

SHU
XUE



新课标新高考下的 数学习题 精粹

主 编◎吕荣春

XIN KEBIAO XIN GAOKAO XIA DE
SHUXUE XITI JINGCUI



电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标新高考下的数学习题精粹 / 吕荣春主编. —成都: 电子科技大学出版社, 2017.1

ISBN 978-7-5647-4088-7

I. ①新… II. ①吕… III. ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第309303号

新课标新高考下的数学习题精粹

主 编 吕荣春

出 版: 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦 邮编: 610051)
策划编辑: 杨仪玮
责任编辑: 杨仪玮 兰 凯
主 页: www.uestcp.com.cn
电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn
发 行: 新华书店经销
印 刷: 四川煤田地质制图印刷厂
成品尺寸: 185mm×260mm 印张 15.5 字数 395千字
版 次: 2017年1月第一版
印 次: 2017年1月第一次印刷
书 号: ISBN 978-7-5647-4088-7
定 价: 42.00元

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83201495。
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

前 言

我们的教育一直在经历着改革，我们的教材也在发生变化，以前的教材从知识本身出发，注重知识的系统性和严谨性，其领袖人物是数学家。新教材以学生为主体，注重知识的形成过程，培养学生的探究能力，其领袖人物是教材教法的专家。

作为学习者，我们应该看到新课程很多精彩的理念，并在学习实践中反复揣摩和总结，兼顾整个知识结构的构建、能力和思维的培养。

这本书有以下一些特色。

一、让学生触及到课改的精神，并在高考真题中感悟课改、领会高考命题的思路

课改有很多非常精彩的理念，引领着学生学习每一章，我们把它们直接写出来，并让学生看到这些课改的理念在我们高考题目中如何体现，甚至有些省份的高考课标卷是如何执着地每年坚持考查的。

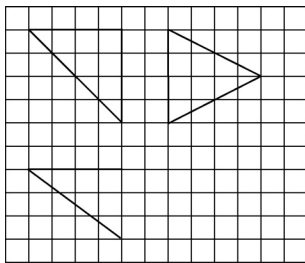
比如：新教材在讲立体几何时，先从宏观讲几何体的结构，再从微观角度讲点线面的位置关系，这符合我们“宏观看结构，微观抓关键”的认知规律，我们都不自觉地在生活中反复应用了。这一改变当然把直观感知能力提得更高，这符合立体几何的学习。这一改变就要求我们在思考点线面位置关系的时候，要不断回到几何体中去思考，这可以避免“只见树木，不见森林”的片面思想，让空间想象能力有了一个很好的落脚点，不仅降低了学习难度，更有利于空间观念的建立。下面来看看全国命题卷是如何体现的：立体几何载体的思想（从整体到局部，补形法也是长方体作为载体思想的体现）。

【样题 1】（2008 年海南）某几何体的一条棱长为 $\sqrt{7}$ ，在该几何体的正视图中，这条棱的投影是长为 $\sqrt{6}$ 的线段，在该几何体的侧视图与俯视图中，这条棱的投影分别是长为 a 和 b 的线段，则 $a + b$ 的最大值为（ ）

- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{5}$

【样题 2】（2014 年新课标 I）如图所示，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的各条棱中，最长的棱的长度为（ ）

- A. $6\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}$
C. 6 D. 4



【样题 3】(2013 年新课标 II) 已知 m, n 为异面直线, $m \perp$ 平面 α , $n \perp$ 平面 β . 直线 l 满足 $l \perp m, l \perp n, l \not\subset \alpha, l \not\subset \beta$, 则 ()

- A. $\alpha \parallel \beta$, 且 $l \parallel \alpha$ B. $\alpha \perp \beta$, 且 $l \perp \beta$
 C. α 与 β 相交, 且交线垂直于 l D. α 与 β 相交, 且交线平行于 l

【样题 4】(2013 年辽宁) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点都在球 O 的球面上, 若 $AB=3$, $AC=4$, $AB \perp AC$, $AA_1=12$, 则球 O 的半径为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $3\sqrt{10}$

再比如: 人教 A 版必修 4 在 1.4.1 小节先作出了正弦函数、余弦函数的图形, 接着在 1.4.2 小节根据图象研究正余弦函数的性质, 这是从图象到性质来研究函数, 而在 1.4.3 小节中正切函数的性质与图象是先研究函数性质, 借助性质更好地作图. 新教材为我们呈现了两种研究思路. 从性质到图象的研究思路在新课程的高考中, 多次遇到, 如下所示.

【样题 5】(2010 年山东) 函数 $y=2^x-x^2$ 的图象大致是 ()



考查函数 $y=2^x-x^2$ 的单调性、值域、零点的个数以及某点附近的函数值等性质中的几个, 就可以作出正确的选择. 为了强调从性质到图象的研究思路, 山东从 2006 年、2008 年到 2013 年 7 年都坚持这样的考查思路, 让学生分别选择函数 $y=1+a^x (0 < a < 1)$ 反函数、 $y=\ln \cos x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ 、 $y=\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ 、 $y=2^x-x^2$ 、 $y=\frac{x}{2}-2\sin x$ 、 $y=\frac{\cos 6x}{2^x-2^{-x}}$ 和 $y=x \cos x + \sin x$ 的图象.

这深深地震撼了我们, 把历年的高考题仔细对比会发现, 不仅山东, 很多省市的考试为了突出某种理念, 都会非常地执着、不断地重复经典, 这有利于更好地领会高考的命题思路.

本书把很多以前的高考题呈现出来, 很多人会认为比较旧, 要做新题. 基于以下两点考虑, 很多最新的模拟题其实是改编很老的高考题, 而改编的题目往往没有真题好, 我们做题不在于新, 而在于对趋势的把握, 列出高考题, 会惊讶地发现很多的高考题都是在不断地重复.

二、通过高考题目赏析让学生站在更高的高度来审视, 提高学科素养

我们一些教育的专家, 建议让学生来出题. 其实, 在这个过程中, 应该增加一个非常重要的环节——点评和赏析高考题目.

全国各个省份命题人不一样, 水平也参差不齐, 如果学生能够通过做题感知他们的

水平差异的时候，此时，学生的学科素养是完全不一样的，就像只会看书的和经常写书评的人水平是不可同日而语的。

所以我们不仅仅是呈现高考真题，而是希望和学生一起去反思，站在一定的高度来审视，审视题目考查了学生哪些基本能力，是否反映了课改的理念，是否反映了知识的本质。

我们将向学生展示高考题目的精彩之处，也会把高考题目集中在一起赏析，一系列原题重现让学生震惊于高考只是在不断地重复昨天的故事。

三、通过分值分布抓重点

课改首先在海南、宁夏试点，2007年到2009年的海南、宁夏卷都是全国课标卷，2009年到2014年的辽宁卷也是全国课标卷的命题，有很多新的尝试，我们对六大块在十年全国课标卷高考命题的分布比例，明确重点，让学生更好地分配精力。

	三角函数、恒等变换,解三角形	数列	概率统计	立体几何	解析几何	函数与导数
2007年海南、宁夏	3,9,17共22分	4题5分	11,19共17分	8,12,22共22分	6,13,19共22分	10,14,21共22分
2008年海南、宁夏	1,3,7共15分	4,17共17分	3,16,19共22分	7,12,15,18共27分	11,12,20共22分	10,21共17分
2009年海南、宁夏	5,4,17共22分	7,16共10分	3,18共17分	8,11,19共22分	4,8,13,20共27分	12,21共17分
2010年	9,16共10分	17题12分	6,19共17分	10,14,18共22分	12,15,20共22分	3,4,8,11,13,21共37分
2011年	5,11,16共15分	17题12分	3,19共17分	6,15,18共22分	7,8,20共22分	2,9,12,21共27分
2012年	9,17共17分	5,16共10分	3,15,18共18分	7,11,19共22分	4,8,20共22分	5,12,18,21共27分
2013年II	15,17共17分	3,16共10分	14,19共13分	4,7,18共22分	11,12,20共22分	8,10,19(1),21共26分
2014年II	4,14共10分	17题12分	19题12分	6,11,18共22分	10,16,20共22分	8,12,15,21共27分
2015年II	10,17共17分	4,16共10分	3,18共17分	6,9,19共22分	7,11,20共22分	7,11,20共22分
2016年I	12,17共17分	3,15共10分	4,19共17分	6,11,18共22分	5,10,20共22分	7,8,21共22分
2016年II	7,9共10分	17题12分	10,14,18共22分	6,19共17分	4,11,20共22分	12,16,21共22分

复思考和体会. 此书针对解题过程中的“关键点”“难点”“核心思想方法”做了批注, 并用一个“矩形框”来突出.

六、系统性的变式实现点的突破, 融知识点、思想方法和易错点立体式构建知识、思想、能力体系

新教材注重探究能力的培养, 注重学生的选择性, 但我们也期望学生能够构建一个良好的知识结构, 以便学生可以把新的知识纳入到原有的结构, 或者灵活的改变其结构以便和新的知识进行更好地整合. 知识结构的构建过程就是学生能力和思维的发展的过程. 我们做了很多的思考:

(一) 系统性的变式实现“点”的强化

学生普遍的困惑是上课都能听懂, 但独立做题又遇到极大的困难, 考试的时候不会做, 平时学习中, 只要有充足的时间, 理论上人人都可以得高分, 从听懂到能够独立地做起, 到能够又快又准确地做起, 这之间需要一个反复强化的过程, 我们通过系统性的变式, 即横向和纵向变式来突破, 横向变式主要是同一个知识点“质同形异”的考查, 即正向、逆向通过不同的语言、不同的方式来呈现, 同时注重和相关在知识的联系; 纵向变式, 是不断深入, 从教材的题目到高考题, 再到自主招生考试和竞赛试题, 学生在不自觉中已经走入了思维的深处.

“系统性的变式”这是为构建一个良好的知识结构做的准备工作, 公式、重要结论、常考数字的记忆和应用也是必须的.

比如: 对于“向量投影及投影的应用”这个知识点, 我们选择如下一些题组:

【样题 6】 已知向量 \vec{AB} 与 \vec{AC} 的夹角为 120° , 且 $|\vec{AB}|=3, |\vec{AC}|=2$.

(1) 求 \vec{AB} 在 \vec{AC} 方向上的投影; (2) 求 \vec{AC} 在 \vec{AB} 方向上的投影.

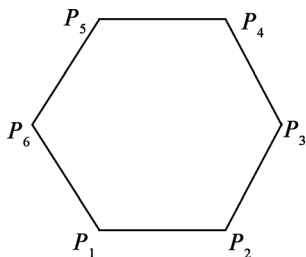
【变式 1】 已知向量 a, b 满足 $|a|=1, |b|=4$, 且 $a \cdot b = 2$,

求: (1) a 在 b 方向上的投影; (2) b 在 a 方向上的投影.

【变式 2】 (2013 年江西) 设 e_1, e_2 为单位向量. 且 e_1, e_2 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 若 $a = e_1 + 3e_2$, $b = 2e_1$, 则向量 a 在 b 方向上的射影为_____.

【样题 7】 (2006 年四川) 如图所示, 已知正六边形 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$, 下列向量的数量积中最大是 ()

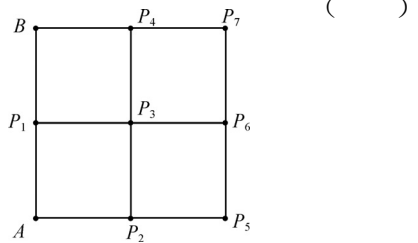
- A. $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_3}$ B. $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_4}$
C. $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_5}$ D. $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_6}$



【变式 1】 已知向量 $\vec{OA} \perp \vec{AB}$, $|\vec{OA}|=3$, 则 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$ _____.

【变式 2】 (2014 年上海文科) 如图所示, 四个边长为 1 的正方形排成一个大正方形, AB 是在正方形的一条边, $P_i (i=1, 2, \dots, 7)$ 是小正方形的其余各个顶点, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP_i} (i=1, 2, \dots, 7)$ 的不同值的个数为

- A. 7 B. 5
C. 3 D. 1

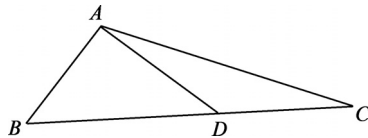


【变式 3】 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 外接圆, 弦长 $AB=6$, 求 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$.

【拓展 1】 (2013 年贵州竞赛) 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 弦长 $AC=8, AB=6$, 求 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC}$.

【拓展 2】 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp AB$, $|\overrightarrow{AD}|=1, |\overrightarrow{AD}|=1, |\overrightarrow{AD}|=1$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} =$

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$



【拓展 3】 (2013 年浙江) 设 $\triangle ABC$, P_0 是边 AB 上一定点, 满足 $P_0B = \frac{1}{4}AB$, 且对于边 AB 上任一点 P , 恒有 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} \geq \overrightarrow{P_0B} \cdot \overrightarrow{P_0C}$, 则

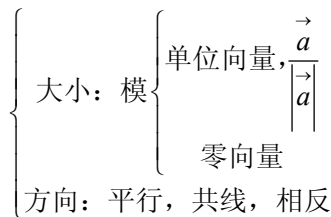
- A. $\angle ABC = 90^\circ$ B. $\angle BAC = 90^\circ$
C. $AB = AC$ D. $AC = BC$

【拓展 4】 向量 $a \neq e, |e|=1$, 若 $\forall t \in \mathbf{R}, |a-te| \geq |a+e|$, 则

- A. $a \perp e$ B. $a \perp (a+e)$ C. $e \perp (a+e)$ D. $(a+e) \perp (a-e)$

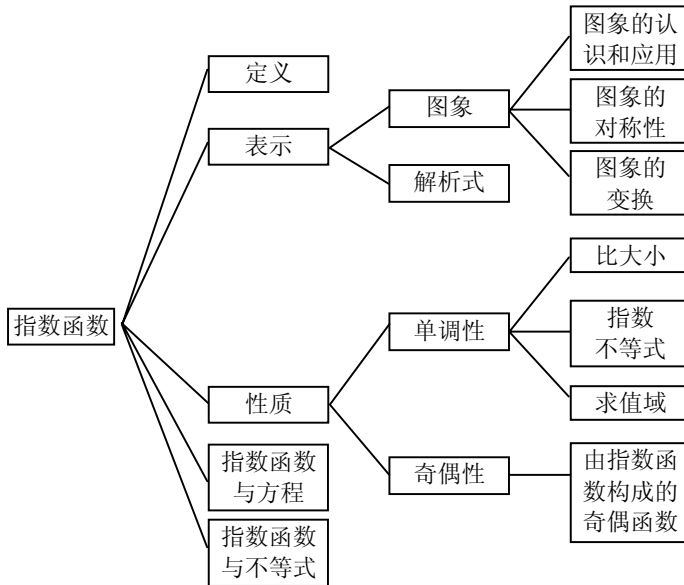
(二) 知识的发展和研究的思路“线”化、“面”化知识点

我们紧扣向量的定义——大小和方向, 向量的概念非常清晰有序地呈现在了我们的面前:



我们在指数函数这个地方, 按照如下的框架来编写和选题, 并且在其他的基本初等函数不断地按照这个结构来重复, 让这个结构在脑海里慢慢地形成, 稳固下来. 我们要不

断地回顾经典，希望我们一边做，一边反思总结，在第三遍的时候，形成一个良好的知识结构。



(三) 把握内在联系，形成系统

(四) 提炼思想，注入灵魂

(五) 梳理易错点，真正突破“粗心”

很多学生的通病是“粗心”，每次考试要求注意，但效果几乎为零，做了改错本，效果貌似也太理想。把所谓的“粗心”归结为“计算能力不足”、“知识点掌握的不好”常常是正确的。

提高计算能力除了切切实实刷题，错了及时纠正之外，还需要记住很多常考的数字和结论，本书总结了大量的结论，对很多普通题，甚至是中档题可以直接秒杀；同时系统性地梳理易错点，在每章的前面、在具体的考题中都有体现，让学生做到某个题、某一步都知道这个地方易错，从而才能真正地避免“粗心”。

七、从简单题看到难题的本质，真正突破难题

波利亚说：如果我们在解题的时候，能够想到一个类似的题目，我们是非常幸运的，因为往往此题的思路可以为我们所用。此书呈现的思路是：“例题……变式……拓展”，从教材题目，高考基础题目逐渐深入到高考压轴题乃至一些和高考紧密相关的竞赛试题，当学生思考压轴题遇到困难的时候，可以退回来，看看例题及变式，它们的思路和压轴题是一样的，这样就把波利亚所谓的幸运变成了必然。也只有学生发现压轴题目和简单题目是一个思路的时候，其解法才会朴素与自然，也只有这样才可以把压轴题当作常规题做的时候，才会真正地突破压轴题。

基础一般的学生可以先不看拓展，而基础好的、热爱数学的应该反复思考，这样呈

现以适应不同水平学生的需要，当学生基础一般的学生，通过强化得到提高的时候，可以再逐渐深入到压轴题中去。

把高考压轴题和竞赛题集中起来是非常有必要的，现在各地再次启用全国卷，而其压轴题规范，很容易突破，有时候会产生很多高分，本书基于学生发展的需要，兼顾学习循序渐进的原则，同时考虑到高考压轴题和竞赛题和自主招生考试相互改编，在拓展题方面的思路是：定位于高考压轴题，把自主招生和竞赛相关的题目融入其中。

八、核心思想方法，适度重复并层层推进

在教学中，发现学生一个月之后，连做过的原题都做不正确，这居然是普遍现象，更让人惊讶的是甚至不少学生竟然不知道这是原题，所以重复做题很重要。心理学有观点：150%过度学习法，比如你花10遍刚好背下一篇文章，再用5次来重复一下，这时候记忆很牢固，数学也是如此，需要强化来实现熟练、准确的解答。所以我们认为重复的效率就是学习的效率。

比如为了体现图象法求最值这一根本方法，在函数单调性与最值这一节，我们有如下一个题目，即

【样题 8】用 $\min\{a,b,c\}$ 表示 a,b,c 三个数中的最小值。设 $f(x) = \min\{2x, x+2, 10-x\} (x \geq 0)$ ，则 $f(x)$ 的最大值为_____。

而学了指数的函数的时候，我们选择了2007海南宁夏卷的高考最后一个选择题来重复，即：

【样题 9】(2007年海南、宁夏)用 $\min\{a,b,c\}$ 表示 a,b,c 三个数中的最小值。设 $f(x) = \min\{2^x, x+2, 10-x\} (x \geq 0)$ ，则 $f(x)$ 的最大值为_____。

目 录

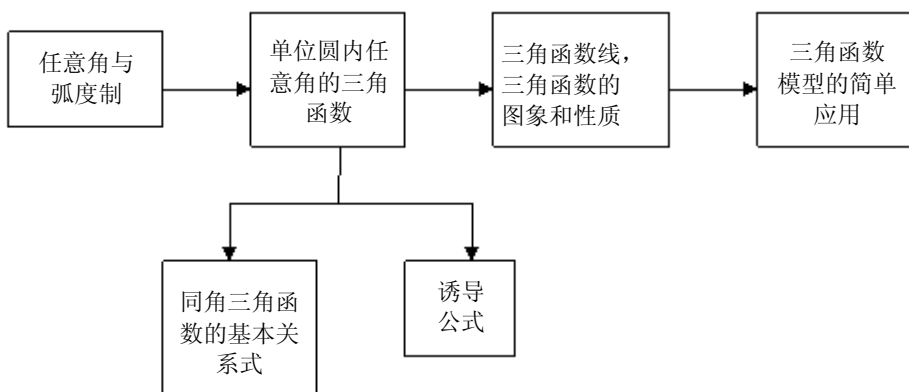
第一章 三角函数	1
1.1 任意角和弧度制（两个准备工作）	6
1.1.1 任意角	6
1.1.2 弧度制	8
1.2 任意角的三角函数	10
1.2.1 任意角的三角函数	10
1.2.2 同角三角函数的基本关系	13
1.3 诱导公式	19
1.4 三角函数的图象与性质	23
1.4.1 五点作图法	23
1.4.2 三角函数的周期性	25
1.4.3 正余弦三角函数的奇偶性、对称性及周期性联系	34
1.4.4 正余弦函数的单调性、最值	39
1.4.5 正切函数的性质与图象	44
1.4.6 函数的有界性	49
1.5 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象	51
1.5.1 三角函数图象变换	51
1.5.2 由三角函数图象的求解析式	55
1.5.3 利用三角函数图象来解题	59
1.6 实际问题中应用和构建三角函数模型	61
第二章 平面向量	64
2.1 向量的基本概念	66
2.2 向量的线性运算	68
2.2.1 向量的加法及几何意义	68
2.2.2 向量减法及几何意义	70
2.2.3 向量的数乘运算及几何意义	72
2.3 平面向量基本定理及坐标表示	76
2.3.1 平面向量基本定理及向量分解	76
2.3.2 平面向量的正交分解、坐标表示、运算及处理共线	80
2.4 平面向量数量积	83
2.4.1 平面向量的数量积定义、几何意义及运算律	83
2.4.2 利用数量积处理几何中最基本的问题——夹角（垂直）长度	88

2.4.3	向量分解在数量积中的应用	90
2.4.4	数量积的坐标运算及应用	94
2.5	平面向量应用举例	98
2.5.1	坐标法在向量中的应用	98
2.5.2	向量中的最值问题	99
2.5.3	向量与三角形的相关要素	103
第三章	三角恒等变换综述	107
3.1	两角和与差的正弦、余弦和正切公式	109
3.1.1	两角差的余弦公式	109
3.1.2	两角和与差的正弦、余弦、正切公式	112
3.1.3	和差角公式选择的切入点	116
3.2	辅助角公式	120
3.3	二倍角公式的正向和逆向应用	125
3.4	公式的选择	130
3.4.1	公式的切入（一）——“角”	130
3.4.2	公式的切入（二）——“角+式”	135
3.4.3	公式的切入（三）——“角+幂”	140
3.4.4	公式的切入（四）——“角+名+幂+式”	146

第一章 三角函数

一、知识结构

这章是由“两个准备工作（推广角和引入弧度制）”“三角函数的定义及表示（代数和几何两种方式）”“在角相同和不同但有关系的情况下研究三角函数式之间的关系（同角三角函数的基本关系和诱导公式）”“图象与性质（周期性（最突出的特征），相关结论
 单调性、最值 $\begin{cases} y = A\sin(\omega x + \varphi) + B \\ \text{二次型函数} \end{cases}$ ”“图象的变换”“三角函数模型的应用”这六块构成. 如下图.



二、课标解读

1. 借助单位圆定义三角函数

借助单位圆使得三角函数的表达式最简洁，同时圆的对称性就意味着三角函数具有相应的性质，使得理解三角函数的一些关系和性质更为容易。

2. “由图象到性质”与“由性质到图象”的两种研究的基本思路

数形结合的思想表现在“由数到形”和“由形到数”两个方面。教科书在讨论三角函数的图象和性质时，一方面从函数的图象和单位圆中的三角函数线两个角度出发来研究正弦函数、余弦函数的性质，另一方面又在讨论正切函数性质的基础上再研究函数的图象，“由性质到图象”这是新教材增加的一个亮点，在大学《数学分析》第一册有对这个方面一个系统的解答。

三角函数是学生在高中阶段系统学习的又一个基本初等函数，教学中应当注意引导

学生在数学中学到的研究函数的方法为指导来学习本章知识，即要结合三角函数引导学生进一步理解集合与对应观点下的函数概念，函数中研究的基本问题和基本思路（根据刻画现实中周期现象的需要，引进三角函数来描述周期性变化的规律；在遇到一个新的函数时，总要看看它的图象、单调性、有没有特殊取值等等），这样可以使学生学习在高观点指导下进行数学学习与研究的思想方法，这对提高学生在学习过程中的数学思维水平是非常有帮助的。同样的，在讨论的图象时，实际上涉及函数变换与图象变换（图象的平移、伸缩与函数变换的关系），需要数形结合思想的指导，虽然教师不一定要明确地向学生指出，但教学时还是要注意渗透。

3. 强调三角函数作为刻画现实世界周期变化现象的数学模型的思想

由于周期现象在现实中广泛存在，例如单摆运动、弹簧振子、圆周运动、交流电、音乐、潮汐、波浪、四季变化、生物钟等，因此它是物理、地理、生物、天文等其他学科研究的对象，这样，本章内容与其他学科有紧密联系。

“三角函数模型的简单应用”是一个新增内容，主要以举例的方式说明三角函数模型的应用方法。选择的问题包括：

- (1) 用已知的三角函数模型解决问题；
- (2) 将复杂的函数模型转化为 $y = \sin x$ 等基本初等函数解决问题；
- (3) 根据问题情景建立精确的三角函数模型解决问题；
- (4) 通过数学建模，利用数据建立拟合函数解决实际问题。

安排本节内容的目的是要让学生感受到三角函数在解决具有周期变化规律的问题中的作用，体验三角函数与日常生活和其他学科的联系，使学生体会三角函数的价值和作用，增强应用意识，同时还要使学生加深理解有关知识。

4. 教学重心的把握

与以往的三角函数内容相比较，本章加强了三角函数作为刻画现实世界的数学模型，借助单位圆理解三角函数的概念、性质，以及通过建立三角函数模型解决实际问题等。“标准”对三角函数内容的删减比较多，课时量也减少了，本章严格按照这种要求，删减了任意角的余切、正割、余割，三角函数的奇偶性，已知三角函数求角，反三角函数符号 $\arcsin x, \arccos x, \arctan x$ ，将对三角函数周期性的一般讨论作为选学内容。

另外，任意角概念，弧度制概念，同角三角函数的基本关系式，诱导公式等都降低了要求。这样的处理，把重点放在使学生理解三角函数及其基本性质，体会三角函数在解决具有周期变化规律的问题中的作用上，而对一些细枝末节的内容不再作过多要求。教学时应当把握好这种变化，遵循“标准”所规定的内容和要求，不要随意补充已被删减的知识点，也不要引进那些繁琐的、技巧性高的变换题目（例如求定义域、值域；已知 $\sin \alpha = m$ ，求 α 的其他三角函数值；用诱导公式进行复杂变换的问题等）。

5. “知值求角”理解的一个误区

新教材只在习题中出现了“知值求角”，很多老师误以为，这个知识点不重要，这个知识点除了在本章会出现，在后面很多章节都会用到，比如：向量求夹角、解三角形等等。只在例题中出现，也意味着要控制难度，比如学生应该掌握在 $[0, \pi]$ 内的知值求角。

三、易错点

1. 三角函数值记错；策略：加强记忆.

2. 注意范围和取舍；策略：告诉了三角函数值，也告诉了角的范围.

比如：已知 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{13}$ ， $\theta \in (0, \pi)$ ，求 $\tan \theta$.

3. 函数图象变换；策略：确定是平移那个函数；加括号或不加括号的目的是：只变 x .

比如：(2016年四川)为了得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，只需把函数 $y = \sin 2x$ 的图象上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 即可.

4. 忽略周期性以及定义域；策略：定义域优先.

比如：“ $\alpha = \beta$ ” \Rightarrow “ $\tan \alpha = \tan \beta$ ”（忽略定义域），或“ $\tan \alpha = \tan \beta$ ” \Rightarrow “ $\alpha = \beta$ ”（忽略周期性）

四、难点

1. 构建三角函数模型解决实际问题；策略：分析哪些量在变，哪些是没有变以及这些量之间的关系.

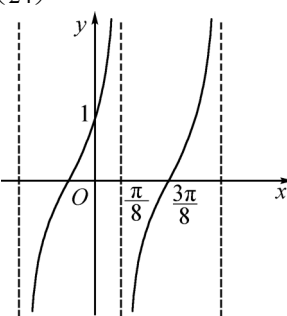
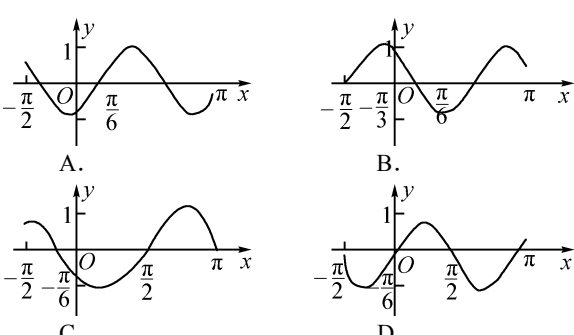
2. 各种性质的联系；比如周期性和对称性的联系、策略：借助三角函数图象来记忆.

3. 各种性质综合解决零点、最值等问题；策略：借助图象把函数具体化，并利用特殊位置更好地分析.

五、全国卷高考题的分析（与三角恒等变换相结合）

注重对基本知识、基本关系和基本性质的考查，注重构建三角模型解决实际问题.

考点及考查方式	高考样题	频率
三角函数定义	<p>(2011年新课标第5题) 已知角 θ 的顶点与原点重合，始边与 x 轴的正半轴重合，终边在直线 $y = 2x$ 上，则 $\cos 2\theta =$ ()</p> <p>A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. n D. $\frac{4}{5}$</p>	2
基本关系 诱导公式	<p>① (2016年全国III高考) 若 $\tan \alpha = \frac{3}{4}$，则 $\cos \alpha + 2\sin 2\alpha =$ ()</p> <p>A. $\frac{64}{25}$ B. $\frac{48}{25}$ C. 1 D. $\frac{16}{25}$</p> <p>点评：与三角恒等变换结合在一起</p> <p>② (2010年全国I第2题) 记 $\cos(-80^\circ) = k$，那么 $\tan 100^\circ =$ ()</p> <p>A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ B. $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ C. $\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$ D. $-\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$</p> <p>点评：诱导公式本质的考查</p>	17

考点及考查方式	高考样题	频率
三角函数的性质	<p>③ (2016年全国 I 第12题) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, \varphi \leq \frac{\pi}{2}$), $x = -\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的零点, $x = \frac{\pi}{4}$ 为 $y = f(x)$ 图象的对称轴, 且 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{36})$ 单调, 则 ω 的最大值为 ()</p> <p>A. 11 B. 9 C. 7 D. 5</p> <p>点评: 性质的综合</p> <p>④ (2012年新课标第9题) 已知 $\omega > 0$, 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上单调递减. 则 ω 的取值范围是 ()</p> <p>A. $[\frac{1}{2}, \frac{5}{4}]$ B. $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $(0, 2]$</p> <p>点评: 含参数单调性转化为恒成立问题.</p>	13
三角函数的图象	<p>① (2011辽宁第16题) 已知函数 $f(x) = A \tan(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, \varphi < \frac{\pi}{2}$), $y = f(x)$ 的部分图象如下图, 则 $f(\frac{\pi}{24}) =$ _____.</p>  <p>② (2007年海南、宁夏第3题) 函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$ 的简图是 ()</p>  <p>点评: 五点作图法的理解和应用, 抓点和性质</p>	10