

书里藏了个辅导专家！**导学号**



全效学习

QUAN XIAO XUE XI TONG BU XUE LIAN CE

同步学练测

《全效学习》编写组 编

知识有效管理

活的人才教育不是灌输知识，而是将开发文化宝库的钥匙，尽我们知道的交给学生。——陶行知

活的人才教育不是灌输知识，而是将开发文化宝库的钥匙，尽我们知道的交给学生。——陶行知

活的人才教育不是灌输知识，而是将开发文化宝库的钥匙，尽我们知道的交给学生。——陶行知

活的人才教育不是灌输知识，而是将开发文化宝库的钥匙，尽我们知道的交给学生。——陶行知

湘教版
数学 SHUXUE
九年级下册

CMS 湖南教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

全效学习·同步学练测·数学九年级·下册:湘教版/
《全效学习》编写组编. —长沙:湖南教育出版社, 2016. 12
ISBN 978-7-5539-4561-3

I. ①全… II. ①全… III. ①中学数学课—初中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 130027 号

全效学习·同步学练测
数学 九年级下册 (湘教版)

《全效学习》编写组 编

责任编辑:钟劲松 张 征

封面设计:田 园

出版发行:湖南教育出版社

地 址:长沙市韶山北路 443 号

网 址: <http://www.hnepb.com>

电子邮箱: hnjycbs@sina.com

微信服务号:多点学习

客 服:电话 0731 - 85486979

经 销:湖南省新华书店

印 刷:湖南凌宇纸品有限公司

开 本:880 mm × 1230 mm 1/16

印 张:9.5

字 数:334 千

版 次:2016 年 12 月第 1 版第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-5539-4561-3

定 价:32.00 元

本书如有印刷、装订错误,可向承印厂调换

版权所有 侵权必究

目 录

第1章 二次函数

1.1 二次函数	2
1.2 二次函数的图象与性质	4
第1课时 二次函数 $y=ax^2$ ($a>0$) 的图象与性质	4
第2课时 二次函数 $y=ax^2$ ($a<0$) 的图象与性质	6
第3课时 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质	8
第4课时 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质	10
第5课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的图象与性质	12
* 1.3 不共线三点确定二次函数的表达式	14
1.4 二次函数与一元二次方程的联系	16
教材回归(一) 二次函数的图象与性质的综合运用	18
1.5 二次函数的应用	20
第1课时 建立二次函数模型	20
第2课时 几何图形面积的最值	22
第3课时 价格调整与最大利润问题	24
第1章质量评估试卷	105

第2章 圆

2.1 圆的对称性	26
2.2 圆心角、圆周角	28
2.2.1 圆心角	28
2.2.2 圆周角	30
第1课时 圆周角定理	30
第2课时 圆周角定理的推论	32
* 2.3 垂径定理	34
教材回归(二) 与垂径定理有关的辅助线的作法	36
2.4 过不共线三点作圆	38
2.5 直线与圆的位置关系	40
2.5.1 直线与圆的位置关系	40
2.5.2 圆的切线	42
第1课时 圆的切线的判定	42
第2课时 圆的切线的性质	44
教材回归(三) 与切线有关的辅助线的作法	46
* 2.5.3 切线长定理	48
2.5.4 三角形的内切圆	50
2.6 弧长与扇形面积	52

第 1 课时 弧长的计算·····	52
第 2 课时 扇形面积的计算·····	54
培优专题(一) 不规则图形面积的计算方法与技巧·····	56
2.7 正多边形与圆·····	58
第 2 章质量评估试卷·····	109

第 3 章 投影与视图

3.1 投 影·····	60
3.2 直棱柱、圆锥的侧面展开图·····	62
3.3 三视图·····	64
第 1 课时 画几何体的三视图·····	64
第 2 课时 根据三视图确定几何体的形状·····	66
教材回归(四) 由三视图计算物体的面积与体积·····	68
第 3 章质量评估试卷·····	113

第 4 章 概 率

4.1 随机事件与可能性·····	70
第 1 课时 随机事件·····	70
第 2 课时 随机事件可能性的大小·····	72
4.2 概率及其计算·····	74
4.2.1 概率的概念·····	74
4.2.2 用列举法求概率·····	76
第 1 课时 列表法求概率·····	76
第 2 课时 画树状图求概率·····	78
培优专题(二) “树”“表”帮你求概率·····	80
4.3 用频率估计概率·····	82
第 4 章质量评估试卷·····	117

期末复习

第 1 章 二次函数·····	84
第 2 章 圆·····	90
第 3 章 投影与视图·····	95
第 4 章 概 率·····	99
期末质量评估试卷(一)·····	121
期末质量评估试卷(二)·····	125
2017 年初中毕业模拟考试试卷(一)·····	129
2017 年初中毕业模拟考试试卷(二)·····	133

第 1 章 二次函数

1.1 二次函数

知识管理

二次函数的概念和一般形式

定义: 如果函数的表达式是自变量的_____多项式,那么,这样的函数称为二次函数.

一般形式: $y = \underline{\hspace{2cm}}$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 其中 x 是自变量, a, b, c 分别是函数表达式的二次项系数、一次项系数和常数项.

注意: (1) 在一般式中, $a \neq 0, b, c$ 均可以为 0;
(2) 二次函数的自变量的取值范围是所有实数,但在实际问题中,自变量的取值范围会有一些的限制,需要根据实际情况作判断.

归类探究

类型之一 二次函数的概念

例 1 有下列函数:

- ① $y = x^2 + 8$;
- ② $y = 2x(1-x)$;
- ③ $y = ax^2 + bx + c$;
- ④ $y = 3x^2 + \frac{3}{x^2}$;
- ⑤ $y = (m^2 + 1)x^2 - x + 3$;
- ⑥ $y = 2x^2 - \frac{1}{2}x(4x-3)$.

其中一定是二次函数的有(填序号):_____.

【点悟】 判断一个函数是不是二次函数,先把关系式化简整理,再分三个步骤来判断:(1)看它是否是整式,如果不是整式,则必不是二次函数;(2)当它是整式时,再看它是否是自变量的二次式;(3)当它是自变量的二次式时,再看二次项系数是否为 0,如果不为 0,那就是二次函数.

例 2 填空:

- (1) 若 $y = (k-2)x^2 + 3$ 是关于 x 的二次函数,则 k _____;
- (2) 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,函数 $y = (m-1)x^{m^2+1} + 2x - 3$ 是关于 x 的二次函数.

【点悟】 解这类题要注意二次项系数 $a \neq 0$ 的隐含条件.

类型之二 实际问题中的二次函数

例 3 如图 1-1-1 所示,长方形 $ABCD$ 的长为 5 cm,宽为 4 cm,如果将它的长和宽都减去 x cm,那么它剩下的小长方形 $AB'C'D'$ 的面积为 y cm^2 .

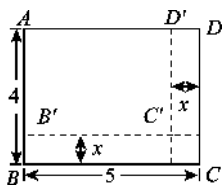


图 1-1-1

- (1) 写出 y 与 x 的函数解析式;
- (2) 上述函数是什么函数?
- (3) 自变量 x 的取值范围是多少?

【点悟】 列几何图形中的等量关系时,常用到周长公式、面积公式或体积公式,有时要借助相似性质解决.

当堂测评

- 贝壳导学号 40842000** [2015·兰州] 下列函数解析式中,一定为二次函数的是 ()
A. $y = 3x - 1$ B. $y = ax^2 + bx + c$
C. $s = 2t^2 - 2t + 1$ D. $y = x^2 + \frac{1}{x}$
- 贝壳导学号 40842001** 自由落体公式 $h = \frac{1}{2}gt^2$ (g 为非零常量), h 与 t 之间的关系是 ()
A. 正比例函数 B. 一次函数
C. 反比例函数 D. 二次函数
- 贝壳导学号 40842002** 函数 $y = (m-n)x^2 + mx + n$ 是二次函数的条件是 ()
A. m, n 为常数,且 $m \neq 0$
B. m, n 为常数,且 $m \neq n$
C. m, n 为常数,且 $n \neq 0$
D. m, n 可以为任意常数
- 贝壳导学号 40842003** 正方形的边长为 3,若边长增加 x ,则面积增加 y ,则 y 与 x 之间的函数关系是 _____.

☑ 分层作业

A组·基础达标

- 贝壳导学号 40842004 下列各式中, y 是 x 的二次函数的是 ()

A. $xy+x^2=1$ B. $x^2+y-2=0$

C. $y^2+ax=-2$ D. $x^2-y^2+1=0$
- 贝壳导学号 40842005 用一根长为 800 cm 的木条做一个矩形的窗框,若宽为 x cm,则它的面积 $y(\text{cm}^2)$ 与宽 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系式是 ()

A. $y=800x$

B. $y=400x$

C. $y=x(400-x)$

D. $y=-x^2+400x(0<x<400)$
- 贝壳导学号 40842006 把 $y=(2-3x)(6+x)$ 变成一般式,二次项为_____,一次项系数为_____,常数项为_____.

- 贝壳导学号 40842007 农村常需要搭建截面为半圆形的全封闭蔬菜塑料暖房,如图 1-1-2 所示,则需要的塑料布 $y(\text{m}^2)$ 与半径 $R(\text{m})$ 的函数关系式是(不考虑塑料埋在土里的部分)_____.

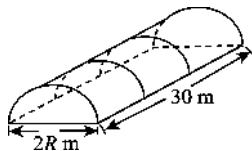


图 1-1-2

- 贝壳导学号 40842008 在半径为 6 cm 的圆中,挖去一个半径为 x cm 的圆面,剩下一个圆环的面积为 $y \text{ cm}^2$,则 y 与 x 之间的关系式为 $y=$ _____, x 的取值范围为_____.
- 贝壳导学号 40842009 某软件商店销售一种益智游戏软件,如果以每盘 50 元的售价销售,一个月能售出 500 盘,根据市场分析,若销售单价每涨价 1 元,月销售量就减少 10 盘,试写出当每盘的售价涨 x 元(x 取整数)时,该商店月销售额 $y(\text{元})$ 与 x 的函数关系式为_____,自变量 x 的取值范围是_____.

- 贝壳导学号 40842010 已知函数 $y=(m^2-m)x^2+(m-1)x+m+1$.

(1)若这个函数是关于 x 的一次函数,求 m 的值.

(2)若这个函数是关于 x 的二次函数,则 m 的值应是多少?

B组·能力提升

- 贝壳导学号 40842011 用长 32 m 的篱笆围成一个矩形养鸡场,设围成的矩形的一边长为 x m,面积为 $y \text{ m}^2$.

(1)求 y 关于 x 的函数关系式.

(2)当 x 为何值时,围成的养鸡场的面积为 60 m^2 ?

(3)能否围成面积为 70 m^2 的养鸡场?如果能,请求出其边长;如果不能,请说明理由.

C组·拓展创新

- 贝壳导学号 40842012 如图 1-1-3,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=4$, $AC=8$,点 D 在斜边 AB 上,分别作 $DE\perp AC$, $DF\perp BC$,垂足分别为 E , F ,得四边形 $DECF$, 设 $DE=x$, $DF=y$.

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式,并求出 x 的取值范围;

(2)设四边形 $DECF$ 的面积为 S ,求 S 与 x 之间的函数表达式.

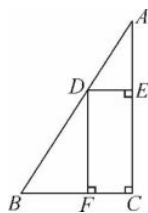


图 1-1-3

1.2 二次函数的图象与性质

第1课时 二次函数 $y=ax^2 (a>0)$ 的图象与性质

知识管理

1. 画出二次函数 $y=ax^2 (a>0)$ 的图象

- 步骤: (1) _____: 自变量从中间 0 开始取, 往两边分别取相反数, 算出相对应的函数值.
(2) _____: 在平面直角坐标系中, 以 x 的值为横坐标, 相应的函数值为纵坐标, 描出相应的点.
(3) _____: 用一条光滑的曲线从左至右依次连接各点.

- 注意: (1) 描点法所画的函数图象只是整个图象的一部分, 是近似的, 由于 x 可取一切实数, 所以图象应是向两方无限延伸的.
(2) 在列表时, 一般以 $x=0$ 为中心向两边取值.
(3) 相邻两点的连线应是平滑曲线, 不能画成线段.

2. 二次函数 $y=ax^2 (a>0)$ 的图象与性质

- 性质: (1) 函数图象的开口 _____.
(2) 图象的对称轴为 _____, 顶点是 _____.
(3) 在对称轴的左侧, y 随 x 的增大而 _____, 在对称轴的右侧, y 随 x 的增大而 _____, 简记为左降右升.
(4) 当 $x=$ _____ 时, 函数值最小, 最小值为 _____.

归类探究

类型之一 二次函数 $y=ax^2 (a>0)$ 的图象与性质

例 1 已知 $y=(k+2)x^{k^2+k-4}$ 是关于 x 的二次函数, 且当 $x>0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

- (1) 求函数解析式;
(2) 写出这个图象的对称轴和顶点坐标.

【点悟】 熟悉 $y=ax^2 (a>0)$ 的图象与性质是解题的关键.

类型之二 生活中的二次函数 $y=ax^2 (a>0)$ 的模型

例 2 已知正方形周长为 $C(\text{cm})$, 面积为 $S(\text{cm}^2)$.
(1) 求 S 和 C 之间的函数解析式, 并在图 1-2-1 中画出图象;

- (2) 根据图象, 求出当 $S=1 \text{ cm}^2$ 时, 正方形的周长.

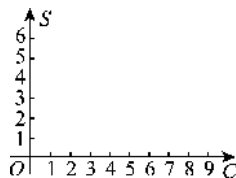


图 1-2-1

【点悟】 解这类问题时要注意自变量的取值范围; 画图象时, 自变量 C 的取值应在取值范围内.

当堂测评

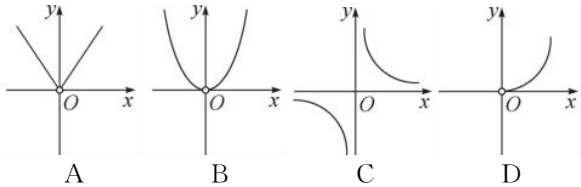
1. **贝壳导学号 40842013** 对于函数 $y=4x^2$, 下列说法不正确的是 ()
A. 对称轴是 $x=0$
B. 当 $x<0$ 时, y 随 x 的增大而减小
C. 开口向上
D. 最高点是 $(0,0)$
2. **贝壳导学号 40842014** 二次函数 $y=\frac{1}{4}x^2$ 的图象开口向 _____, 对称轴是 _____, 顶点坐标是 _____, 它的图象有最 _____ 点, 当 $x=2$ 时, $y=$ _____.

3. **贝壳导学号 40842015** 已知关于 x 的二次函数 $y = (k-1)x^{k^2-3k+4}$ 的图象开口向上, 则 $k =$ _____.

分层作业

A组·基础达标

1. **贝壳导学号 40842016** 正方形的面积 y 与边长 x 之间的函数关系的大致图象是 ()



2. **贝壳导学号 40842017** 关于二次函数 $y = 3x^2$ 的叙述, 错误的是 ()
 A. 开口向上 B. 对称轴是 y 轴
 C. 有最大值 D. 顶点是原点

3. **贝壳导学号 40842018** 已知点 $A(-3, y_1), B(-1, y_2), C(2, y_3)$ 在抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2$ 上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()
 A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 > y_2 > y_3$
 C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_2 < y_3 < y_1$

4. **贝壳导学号 40842019** 若二次函数 $y = ax^2$ 的图象经过点 $P(-2, 4)$, 则该图象必经过点 ()
 A. $(2, 4)$ B. $(-2, -4)$
 C. $(-4, 2)$ D. $(4, -2)$

5. **贝壳导学号 40842020** 函数 $y = \frac{2}{3}x^2$ 的对称轴是 _____, 图象与对称轴的交点是 _____; 在对称轴左侧, y 随 x 的增大而 _____, 函数的最小值为 _____.

6. **贝壳导学号 40842021** 二次函数的图象如图 1-2-2 所示, 图象经过点 $B(-1.5, 3)$, 则它的解析式是 _____, 当 $x =$ _____ 时, 函数 y 有最小值, 这个值是 _____.

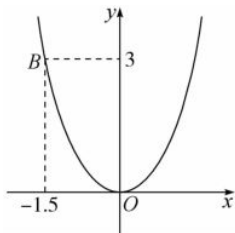


图 1-2-2

7. **贝壳导学号 40842022** 已知二次函数 $y = ax^2$, 当 $x = 3$ 时, $y = \frac{9}{2}$.

- (1) 求当 $x = -2$ 时, y 的值;
 (2) 写出它的对称轴、顶点坐标和开口方向.

B组·能力提升

8. **贝壳导学号 40842023** 如图 1-2-3, $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB \perp OB$, 且 $AB = OB = 3$, 设直线 $x = t$ 截此三角形所得阴影部分的面积为 S , 则 S 与 t 之间的函数关系的图象为下列选项中的 ()

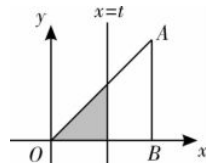
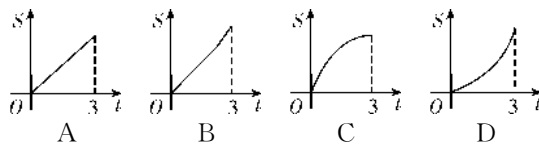


图 1-2-3



9. **贝壳导学号 40842024** 二次函数 $y = ax^2$ 与直线 $y = 2x - 1$ 的图象交于点 $P(1, m)$.
 (1) 求 a, m 的值.
 (2) 写出二次函数的表达式, 并指出 x 取何值时该表达式中 y 随 x 的增大而增大.
 (3) 写出该抛物线的顶点坐标和对称轴.

C组·拓展创新

10. **贝壳导学号 40842025** (1) 在如图 1-2-4 所示的坐标系中, 画出二次函数 $y = x^2$ 与一次函数 $y = 2x + 3$ 的图象.
 (2) 若二次函数 $y = x^2$ 与一次函数 $y = 2x + 3$ 的图象交于 A, B 两点.
 ① 求出 A, B 两点的坐标;
 ② 求 $S_{\triangle AOB}$.

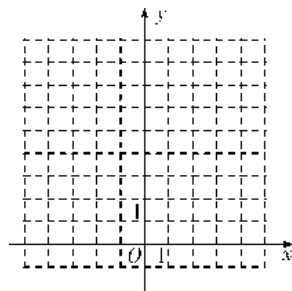


图 1-2-4

第2课时 二次函数 $y=ax^2$ ($a<0$) 的图象与性质

知识管理

1. 画 $y=-ax^2$ ($a>0$) 的图象

方法: 由于 $y=ax^2$ ($a>0$) 与 $y=-ax^2$ ($a>0$) 的图象关于_____对称, 只需先作 $y=ax^2$ ($a>0$) 的图象, 再根据对称性, 把它沿 x 轴翻折并将图象“复印”下来, 就得到 $y=-ax^2$ ($a>0$) 的图象.

2. 二次函数 $y=ax^2$ ($a<0$) 的图象与性质

性质: (1) 函数图象的开口_____.
 (2) 图象的对称轴为_____, 顶点是_____.
 (3) 在对称轴的左侧, y 随 x 的增大而_____, 在对称轴的右侧, y 随 x 的增大而_____, 简记为左升右降.
 (4) 当 $x=_____$ 时, 函数值最大, 最大值为_____.

3. 抛物线及其有关概念

概念: 一般地, 二次函数 $y=ax^2$ 的图象叫作_____.

特征: 二次函数 $y=ax^2$ 的图象关于_____对称, 抛物线与它的对称轴的交点叫作抛物线的顶点, 抛物线 $y=ax^2$ 的顶点是原点.

归类探究

类型 二次函数 $y=ax^2$ ($a<0$) 的图象与性质

例1 在平面直角坐标系中作出 $y=-4x^2$ 的图象, 并根据图象回答下列问题:

- (1) 抛物线与 x 轴有交点吗? 如果有, 请写出交点坐标.
- (2) 指出此抛物线的对称轴及顶点坐标.
- (3) 当 $x<0$ 时, 随着 x 值的增大, y 值如何变化? 此时抛物线上这一部分图象的趋势可简称为什么? 当 $x>0$ 时呢?
- (4) 当 x 取何值时, y 有最大值? 最大值是多少?

例2 已知 $y=(k+2)x^{k^2+k-4}$ 是关于 x 的二次函数, 且函数图象有最高点.

- (1) 求 k 的值;
- (2) 求顶点坐标和对称轴.

当堂测评

1. **贝壳导学号 40842026** 原点是抛物线 $y=(m-2)x^2$ 的最高点, 则 m 的取值范围是 ()
 A. $m<-2$ B. $m>-2$
 C. $m<2$ D. $m>2$
2. **贝壳导学号 40842027** 二次函数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的最大值是 ()
 A. $x=0$ B. $y=0$
 C. $x=-\frac{1}{3}$ D. $y=-\frac{1}{3}$
3. **贝壳导学号 40842028** 下列关于抛物线 $y=-x^2$ 的说法错误的是 ()
 A. 关于 y 轴对称
 B. 与抛物线 $y=x^2$ 关于 x 轴对称
 C. 当 $x<0$ 时, y 随 x 的增大而减小
 D. 抛物线有一个最高点, 其坐标为 $(0,0)$
4. **贝壳导学号 40842029** 如图 1-2-5, a_1, a_2, a_3, a_4 的大小关系是 ()
 A. $a_1>a_2>a_3>a_4$ B. $a_1<a_2<a_3<a_4$
 C. $a_4>a_1>a_2>a_3$ D. $a_2>a_3>a_1>a_4$

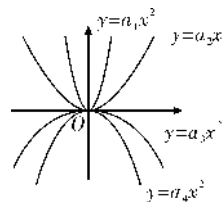


图 1-2-5

✓ 分层作业

A组·基础达标

- 贝壳导学号 40842030 把抛物线 $y=2x^2$ 的图象沿 x 轴翻折后的图象的解析式为 ()

A. $y=\frac{1}{2}x^2$ B. $y=-\frac{1}{2}x^2$

C. $y=2x^2$ D. $y=-2x^2$
- 贝壳导学号 40842031 关于函数 $y=-4x^2$ 的说法中,下列叙述不正确的是 ()

A. 开口向下

B. 图象有最低点(0,0)

C. 它的图象关于 y 轴对称

D. 当 $x>0$ 时, y 随 x 的增大而减小
- 贝壳导学号 40842032 已知二次函数 $y_1=-3x^2, y_2=-\frac{3}{2}x^2, y_3=-\frac{1}{3}x^2$, 它们图象的开口由小到大的顺序是 ()

A. y_1, y_2, y_3 B. y_3, y_2, y_1

C. y_2, y_1, y_3 D. y_3, y_1, y_2
- 贝壳导学号 40842033 抛物线 $y=-5x^2$ 开口 _____; 当 $x=_____$ 时, y 有最 _____ 值,是 _____; 当 $x_____$ 时, y 随 x 的增大而减小.
- 贝壳导学号 40842034 当 $m=_____$ 时,抛物线 $y=(m+1)x^{m^2+m}$ 开口向下,当 $x_____$ 时, y 随 x 的增大而增大.

B组·能力提升

- 贝壳导学号 40842035 已知抛物线 $y=ax^2$ 经过点 $A(-2,-8)$.

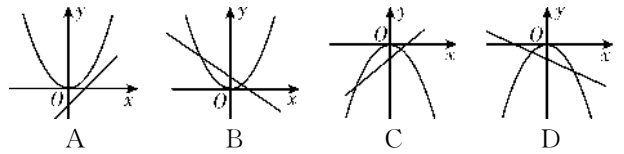
(1)求 a 的值.

(2)写出抛物线的开口方向,对称轴及顶点坐标.

(3) x 取什么值时, y 随 x 的增大而增大?

(4)判断点 $B(-1,-4)$ 是否在此抛物线上.

- 贝壳导学号 40842036 当 $ab>0$ 时,抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=ax+b$ 在同一直角坐标系中的图象大致是 ()



- 贝壳导学号 40842037 已知点 $A(1,a)$ 在抛物线 $y=-x^2$ 上.

(1)求 A 点的坐标.

(2)点 O 为坐标原点,在 x 轴上是否存在点 P ,使 $\triangle OAP$ 是等腰三角形? 若存在,写出 P 点坐标;若不存在,说明理由.

C组·拓展创新

- 贝壳导学号 40842038 已知二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 与直线 $y=2x-3$ 相交于点 $A(1,b)$, 求:

(1) a, b 的值;

(2)函数 $y=ax^2$ 的图象的顶点 M 的坐标及直线与抛物线的另一个交点 B 的坐标;

(3) $\triangle AMB$ 的面积.

第3课时 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质

知识管理

1. 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象

图 象: (1) 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象是一条抛物线, 它与抛物线 $y=ax^2$ 的_____相同, 只是位置不同.

(2) 开口方向、对称轴、顶点坐标:

$y=a(x-h)^2$	开口方向		对称轴	顶点坐标
	$a>0$	_____		
$a<0$	_____	_____	_____	_____

注 意: 在二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象中, a 的值决定了图象的开口方向是向上还是向下, h 的值决定了对称轴是哪条直线以及顶点横坐标的位置.

画 法: 方法一: 用“列表、描点、连线”三个步骤画出对称轴, 以及图象在对称轴右边的部分, 然后利用对称性, 画出图象在对称轴左边的部分即可.

方法二: 将抛物线 $y=ax^2$ 左右平移, 可得到抛物线 $y=a(x-h)^2$.

(1) 当 $h>0$ 时, 将抛物线 $y=ax^2$ 向_____平移 h 个单位, 得到 $y=a(x-h)^2$;

(2) 当 $h<0$ 时, 将抛物线 $y=ax^2$ 向_____平移 $|h|$ 个单位, 得到 $y=a(x-h)^2$.

2. 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的性质

性 质: (1) 当 $a>0$ 时, 在对称轴右侧 (即 $x>h$), 函数值 y 随 x 的增大而_____; 在对称轴左侧 (即 $x<h$), 函数值 y 随 x 的增大而_____; 当 $x=h$ 时, 函数有最_____值, 其值为 0.

(2) 当 $a<0$ 时, 在对称轴右侧 (即 $x>h$), 函数值 y 随 x 的增大而_____; 在对称轴左侧 (即 $x<h$), 函数值 y 随 x 的增大而_____; 当 $x=h$ 时, 函数有最_____值, 其值为 0.

归类探究

类型之一 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质

例 1 已知抛物线 $y=-\frac{1}{4}(x+1)^2$.

(1) 写出对称轴.

(2) 完成下表, 并在下面的坐标系中描点画出抛物线的图象.

x	...	-5	-3	-1	1	3	...
y

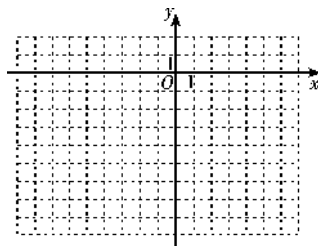


图 1-2-6

(3) 观察图象确定: x 取何值时, y 随 x 的增大而减小; x 取何值时, y 随 x 的增大而增大.

类型之二 抛物线 $y=a(x-h)^2$ 的平移规律

例 2 把二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象向左平移 2 个单位后, 得到 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$ 的图象.

(1) 试确定 a, h 的值;

(2) 指出二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象的开口方向, 对称轴和顶点坐标.

【点悟】 由抛物线 $y=ax^2$ 平移得到抛物线 $y=a(x\pm h)^2$ 的规律是: 左右平移, 左加右减.

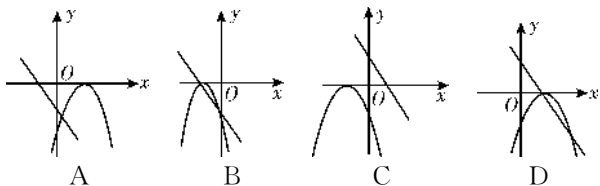
当堂测评

- 贝壳导学号 40842039** 抛物线 $y=3(x-5)^2$ 的顶点坐标是 ()
A. (0, -5) B. (-5, 0)
C. (0, 5) D. (5, 0)
- 贝壳导学号 40842040** [2015·兰州] 在下列二次函数中, 其图象对称轴为 $x=-2$ 的是 ()
A. $y=(x+2)^2$ B. $y=2x^2-2$
C. $y=-2x^2-2$ D. $y=2(x-2)^2$
- 贝壳导学号 40842041** 已知二次函数 $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2$, 对于 $x_1<x_2<3$, x_1, x_2 的对应函数值为 y_1, y_2 , 则 ()
A. $y_1=y_2$ B. $y_1>y_2$
C. $y_1<y_2$ D. 无法确定
- 贝壳导学号 40842042** 将抛物线 $y=4x^2$ 向右平移 3 个单位后所得的抛物线是_____.

✓ 分层作业

A组·基础达标

1. **贝壳导学号 40842043** 将抛物线 $y = -x^2$ 向左平移 2 个单位后, 得到的抛物线的解析式是 ()
- A. $y = -(x+2)^2$
 B. $y = -x^2 + 2$
 C. $y = -(x-2)^2$
 D. $y = -x^2 - 2$
2. **贝壳导学号 40842044** 在平面直角坐标系中, 函数 $y = -x - 1$ 与 $y = -\frac{3}{2}(x-1)^2$ 的图象大致是 ()



3. **贝壳导学号 40842045** 抛物线 $y = (x-1)^2$ 的开口 _____, 对称轴是 _____, 顶点坐标是 _____, 它可以看作是由抛物线 $y = x^2$ 向 _____ 平移 _____ 个单位得到的.
4. **贝壳导学号 40842046** 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$ 的对称轴是直线 _____, 顶点坐标为 _____.
5. **贝壳导学号 40842047** 函数 $y = -3(x+1)^2$, 当 x _____ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小. 当 $x =$ _____ 时, 函数取得最 _____ 值, 最 _____ 值 $y =$ _____.
6. **贝壳导学号 40842048** 将抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$ 向左平移 5 个单位, 求所得到的抛物线的解析式、对称轴和顶点坐标.

7. **贝壳导学号 40842049** 已知一个二次函数的顶点是 $(-1, 0)$, 且过点 $(2, 8)$, 求此二次函数解析式.

B组·能力提升

8. **贝壳导学号 40842050** 已知函数 $y = 2x^2$, $y = 2(x-4)^2$ 和 $y = 2(x+1)^2$.
- (1) 在同一坐标中画出它们的图象;
 (2) 分别写出各个函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标;
 (3) 分析分别通过怎样的平移, 可以由抛物线 $y = 2x^2$ 得到抛物线 $y = 2(x-4)^2$ 和 $y = 2(x+1)^2$.

C组·拓展创新

9. **贝壳导学号 40842051** 如图 1-2-7, 已知二次函数 $y = (x+2)^2$ 的图象与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 B.

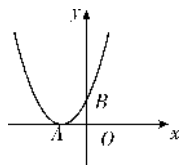


图 1-2-7

- (1) 求点 A, B 的坐标及 $S_{\triangle AOB}$;
 (2) 写出抛物线的对称轴;
 (3) 在对称轴上是否存在点 P, 使以 P, A, O, B 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 求出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

✓ 分层作业

A组·基础达标

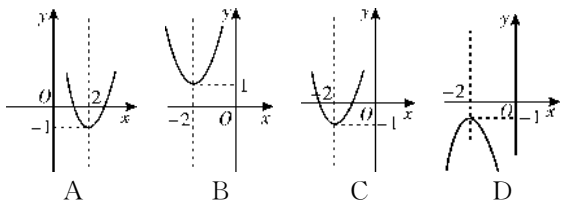
- 贝壳导学号 40842056** [2015·台州] 设二次函数 $y=(x-3)^2-4$ 图象的对称轴为直线 l , 若点 M 在直线 l 上, 则点 M 的坐标可能是 ()

A. (1,0) B. (3,0)
C. (-3,0) D. (0,-4)
- 贝壳导学号 40842057** 将抛物线 $y=(x-1)^2+3$ 向左平移 1 个单位, 再向下平移 3 个单位后所得抛物线的解析式为 ()

A. $y=(x-2)^2$ B. $y=(x-2)^2+6$
C. $y=x^2+6$ D. $y=x^2$
- 贝壳导学号 40842058** 下列二次函数中, 图象以直线 $x=2$ 为对称轴, 且经过点(0,1)的是 ()

A. $y=(x-2)^2+1$ B. $y=(x+2)^2+1$
C. $y=(x-2)^2-3$ D. $y=(x+2)^2-3$
- 贝壳导学号 40842059** 已知二次函数 $y=2(x-3)^2+1$, 有下列说法: ①其图象的开口向下; ②其图象的对称轴为直线 $x=-3$; ③其图象顶点坐标为(3,-1); ④当 $x<3$ 时, y 随 x 的增大而减小. 其中说法正确的有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 贝壳导学号 40842060** 二次函数 $y=2(x+2)^2-1$ 的图象是 ()



- 贝壳导学号 40842061** 二次函数 $y=-5(x+3)^2-4$ 的图象的开口_____, 顶点坐标是_____, 对称轴是_____.
- 贝壳导学号 40842062** 二次函数 $y=2(x+2)^2-1$ 与 $y=2(x-1)^2+2$ 的图象是由 $y=2x^2$ 的图象通过怎样的平移得到的? 它们之间是通过怎样的平移得到的?

B组·能力提升

- 贝壳导学号 40842063** 已知关于 x 的二次函数的图象的顶点坐标为(-1,2), 且图象过点(1,-3).

(1)求这个二次函数的关系式;
(2)写出它的开口方向、对称轴.

C组·拓展创新

- 贝壳导学号 40842064** 如图 1-2-9 所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=x^2$ 向左平移 1 个单位, 再向下平移 4 个单位, 得到抛物线 $y=(x-h)^2+k$. 所得抛物线与 x 轴交于 A, B 两点(点 A 在点 B 的左边), 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D .

(1)求 h, k 的值;
(2)判断 $\triangle ACD$ 的形状, 并说明理由.

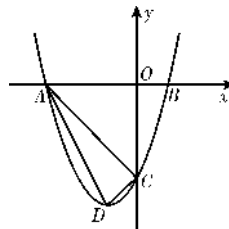


图 1-2-9

第5课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图象与性质

知识管理

1. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的画法

方法:描点法.

步骤:(1)把 $y=ax^2+bx+c$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式;

(2)确定抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标;

(3)在对称轴的两侧,以顶点为中心,左右对称描点画图.(或先画出图象在对称轴的右边部分,再利用对称性,画出图象在对称轴左边的部分)

注意:若抛物线与 x 轴有交点,最好选取交点描点,特别是画抛物线草图时,更要注意:①开口方向;②对称轴;③顶点;④与 x 轴的交点;⑤与 y 轴的交点等.

2. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标及对称轴

顶点坐标:_____.

对称轴:直线_____.

注意:顶点坐标的求法有两种思路:其一,直接应用顶点坐标公式;其二,用配方法,将抛物线化为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$,再确定顶点坐标为 (h,k) .

3. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最大(小)值

规律: $x=-\frac{b}{2a}$ 时, $y_{\text{最值}}=\frac{4ac-b^2}{4a}$. 当 $a>0$ 时,函数

在 $x=-\frac{b}{2a}$ 处取得最小值;当 $a<0$ 时,函数在

$x=-\frac{b}{2a}$ 处取得最大值.

归类探究

类型 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图象与性质

例 已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$.

(1)试确定抛物线的开口方向、顶点坐标和对称轴.

(2) x 为何值时, y 有最值?

(3)在如图 1-2-10 所示的坐标系中,画出函数的图象,并说明该抛物线是由抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 怎样平移得到的.

(4)根据图象回答, x 取何值时, $y>0$, $y=0$, $y<0$?

(5)根据图象回答, x 取何值时, y 随 x 的增大而增大? x 取何值时, y 随 x 的增大而减小?

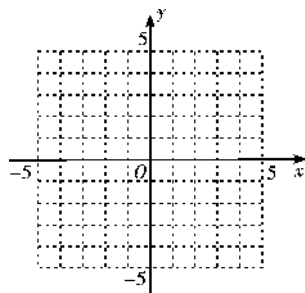


图 1-2-10

【点悟】(1)求抛物线的顶点和对称轴一般有两种方法:一是配方法;二是公式法:抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}$.

(2)画二次函数图象时,要注意充分利用抛物线的对称性,描点一定要有顶点.

(3)抛物线的平行移动,只要抓住顶点和对称轴的移动位置就不难把握,注意记住八个字“左加右减,上加下减”.

当堂测评

1. **贝壳导学号 40842065** [2015·乐山]二次函数 $y=-x^2+2x+4$ 的最大值为 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

2. **贝壳导学号 40842066** [2016·南充]抛物线 $y=x^2+2x+3$ 的对称轴是 ()
A. 直线 $x=1$ B. 直线 $x=-1$
C. 直线 $x=-2$ D. 直线 $x=2$

3. **贝壳导学号 40842067** [2016·怀化]二次函数 $y=x^2+2x-3$ 的开口方向、顶点坐标分别是 ()
A. 开口向上,顶点坐标为 $(-1, -4)$
B. 开口向下,顶点坐标为 $(1, 4)$
C. 开口向上,顶点坐标为 $(1, 4)$
D. 开口向下,顶点坐标为 $(-1, -4)$

4. **贝壳导学号 40842068** 抛物线 $y=x^2-2x-3$ 的顶点坐标是_____.

✓ 分层作业

A组·基础达标

- 贝壳导学号 40842069** 二次函数 $y=x^2-4x+5$ 的顶点坐标为 ()

A. $(-2,-1)$ B. $(2,1)$
C. $(2,-1)$ D. $(-2,1)$
- 贝壳导学号 40842070** [2015·临沂] 要将抛物线 $y=x^2+2x+3$ 平移后得到抛物线 $y=x^2$, 下列平移方法正确的是 ()

A. 向左平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位
B. 向左平移 1 个单位, 再向下平移 2 个单位
C. 向右平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位
D. 向右平移 1 个单位, 再向下平移 2 个单位
- 贝壳导学号 40842071** 抛物线 $y=x^2-4x+3$ 的图象向右平移 2 个单位长度后所得新的抛物线的顶点坐标为 ()

A. $(4,-1)$ B. $(0,-3)$
C. $(-2,-3)$ D. $(-2,-1)$
- 贝壳导学号 40842072** [2016·衢州] 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 图象上部分点的坐标 (x,y) 对应值列表如下:

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-3	-2	-3	-6	-11	...

- 则该函数图象的对称轴是 ()
- A. 直线 $x=-3$ B. 直线 $x=-2$
C. 直线 $x=-1$ D. 直线 $x=0$
- 贝壳导学号 40842073** 二次函数 $y=x^2-2x+6$ 的最小值是_____.
 - 贝壳导学号 40842074** [2015·上海] 如果将抛物线 $y=x^2+2x-1$ 向上平移, 使它经过点 $A(0,3)$, 那么所得新抛物线的表达式是_____.
 - 贝壳导学号 40842075** 已知二次函数 $y=-2x^2+4x-3$.

(1) 将其化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式;
(2) 说明(1)中抛物线是由 $y=-2x^2$ 的图象经过怎样的图形变换得到的;
(3) 写出(1)中抛物线的顶点坐标, 对称轴.

B组·能力提升

- 贝壳导学号 40842076** 已知二次函数 $y=x^2-4x+3$.

(1) 用配方法求其函数的顶点 C 的坐标, 并描述该函数的函数值随自变量的增减而变化的情况;
(2) 求函数图象与 x 轴的交点 A, B 的坐标, 及 $\triangle ABC$ 的面积.

C组·拓展创新

- 贝壳导学号 40842077** [2016·宁波] 如图 1-2-11, 已知抛物线 $y=-x^2+mx+3$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 B 的坐标为 $(3,0)$.

(1) 求 m 的值及抛物线的顶点坐标.
(2) 点 P 是抛物线对称轴 l 上的一个动点, 当 $PA+PC$ 的值最小时, 求点 P 的坐标.

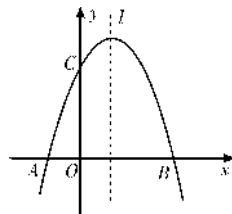


图 1-2-11

* 1.3 不共线三点确定二次函数的表达式

知识管理

待定系数法确定二次函数的解析式

常用方法:(1)设一般式: $y=$ _____ ,
当已知抛物线上任意三点时,通常设该函数解析式为一般式,然后列出三元一次方程组求解.

(2)设顶点式:_____,
当已知抛物线的顶点坐标和抛物线上另一点时,通常设函数解析式为顶点式.

拓展方法:若已知抛物线与 x 轴的两个交点坐标 $(x_1, 0)$ 和 $(x_2, 0)$, 则可设抛物线的解析式为 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$.

归类探究

类型之一 利用一般式求二次函数的解析式

例 1 已知一个二次函数的图象经过点 $(0, 0)$, $(1, -3)$, $(2, -8)$.

- (1)求这个二次函数的表达式;
- (2)写出它的对称轴和顶点坐标.

【点悟】 已知二次函数图象上任意三点的坐标, 可选用一般式 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$, 从而得到关于 a, b, c 的三元一次方程组, 求出 a, b, c 的值就得到二次函数的解析式, 再用配方法可求出抛物线的对称轴和顶点坐标.

类型之二 利用顶点式求二次函数的解析式

例 2 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $(-2, 3)$, 且过点 $(-1, 5)$, 求抛物线的解析式.

【点悟】 已知二次函数图象的顶点坐标或对称轴, 通常设顶点式 $y=a(x-h)^2+k$.

类型之三 利用交点式求二次函数的解析式

例 3 已知抛物线与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, 且过点 $M(0, 1)$, 求此抛物线的解析式.

【点悟】 当已知条件涉及到抛物线与 x 轴的两个交点坐标时, 常设 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$ 求解.

当堂测评

- 贝壳导学号 40842078** 已知二次函数的图象经过 $(1, 0)$, $(2, 0)$ 和 $(0, 2)$ 三点, 则抛物线的解析式为 ()
A. $y=2x^2+x+2$ B. $y=x^2+3x+2$
C. $y=x^2-2x+3$ D. $y=x^2-3x+2$

- 贝壳导学号 40842079** [2014·淄博] 如图 1-3-1, 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象过点 $B(0, -2)$, 它与反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象交于点 $A(m, 4)$, 则这个二次函数的解析式为 ()

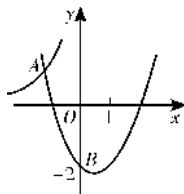


图 1-3-1

- A. $y=x^2-x-2$
B. $y=x^2-x+2$
C. $y=x^2+x-2$
D. $y=x^2+x+2$
- 贝壳导学号 40842080** 抛物线 $y=2x^2+bx+c$ 的顶点坐标是 $(1, -2)$, 则 $b=$ _____, $c=$ _____.
- 贝壳导学号 40842081** 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图 1-3-2 所示, 则此抛物线的解析式为_____.

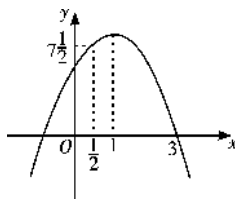


图 1-3-2