长度为________.

15.已知下列式子:$1^3=(1\times1)^2$,$1^3+2^3+3^3=(2\times3)^2$,$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3=(3\times5)^2$,$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3=(4\times7)^2$,…,由此归纳猜想,第 n 个式子为________.

16.已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_3 x|,0<x<3,\\-\cos\left(\dfrac{\pi}{3}x\right),3\leqslant x\leqslant 9,\end{cases}$ 若存在实数 x_1,x_2,x_3,x_4 满足 $f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)=f(x_4)=a$,则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 题~21 题为必考题,每个试题考生必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(本小题满分 12 分)

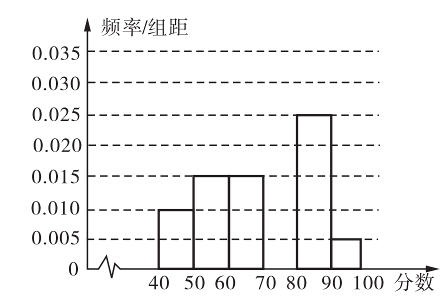
在△ABC 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,函数 $f(x)=2\cos x\sin(x-A)+\sin A(x\in\mathbf{R})$在 $x=\dfrac{5\pi}{12}$处取得最大值.

(Ⅰ)当 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$时,求函数 $f(x)$的值域;

(Ⅱ)若 $a=7$,且 $\sin B+\sin C=\dfrac{13\sqrt{3}}{14}$,求△$ABC$ 的面积.

18.(本小题满分 12 分)

某校从参加某次知识竞赛的同学中,选取 60 名同学将其成绩(百分制,均为整数)分成(40,50),(50,60),(60,70),(70,80),(80,90),(90,100)六组后,得到部分频率分布直方图(如图),观察图形中的信息,回答下列问题.



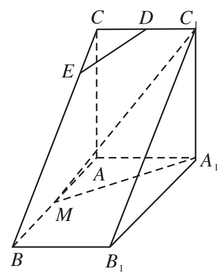
(Ⅰ)求分数在(70,80)内的频率;

(Ⅱ)从频率分布直方图中,估计本次考试成绩的中位数;

(Ⅲ)若从第 1 组和第 6 组两组学生中,随机抽取 2 人,求所抽取 2 人成绩之差的绝对值大于 10 的概率.

19.（本小题满分 12 分）

如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp AB$，$AB=2AA_1$，M 是 AB 的中点，$\triangle A_1MC_1$ 是等腰三角形，D 为 CC_1 的中点，E 为 BC 上的一点.



（Ⅰ）若 $DE /\!/$ 平面 A_1MC_1，求 $\dfrac{CE}{EB}$；

（Ⅱ）平面 A_1MC_1 将三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 分成两个部分，求较小部分与较大部分的体积之比.

20.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，若过点 F 且斜率为 1 的直线与抛物线相交于 M，N 两点，且 $|MN|=8$.

（Ⅰ）求抛物线 C 的方程；

（Ⅱ）设直线 l 为抛物线 C 的切线，且 $l /\!/ MN$，P 为 l 上一点，求 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的最小值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x(ax+b)+x^2+2x$，曲线 $y=f(x)$ 经过点 $P(0,1)$，且在点 P 处的切线为 l：$y=4x=1$.

（Ⅰ）求 a，b 的值；

（Ⅱ）若存在实数 k，使得 $x\in[-2,-1]$ 时，$f(x)\geqslant x^2+2(k+1)x+k$ 恒成立，求 k 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.

22.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

已知圆 C 的极坐标方程 $\rho=2\cos\theta$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），点 A 的极坐标为 $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\pi}{4}\right)$，设直线 l 与圆 C 交于点 P，Q.

（Ⅰ）写出圆 C 的直角坐标方程；

（Ⅱ）求 $|AP|\cdot|AQ|$ 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-2|$，$g(x)=-|x+3|+m$.

（Ⅰ）若关于 x 的不等式 $g(x)\geqslant 0$ 的解集为 $\{x|-5\leqslant x\leqslant -1\}$，求实数 m 的值；

（Ⅱ）若 $f(x)>g(x)$ 对于任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

全国高考统一考试全真模拟试卷(二)

数学(文科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.设全集 $U=\{x\in\mathbf{N}^*\mid x\leqslant 4\}$,集合 $A=\{1,4\}$,$B=\{2,4\}$,则 $\complement_U(A\cap B)$ 等于　(　　)

A.$\{1,2,3\}$　B.$\{1,2,4\}$

C.$\{1,3,4\}$　D.$\{2,3,4\}$

2.设复数 $z=1+\mathrm{i}$(i 是虚数单位),则 $\frac{2}{z}$ 等于　(　　)

A.i　B.2−i　C.1−i　D.0

3.计算:$\cos 160°\sin 10°-\sin 20°\cos 10°$ 等于　(　　)

A.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　C.$-\frac{1}{2}$　D.$\frac{1}{2}$

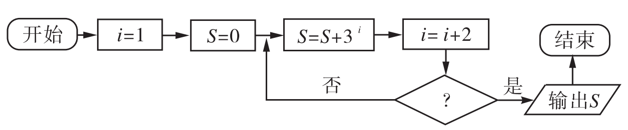
4.函数 $f(x)=x\cos x$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线斜率是　(　　)

A.0　B.−1　C.1　D.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

5.已知函数 $f(x)=(\frac{1}{2})^x-\cos x$,则 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上的零点个数为　(　　)

A.1　B.2　C.3　D.4

6.执行如图所示的程序框图,若输出结果为 273,则判断框内应补充的条件为　(　　)



A.$i>7$　B.$i\geqslant 7$　C.$i>9$　D.$i\geqslant 9$

7.设双曲线 $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}=1$ 的一条渐近线方程为 $y=-2x$,且一个焦点与抛物线 $x^2=4y$ 的焦点相同,则此双曲线的方程为　(　　)

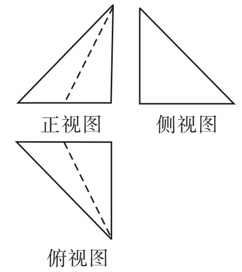
A.$\frac{5}{4}x^2-5y^2=1$　B.$5y^2-\frac{5}{4}x^2=1$

C.$\frac{5}{4}y^2-5x^2=1$　D.$5x^2-\frac{5}{4}y^2=1$

8.在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中,a_1,$a_{4\,031}$ 是函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x^2+6x-3$ 的极值点,则 $\log_{\sqrt{6}}a_{2\,016}$ 等于　(　　)

A.−1　B.1　C.$\sqrt{2}$　D.2

9.如图是一个四面体的三视图,这个三视图均是腰长为 2 的等腰直角三角形,正视图和俯视图中的虚线是三角形的中线,则该四面体的体积为　(　　)



A.$\frac{2}{3}$　B.$\frac{4}{3}$

C.$\frac{8}{3}$　D.2

10.已知函数 $f(x)=x+\frac{4}{x}$,$g(x)=2^x+a$,若 $\forall x_1\in[\frac{1}{2},3]$,$\exists x_2\in[2,3]$,使得 $f(x_1)\geqslant g(x_2)$,则实数 a 的取值范围是　(　　)

A.$(-\infty,1]$　B.$[1,+\infty)$

C.$(-\infty,0]$　D.$[0,+\infty)$

11.已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,过 F_2 的直线与椭圆交于 A,B 两点,若△F_1AB 是以 A 为直角顶点的等腰直角三角形,则该椭圆的离心率为　(　　)

A.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　B.$2-\sqrt{3}$

C.$\sqrt{5}-2$　D.$\sqrt{6}-\sqrt{3}$

12.已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x,x\geqslant 0,\\ x^2-2x,x<0,\end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $(f(x))^2+af(x)<0$ 恰有 1 个整数解,则实数 a 的最大值为　(　　)

A.2　B.3　C.5　D.8

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.函数 $f(x)=\sqrt{2^x-1}$ 的定义域是________.

14.若不等式 $x^2+y^2\leqslant 2$ 所表示的平面区域为 M,不等式组 $\begin{cases}x-y\geqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\\ y\geqslant 2x-6\end{cases}$ 表示的平面区域为 N,现随机向区域 N 内抛一粒豆子,则豆子落在区域 M 内的概率为________.

15.在△ABC 中,若 $\frac{\sqrt{3}\cos A+\sin A}{\sqrt{3}\sin A-\cos A}=\tan(-\frac{7}{12}\pi)$,则 $\tan A=$________.

16.已知向量 $\boldsymbol{\alpha}$,$\boldsymbol{\beta}$ 是平面内两个互相垂直的单位向量,若 $(5\boldsymbol{\alpha}-2\boldsymbol{\gamma})\cdot(12\boldsymbol{\beta}-2\boldsymbol{\gamma})=0$,则 $|\boldsymbol{\gamma}|$ 的最大值是________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17～23 题为必考题,每个试题考生必须作答,第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(本小题满分 12 分)

已知 a,b,c 分别为锐角△ABC 内角 A,B,C 的对边,且 $\sqrt{3}a=2c\sin A$.

(Ⅰ)求角 C;

(Ⅱ)若 $c=\sqrt{7}$,且△ABC 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$,求 $a+b$ 的值.

18.(本小题满分 12 分)

某工厂对一批共 50 件的机器零件进行分类检测,其质量(克)统计如下:

质量段	[80,85)	[85,90)	[90,95)	[95,100]
件数	5	m	12	n

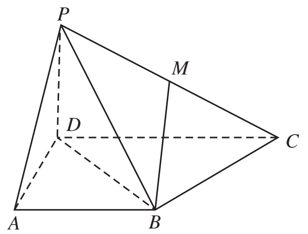
规定质量在 82 克及以下的为甲型,质量在 85 克及以上的为乙型,已知该批零件有甲型 2 件.

(Ⅰ)从该批零件中任选 1 件,若选出的零件质量在[95,100]内的概率为 0.26,求 m 的值;

(Ⅱ)从质量在[80,85)的 5 件零件中,任选 2 件,求其中恰有 1 件为甲型的概率.

19.(本小题满分 12 分)

如图,已知四棱锥的侧棱 $PD\perp$ 底面 $ABCD$,且底面 $ABCD$ 是直角梯形,$AD\perp CD$,$AB/\!/CD$,$AB=AD=\frac{1}{2}CD=2$.



(Ⅰ)求证:$BC\perp$ 平面 BDP;

(Ⅱ)若侧棱 PC 与底面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\frac{1}{2}$,点 M 为侧棱 PC 的中点,求异面直线 BM 与 PA 所成角的余弦值.

20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{3}=1(a>0)$的一个焦点为 $F(-1,0)$,左、右顶点分别为 A,B.经过点 F 的直线 l 与椭圆 M 交于 C,D 两点.

(Ⅰ)当直线 l 的倾斜角为 45° 时,求线段 CD 的长;

(Ⅱ)记△ABD 与△ABC 的面积分别为 S_1 和 S_2,求 $|S_1-S_2|$ 的最大值.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2\ln x-x^2+ax(a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若函数 $f(x)$ 的图象在 $x=2$ 处切线的斜率为 -1,且不等式 $f(x)\geqslant 2x+m$ 在 $[\frac{1}{e},e]$ 上有解,求实数 m 的取值范围;

(Ⅱ)若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴有两个不同的交点 $A(x_1,0)$,$B(x_2,0)$,且 $0<x_1<x_2$,求证:$f'(\frac{x_1+x_2}{2})<0$(其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数).

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,以 O 为极点,x 轴的非负半轴为极轴建立的极坐标系中,直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\in\mathbf{R})$,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos\theta,\\ y=\sin\theta,\end{cases}$

(Ⅰ)写出直线 l 及曲线 C 的直角坐标方程;

(Ⅱ)过点 M 平行于直线 l 的直线与曲线 C 交于 A,B 两点,若 $|MA|\cdot|MB|=\frac{8}{3}$,求点 M 轨迹的直角坐标方程.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x-a|+|2x+3|$,$g(x)=|x-1|+2$.

(Ⅰ)解不等式:$g(x)<5$;

(Ⅱ)若对任意的 $x_1\in\mathbf{R}$,都有 $x_2\in\mathbf{R}$,使得 $f(x_1)=g(x_2)$成立,求实数 a 的取值范围.

准考证号________ 姓名________ 学校________

密 封 线 内 不 得 答 题

全国高考统一考试全真模拟试卷(三)

数学(文科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $M=\{3,4,5\}$,$N=\{1,2,5\}$,则集合 $\{1,2\}$ 可以表示为 (　　)

A. $M\cap N$　　B. $(\complement_U M)\cap N$

C. $M\cap(\complement_U N)$　　D. $(\complement_U N)\cap(\complement_U M)$

2.已知 i 是虚数单位,则复数 $\frac{5+3i}{4-i}$ 等于 (　　)

A. $1-i$　　B. $-1+i$　　C. $1+i$　　D. $-1-i$

3.如图所示是某样本数据的茎叶图,则该样本的中位数、众数、极差分别是 (　　)

1	2 5
2	0 2 3 3
3	1 2 4 4 8 9
4	5 5 5 7

A. 32,34,32　　B. 33,45,35

C. 34,45,32　　D. 33,36,35

4.若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$,则其渐近线方程为 (　　)

A. $y=\pm\sqrt{2}x$　　B. $y=\pm 2x$　　C. $y=\pm\frac{1}{2}x$　　D. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

5.对于下列四个命题:

p_1:$\exists x_0\in(0,+\infty)$,$(\frac{1}{2})^{x_0}<(\frac{1}{3})^{x_0}$;

p_2:$\exists x_0\in(0,1)$,$\log_{\frac{1}{2}}x_0>\log_{\frac{1}{3}}x_0$;

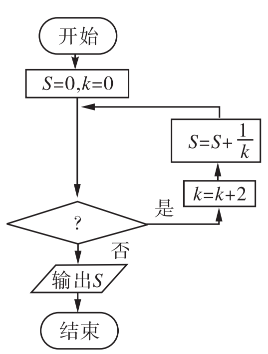
p_3:$\forall x\in(0,+\infty)$,$(\frac{1}{2})^x>\log_{\frac{1}{3}}x$;

p_4:$\forall x\in(0,\frac{1}{3})$,$(\frac{1}{2})^x<\log_{\frac{1}{3}}x$.

其中真命题是 (　　)

A. p_1,p_3　　B. p_1,p_4　　C. p_2,p_3　　D. p_2,p_4

6.执行如图所示的程序框图,若输出的 $S=\frac{25}{24}$,则判断框内填入的条件可以是 (　　)



A. $k\geqslant 7$　　B. $k>7$　　C. $k\leqslant 8$　　D. $k<8$

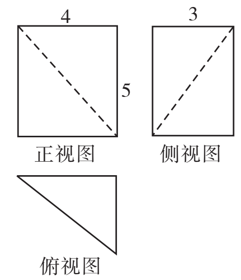
7.已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)(|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图象过点 $(0,\sqrt{3})$,则 $f(x)$ 图象的一个对称中心是 (　　)

A. $(-\frac{\pi}{3},0)$　　B. $(-\frac{\pi}{6},0)$　　C. $(\frac{\pi}{6},0)$　　D. $(\frac{\pi}{12},0)$

8.已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,若 $S_n=2$,$S_{3n}=14$,则 S_{4n} 等于 (　　)

A. 80　　B. 30　　C. 26　　D. 16

9.某空间几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积等于 (　　)



A. 10　　B. 15　　C. 20　　D. 30

10.设不等式组 $\begin{cases}2x+y\geqslant 2,\\x-2y\geqslant -4,\\3x-y\leqslant 3\end{cases}$ 所表示的平面区域为 M,若函数 $y=k(x+1)+1$ 的图象经过区域 M,则实数 k 的取值范围是 (　　)

A. $[3,5]$　　B. $[-1,1]$　　C. $[-1,3]$　　D. $[-\frac{1}{2},1]$

11.在三棱锥 $S-ABC$ 中,已知 $SA\perp SB$,$SB\perp SC$,$SC\perp SA$,且 $SA=SB=SC$.若该三棱锥外接球的半径为 $\sqrt{3}$,Q 是外接球上一动点,则点 Q 到平面 ABC 的距离的最大值为 (　　)

A. 3　　B. 2　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

12.已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2ax$,$g(x)=3a^2\ln x+b$,设两曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 有公共点,且在该点处的切线相同,则 $a\in(0,+\infty)$ 时,实数 b 的最大值是 (　　)

A. $\frac{13}{6}e^6$　　B. $\frac{3}{2}e^{\frac{2}{3}}$　　C. $\frac{1}{6}e^6$　　D. $\frac{7}{2}e^{\frac{2}{3}}$

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.设函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x,x>0,\\\log_{\frac{1}{2}}(-x),x<0,\end{cases}$ 若 $f(a)>f(-a)$,则实数 a 的取值范围是________.

14.已知圆 C:$(x-1)^2+(y-2)^2=2$,若等边三角形 PAB 的一边 AB 为圆 C 的一条弦,则 PC 的最大值为________.

15.已知非零向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$,且 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=1$,则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 的最大值是________.

16.若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n-(-1)^n a_{n-1}=n(n\geqslant 2)$,$S_n$ 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,则 $S_{40}=$________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 题~21 题为必考题,每个试题考生必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题(60 分)

17.(本小题满分 12 分)

已知△ABC 中,角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知向量 $\boldsymbol{m}=(\cos B,2\cos^2\frac{C}{2}-1)$,$\boldsymbol{n}=(c,b-2a)$,且 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=0$.

(Ⅰ)求角 C 的大小;

(Ⅱ)若 $a+b=6$,$c=2\sqrt{3}$,求△ABC 的面积.

18.(本小题满分 12 分)

$PM_{2.5}$ 是指空气中直径小于或等于 2.5 微米的颗粒物(也称可入肺颗粒物).为了探究车流量与 $PM_{2.5}$ 的浓度是否相关,现采集到某城市周一至周五某一时间段车流量与 $PM_{2.5}$ 浓度的数据如下表:

时间	周一	周二	周三	周四	周五
车流量 x(万辆)	100	102	108	114	116
$PM_{2.5}$ 的浓度 y(微克/立方米)	78	80	84	88	90

(Ⅰ)根据上表数据,用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}\cdot x+\hat{a}$;

(Ⅱ)若周六同一时间段车流量是 200 万辆,试根据(Ⅰ)求出的线性回归方程预测,此时 $PM_{2.5}$ 的浓度为多少?

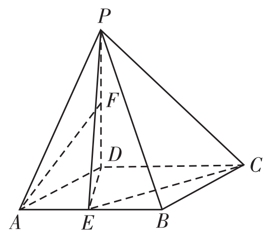
(参考公式:$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$,$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\cdot\overline{x}$;参考数据:$\sum_{i=1}^{5}x_i=540$,$\sum_{i=1}^{5}y_i=420$)

19.(本小题满分12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是菱形,$\angle DAB=30°$,$PD\perp$平面 $ABCD$,$AD=2$,点 E 为 AB 上一点,且$\frac{AE}{AB}=m$,点 F 为 PD 的中点.

(Ⅰ)若 $m=\frac{1}{2}$,证明:直线 $AF//$平面 PEC;

(Ⅱ)是否存在一个常数 m,使得平面 $PED\perp$平面 PAB?若存在,求出 m 的值;若不存在,请说明理由.



20.(本小题满分12分)

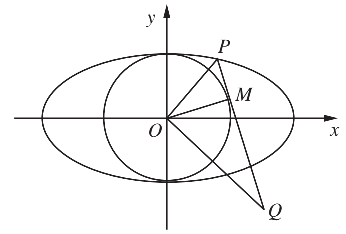
已知函数 $f(x)=a-\frac{1}{x}-\ln x$,$g(x)=e^x-ex+1$.

(Ⅰ)若 $a=2$,求函数 $f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程;

(Ⅱ)若 $f(x)=0$ 恰有一个解,求 a 的值;

(Ⅲ)若 $g(x)\geqslant f(x)$恒成立,求实数 a 的取值范围.

21.(本小题满分12分)



在平面直角坐标系 xOy 中,椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,且过点$A(\sqrt{6},1)$,点 P 在椭圆C上,且在第一象限内,直线 PQ 与圆 O:$x^2+y^2=b^2$ 相切于点 M.

(Ⅰ)求椭圆 C 的方程;

(Ⅱ)若 $OP\perp OQ$,求点 Q 的纵坐标的值.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.(本小题满分10分)选修4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1-\frac{1}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数).在以原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴的极坐标系中,圆 C 的方程为$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$.

(Ⅰ)写出直线 l 的普通方程和圆C 的直角坐标方程;

(Ⅱ)若点 P 的直角坐标系为$(1,0)$,圆 C 与直线 l 交于 A,B 两点,求$|PA|+|PB|$的值.

23.(本小题满分10分)选修4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-2|$.

(Ⅰ)解不等式 $f(x)+f(x+5)\geqslant 9$;

(Ⅱ)若$|a|<1$,$|b|<1$,求证:$f(ab+3)>f(a+b+2)$.

密 封 线 内 不 得 答 题

准考证号________ 姓名________ 学校________

密封线内不得答题

全国高考统一考试全真模拟试卷(四)

数学(文科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{1,2,5\}$,$\complement_U B=\{1,3,5\}$,则 $A\cap B$ 等于　(　　)

A. $\{2\}$　B. $\{5\}$　C. $\{1,2,4,5\}$　D. $\{3,4,5\}$

2.已知 i 为虚数单位,$a\in\mathbf{R}$,若 $\frac{2-\mathrm{i}}{a+\mathrm{i}}$ 为纯虚数,则复数 $z=2a+\sqrt{2}\mathrm{i}$ 的模等于　(　　)

A. $\sqrt{2}$　B. $\sqrt{11}$　C. $\sqrt{3}$　D. $\sqrt{6}$

3.若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$,则下列结论不正确的是　(　　)

A. $a^2<b^2$　B. $ab<b^2$

C. $a+b<0$　D. $|a|+|b|>|a+b|$

4.已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 均为非零向量,$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$,$(\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a})\perp\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为　(　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{3}$　C. $\frac{2\pi}{3}$　D. $\frac{5\pi}{6}$

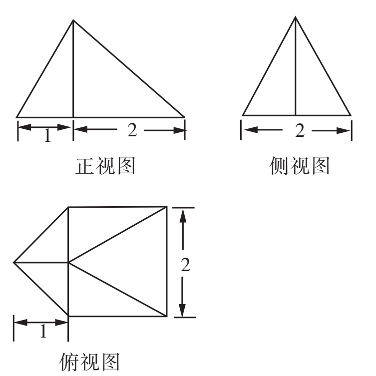
5.在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中,若 a_4 与 a_{14} 的等比中项为 $2\sqrt{2}$,则 $\log_2 a_7+\log_2 a_{11}$ 的值为　(　　)

A. 4　B. 3　C. 2　D. 1

6.已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}y\geqslant 1,\\ y\leqslant 2x-1,\\ x+y\leqslant m,\end{cases}$ 如果目标函数 $z=x-y$ 的最小值为 -1,则实数 m 等于　(　　)

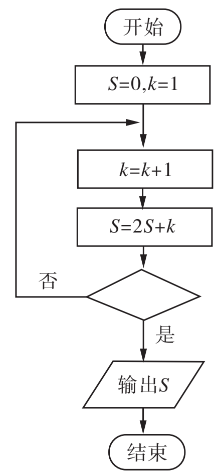
A. 6　B. 5　C. 4　D. 3

7.一个几何体的三视图如图所示,且其侧视图是一个等边三角形,则这个几何体的体积为　(　　)



A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　B. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$　C. $2\sqrt{3}$　D. $\frac{3\sqrt{3}}{3}$

8.执行如图所示的程序框图,若输出的 $S=88$,则判断框内应填入的条件是　(　　)



A. $k>3$?　B. $k>4$?　C. $k>5$?　D. $k>6$?

9.若定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(4)=f(-2)=0$,在区间 $(-\infty,-3)$ 与 $[-3,0]$ 上分别递增和递减,则不等式 $xf(x)>0$ 的解集为　(　　)

A. $(-\infty,-4)\cup(4,+\infty)$　B. $(-4,-2)\cup(2,4)$

C. $(-\infty,-4)\cup(-2,0)$　D. $(-\infty,-4)\cup(-2,0)\cup(2,4)$

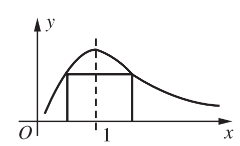
10.已知点 F_1,F_2 分别是双曲线 C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点,过点 F_1 的直线 l 与双曲线 C 的左、右两支分别交于 A,B 两点,若 $AB:BF_2:AF_2=3:4:5$,则双曲线的离心率为　(　　)

A. 2　B. 4　C. $\sqrt{13}$　D. $\sqrt{15}$

11.在三棱锥 $P-ABC$ 中,若 $AB=BC=\sqrt{15}$,$AC=6$,$PC\perp$ 平面 ABC,$PC=2$,则该三棱锥的外接球表面积为　(　　)

A. $\frac{25}{3}\pi$　B. $\frac{25}{2}\pi$　C. $\frac{83}{3}\pi$　D. $\frac{83}{2}\pi$

12.如图,一矩形的一边在 x 轴上,另两个顶点在函数 $y=\frac{2x}{1+x^2}(x>0)$ 的图象上,则此矩形绕 x 轴旋转而成的几何体的体积的最大值是　(　　)



A. π　B. $\frac{\pi}{3}$　C. $\frac{\pi}{4}$　D. $\frac{\pi}{2}$

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.欧阳修《卖油翁》中写道:(翁)乃取一葫芦置于地,以钱覆其口,徐以杓酌油沥之,自钱孔入,而钱不湿.可见"行行出状元",卖油翁的技艺让人叹为观止,若铜钱是直径为 2 cm 的圆,中间有边长为 0.5 cm 的正方形孔,若你随机向铜钱上滴一滴油,则油(油滴大小忽略不计)正好落入孔中的概率为________.

14.已知 $\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})+\sin\alpha=\frac{4\sqrt{3}}{5}$,则 $\sin(\alpha+\frac{7\pi}{6})=$________.

15.已知点 $A(0,2)$,抛物线 C_1:$y^2=ax(a>0)$ 的焦点为 F,射线 FA 与抛物线 C 相交于点 M,与其准线相交于点 N,若 $FM:MN=1:\sqrt{5}$,则实数 a 的值等于________.

16.若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n^2(\cos^2\frac{n\pi}{3}-\sin^2\frac{n\pi}{3})$,其前 n 项和为 S_n,则 $S_{30}=$________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 题~21 题为必考题,每个试题考生必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,a,b,c 分别为内角 A,B,C 的对边,且 $b^2+c^2-a^2=bc$.

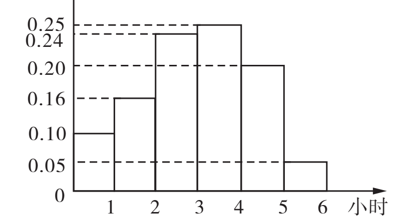
(Ⅰ)求角 A 的大小;

(Ⅱ)设函数 $f(x)=\sin x+2\cos^2\frac{x}{2}$,$a=2$,$f(B)=\sqrt{2}+1$ 时,求 b.

18.(本小题满分 12 分)

某组同学将高中学生课外阅读情况作为一个研究性课题,他们随机调查了 100 名同学,其中 55 个女同学,45 个男同学,下图是根据调查结果绘制的周课外阅读时间的频率分布直方图.将周阅读时间不低于 4 小时的同学称为"阅读爱好者",已知"阅读爱好者"中有 10 个女同学.

	非阅读爱好者	阅读爱好者	合计
男			
女			
合计			



(Ⅰ)根据已知条件完成 2×2 列联表,并据此资料你能否有 95% 的把握认为是否为"阅读爱好者"与性别有关?

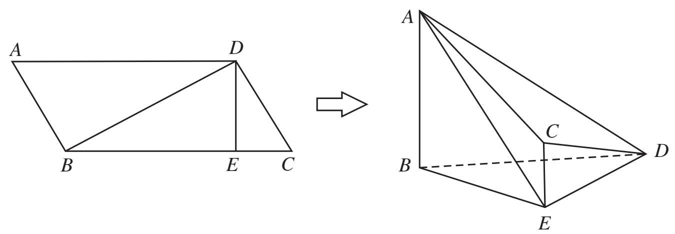
(Ⅱ)将周阅读时间不低于 5 小时的同学称为"读书迷",已知"读书迷"中有 2 名女同学,若从"读书迷"中任意选取 2 人,求至少有 1 名女同学的概率.

附:$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k)$	0.05	0.01
k	3.841	6.635

19.(本小题满分 12 分)

如图,平行四边形 $ABCD$ 中,$AB\perp BD$,$DE\perp BC$,$\angle A=60°$,将$\triangle ABD$,$\triangle DCE$ 分别沿 BD,DE 折起,使 $AB/\!/CE$.

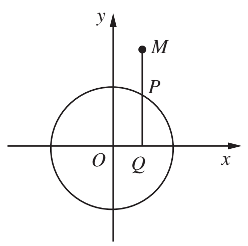


(Ⅰ)求证:$AB\perp BE$;

(Ⅱ)若四棱锥 $D-ABEC$ 的体积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$,求 CE 长并求点 C 到平面 ADE 的距离.

20.(本小题满分 12 分)

在圆 $x^2+y^2=1$ 上任取一个动点 P,作 $PQ\perp x$ 轴于点 Q,M 满足$\overrightarrow{QM}=2\overrightarrow{QP}$,当 P 在圆上运动时,M 的轨迹为曲线 C.



(Ⅰ)求曲线 C 的方程;

(Ⅱ)曲线 C 与 x 轴正半轴、y 轴正半轴分别交于 A,B,直线 $y=kx$ $(k>0)$与曲线 C 交于 E,F,当四边形 $AEBF$ 面积最大时,求 k 的值.

21.(本小题满分 12 分)

已知定义在$(0,e)$上的函数 $f(x)=\ln x-\frac{x-a}{x}$.

(Ⅰ)求此函数的单调区间;

(Ⅱ)若过点 $A(1,-1)$有且仅有一条直线与函数 $y=f(x)$的图象相切,求 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

已知直线 l 经过点 $P(1,1)$,倾斜角 $\alpha=\frac{\pi}{6}$,圆 C:$\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数).

(Ⅰ)写出圆 C 的普通方程和直线 l 的参数方程;

(Ⅱ)设直线 l 与圆 C 相交于两点 A,B,求点 P 到 A,B 两点的距离之积.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

设函数 $f(x)=|x-a|$.

(Ⅰ)当 $a=2$ 时,解不等式 $f(x)\geqslant 5-|x+1|$;

(Ⅱ)若 $f(x)\leqslant 1$ 的解集为$[0,2]$,$\frac{1}{m}+\frac{1}{2n}=a(m>0,n>0)$,求证:$m+2n\geqslant 4$.

学校________ 姓名________ 准考证号________

密 封 线 内 不 得 答 题

全国高考统一考试全真模拟试卷(五)

数学(文科)

(本卷满分150分,考试时间120分钟)

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.在复平面内,复数$(1+\sqrt{3}i)\cdot i$对应的点位于　(　　)

A.第一象限　B.第二象限　C.第三象限　D.第四象限

2.已知集合$A=\{x|y=\sqrt{x-x^2}\}$,$B=\{y|y-1<0\}$,则$A\cap B$等于　(　　)

A.$(-\infty,1)$　B.$(-\infty,1]$

C.$[0,1)$　D.$[0,1]$

3.已知命题p:函数$f(x)=|\cos x|$的最小正周期为2π;命题q:函数$y=x^3+\sin x$的图象关于原点中心对称.则下列命题是真命题的是　(　　)

A.$p\wedge q$　B.$p\vee q$

C.$(\neg p)\wedge(\neg q)$　D.$p\vee(\neg q)$

4.已知变量x与y正相关,且由观察数据算得样本平均数$\bar{x}=3$,$\bar{y}=3.5$,则由该观测数据算得的线性回归方程可能是　(　　)

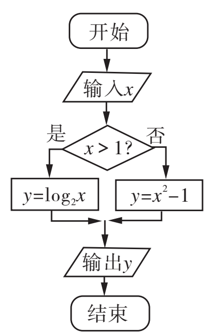
A.$\hat{y}=0.4x+2.3$　B.$\hat{y}=2x-2.4$

C.$\hat{y}=-2x+9.5$　D.$\hat{y}=-0.3x+4.4$

5.执行如图所示的程序框图,若输出的结果为3,则可输入的实数x的个数为　(　　)

A.1　B.2

C.3　D.4



6.已知函数$f(x)=\begin{cases}x^4+1,x>0,\\ \cos 2x,x\leqslant 0,\end{cases}$则下列结论正确的是　(　　)

A.$f(x)$是偶函数

B.$f(x)$是增函数

C.$f(x)$是周期函数

D.$f(x)$的值域为$[-1,+\infty)$

7.设α为平面,a,b为两条不同的直线,则下列叙述正确的是　(　　)

A.若$a\parallel\alpha,b\parallel\alpha$,则$a\parallel b$　B.若$a\perp\alpha,a\parallel b$,则$b\perp\alpha$

C.若$a\perp\alpha,a\perp b$,则$b\parallel\alpha$　D.若$a\parallel\alpha,a\perp b$,则$b\perp\alpha$

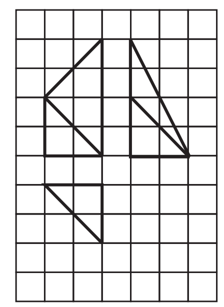
8.若等比数列的各项均为正数,且前4项的和为9,积为$\frac{81}{4}$,则前4项倒数的和为　(　　)

A.$\frac{3}{2}$　B.$\frac{9}{4}$　C.1　D.2

9.已知抛物线$C:y^2=8x$的焦点为F,准线为l,P是l上一点,Q是直线PF与C的一个交点,若$FP=3FQ$,则QF等于　(　　)

A.$\frac{8}{3}$　B.$\frac{5}{2}$　C.3　D.2

10.如图,网格纸上小正方形的边长为1,粗实线画出的是某几何体的三视图,则这个几何体的体积为　(　　)



A.2　B.3　C.4　D.5

11.已知点P在直线$x+3y-2=0$上,点Q在直线$x+3y+6=0$上,线段PQ的中点为$M(x_0,y_0)$,且$y_0<x_0+2$,则$\frac{y_0}{x_0}$的取值范围是　(　　)

A.$[-\frac{1}{3},0)$　B.$(-\frac{1}{3},0)$

C.$(-\frac{1}{3},+\infty)$　D.$(-\infty,-\frac{1}{3})\cup(0,+\infty)$

12.已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+3x,x<0,\\ \ln(x+1),x\geqslant 0,\end{cases}$若$|f(x)|\geqslant ax$,则实数$a$的取值范围是　(　　)

A.$(-\infty,0]$　B.$(-\infty,1]$

C.$[-3,0]$　D.$[-3,1]$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13.已知函数$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x},x>0,\\ 2^{-x},x\leqslant 0,\end{cases}$则$f(f(-4))=$________.

14.已知向量$\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3})$,向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}$的夹角是$\frac{\pi}{3}$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=2$,则$|\boldsymbol{c}|=$________.

15.已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的离心率为2,那么该双曲线的渐近线方程为________.

16.设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_n+S_{n-1}=2n-1(n\geqslant 2)$,且$S_2=3$,则$a_1+a_3$的值为________.

三、解答题:本大题共6小题,共70分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第17题~21题为必考题,每个试题考生必须作答.第22,23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17.(本小题满分12分)

已知函数$f(x)=2\cos(2x+\frac{\pi}{3})-2\cos 2x+1$.

(Ⅰ)试将函数$f(x)$化为$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B(\omega>0)$的形式,并求该函数的对称中心;

(Ⅱ)若锐角$\triangle ABC$中角A,B,C所对的边分别为a,b,c,且$f(A)=0$,求$\frac{b}{c}$的取值范围.

18.(本小题满分12分)

当前《奔跑吧兄弟第三季》正在热播,某校一兴趣小组为研究收看《奔跑吧兄弟第三季》与年龄是否相关,在本市步行街随机抽取了110名成人进行调查.发现45岁及以上的被调查对象中有10人收看,有25人未收看;45岁以下的被调查对象中有50人收看,有25人未收看.

(Ⅰ)试根据题设数据完成下列2×2列联表,并说明是否有99.9%的把握认为收看《奔跑吧兄弟第三季》与年龄有关;

(Ⅱ)采取分层抽样的方法从45岁及以上的被调查对象中抽取了7人,从这7人中任意抽取2人,求至少有一人收看《奔跑吧兄弟第三季》的概率.

附参考公式与数据:

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

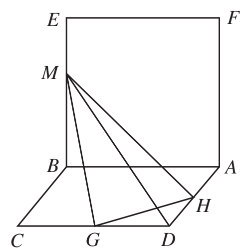
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.010	0.005	0.001
k_0	6.635	7.879	10.828

2×2列联表

	收看	不收看	合计
45岁及以上			
45岁以下			
总计			

19.(本小题满分 12 分)

如图,四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形,且$\angle BAD=60°$,四边形 $ABEF$ 是正方形,平面 $ABCD\perp$平面 $ABEF$,点 G,H 分别为边 CD,DA 的中点,点 M 是线段 BE 上一动点.



(Ⅰ)求证:$GH\perp DM$;

(Ⅱ)求三棱锥 $D-MGH$ 的体积的最大值.

20.(本小题满分 12 分)

已知圆 E 过圆 $x^2+y^2+2x-4y-3=0$ 与直线 $y=x$ 的交点,且圆上任意一点关于直线 $y=2x-2$ 的对称点仍在圆上.

(Ⅰ)求圆 E 的标准方程;

(Ⅱ)若圆 E 与 y 轴正半轴的交点为 A,直线 l 与圆 E 交于 B,C 两点,且点 $H(\sqrt{3},0)$是$\triangle ABC$ 的垂心(垂心是三角形三条高线的交点),求直线 l 的方程.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\begin{cases}a\ln x+x+\dfrac{3}{x},x\geqslant 1,\\ x^3+ax^2+2x-2,x<1,\end{cases}$ $a\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)若 $a=-2$,求函数 $f(x)$的单调区间;

(Ⅱ)若函数 $f(x)$在$(0,2)$上单调递增,求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

已知曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=\sqrt{3}\sin\theta\end{cases}$(其中 θ 为参数),以坐标原点为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+1=0$.

(Ⅰ)分别写出曲线 C_1 与曲线 C_2 的普通方程;

(Ⅱ)若曲线 C_1 与曲线 C_2 交于 A,B 两点,求线段 AB 的长.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x-1|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)<2$ 的解集;

(Ⅱ)若函数 $g(x)=f(x)+f(x-1)$的最小值为 a,且 $m+n=a(m>0,n>0)$,求$\dfrac{2}{m}+\dfrac{1}{n}$的最小值.

题 答 得 不 内 线 封 密

学校________ 姓名________ 准考证号________

密封线内不得答题

全国高考统一考试全真模拟试卷(六)

数学(文科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x\geqslant 4\}$,$B=\{x|-1\leqslant 2x-1\leqslant 0\}$,则 $\complement_R A\cap B$ 等于　(　　)

A. $(4,+\infty)$　B. $[0,\frac{1}{2}]$　C. $(\frac{1}{2},4]$　D. $(1,4]$

2. 命题"$\exists x_0\leqslant 0$,使得 $x_0^2\geqslant 0$"的否定是　(　　)

A. $\forall x\leqslant 0, x^2<0$　B. $\forall x\leqslant 0, x^2\geqslant 0$
C. $\exists x_0>0, x_0^2>0$　D. $\exists x_0<0, x_0^2\leqslant 0$

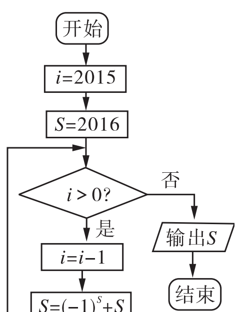
3. 定义运算 $\begin{vmatrix} a, b \\ c, d \end{vmatrix}=ad-bc$,则符合条件 $\begin{vmatrix} z, 1+\mathrm{i} \\ 2, \ 1 \end{vmatrix}=0$ 的复数 z 对应的点在　(　　)

A. 第一象限　B. 第二象限
C. 第三象限　D. 第四象限

4. 设 θ 为第四象限的角,$\cos\theta=\frac{4}{5}$,则 $\sin 2\theta=$　(　　)

A. $\frac{7}{25}$　B. $\frac{24}{25}$　C. $-\frac{7}{25}$　D. $-\frac{24}{25}$

5. 某程序框图如图所示,则该程序运行后输出的值是　(　　)



A. 2 014　B. 2 015　C. 2 016　D. 2 017

6. 经过点(2,1),且渐近线与圆 $x^2+(y-2)^2=1$ 相切的双曲线的标准方程为　(　　)

A. $\frac{x^2}{\frac{11}{3}}-\frac{y^2}{11}=1$　B. $\frac{x^2}{2}-y^2=1$

C. $\frac{y^2}{\frac{11}{3}}-\frac{x^2}{11}=1$　D. $\frac{y^2}{11}-\frac{x^2}{\frac{11}{3}}=1$

7. 平面内满足约束条件 $\begin{cases} y\geqslant 1, \\ y\leqslant 2x-1, \\ x+y\leqslant 8 \end{cases}$ 的点 (x,y) 形成的区域为 M,区域 M 关于直线 $2x+y=0$ 的对称区域为 M',则区域 M 和区域 M' 内最近的两点的距离为　(　　)

A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　C. $\frac{5\sqrt{5}}{5}$　D. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

8. 将函数 $f(x)=-\cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后得到函数 $g(x)$,则 $g(x)$ 具有性质　(　　)

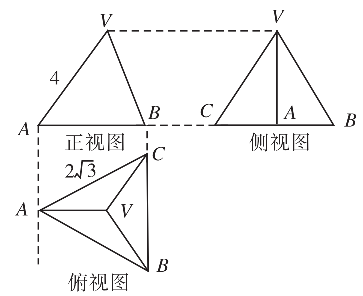
A. 最大值为 1,图象关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称

B. 在 $(0,\frac{\pi}{4})$ 上单调递减,为奇函数

C. 在 $(-\frac{3\pi}{8},\frac{\pi}{8})$ 上单调递增,为偶函数

D. 周期为 π,图象关于点 $(\frac{3\pi}{8},0)$ 对称

9. 如图是正三棱锥 $V-ABC$ 的正视图、侧视图和俯视图,则其侧视图的面积是　(　　)



A. 4　B. 5　C. 6　D. 7

10. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称,当 $0<x\leqslant 1$ 时,$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$,则方程 $f(x)-1=0$ 在 $(0,6)$ 内的零点之和为　(　　)

A. 8　B. 10　C. 12　D. 16

11. 设数列 $\{a_n\}$ 满足:$a_1=1$,$a_2=3$,且 $2na_n=(n-1)a_{n-1}+(n+1)a_{n+1}$,则 a_{20} 的值是　(　　)

A. $4\frac{1}{5}$　B. $4\frac{2}{5}$　C. $4\frac{3}{5}$　D. $4\frac{4}{5}$

12. 对 $\forall\alpha\in\mathbf{R}$,$n\in[0,2]$,向量 $\mathbf{c}=(2n+3\cos\alpha, n-3\sin\alpha)$ 的长度不超过 6 的概率为　(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$　B. $\frac{2\sqrt{5}}{10}$　C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 曲线 $f(x)=x^3-x+3$ 在点 $P(1,3)$ 处的切线方程是________.

14. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列,公差为 1,且 a_5 是 a_3 与 a_{11} 的等比中项,则 $a_1=$________.

15. 已知正数 x,y 满足 $x^2+2xy-3=0$,则 $2x+y$ 的最小值是________.

16. 在正三棱锥 $V-ABC$ 内,有一半球,其底面与正三棱锥的底面重合,且与正三棱锥的三个侧面都相切,若半球的半径为 2,则正三棱锥的体积最小时,其高等于________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 题～21 题为必考题,每个试题考生必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知在数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=2$,$a_2=6$,且数列 $\{a_{n+1}-a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 是公差为 2 的等差数列.

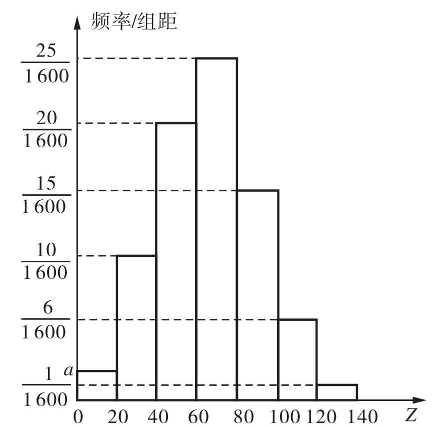
(Ⅰ)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ)记数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和为 S_n,求满足不等式 $S_n>\frac{2\ 015}{2\ 016}$ 的 n 的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

在一次文、理科学习倾向的调研中,对高一年级 1 000 名学生进行文综、理综各一次测试(满分均为 300 分). 测试后,随机抽取若干名学生的成绩,记理综成绩为 X,文综成绩为 Y,$|X-Y|=Z$,将 Z 值分组统计制成下表,并将其中女生的 Z 值分布情况制成如图所示的频率分布直方图.

分组	[0,20)	[20,40)	[40,60)	[60,80)	[80,100)	[100,120)	[120,140)
频数	4	18	42	66	48	20	2

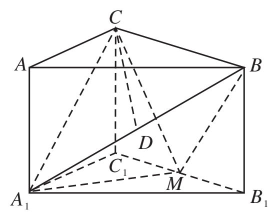


(Ⅰ)若已知直方图中[60,80)的频数为25,试分别估计全体学生中,$Z\in[0,20)$的男、女生人数;

(Ⅱ)记 Z 的平均数为$\overline{Z}$,如果$\overline{Z}>60$ 称为整体具有学科学习倾向,试估计高一年级女生的$\overline{Z}$值(同一组中的数据用该组区间中点值作代表),并判断高一年级女生是否整体具有显著学科学习倾向.

19.(本小题满分12分)

在如图所示的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AC=1$,$BC=\sqrt{2}$,$AB=\sqrt{3}$,侧棱 $AA_1=1$,点 D,M 分别为 A_1B,B_1C_1 的中点.



(Ⅰ)求证:$CD\perp$平面 A_1BM;

(Ⅱ)求三棱锥 $M-A_1BC$ 的体积.

20.(本小题满分12分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,过点 $P(2,4)$作圆 $O:x^2+y^2=20$ 的切线 l,直线 l 恰好过椭圆 C 的右顶点与上顶点.

(Ⅰ)求椭圆 C 的标准方程;

(Ⅱ)若圆 O 上的一点 Q 的切线 l_1 交椭圆 C 于 A,B 两点,试确定$\angle AOB$ 的大小,并加以证明.

21.(本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=a(x-1)(e^x-a)$,常数 $a\in\mathbf{R}$ 且 $a\neq0$.

(Ⅰ)若函数 $f(x)$在$(0,f(0))$处的切线与直线 $y=x$ 垂直,求 a 的值;

(Ⅱ)若对任意的 $x\in[1,+\infty)$都有 $f(x)\geqslant x^2-x$,求 a 的取值范围.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22.(本小题满分10分)选修4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha\end{cases}$(其中 α 为参数),以坐标原点 O 为极点,x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$.

(Ⅰ)若 A,B 为曲线 C_1,C_2 的公共点,求直线 AB 的斜率;

(Ⅱ)若 A,B 分别为曲线 C_1,C_2 上的动点,当 AB 取最大值时,求$\triangle AOB$ 的面积.

23.(本小题满分10分)选修4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-2|+|2x+a|$,$a\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)当 $a=1$ 时,解不等式 $f(x)\geqslant5$;

(Ⅱ)若存在 x_0 满足 $f(x_0)+|x_0-2|<3$,求实数 a 的取值范围.