

JIAOCAIJIEDU

教材 解读

源于教材 高于教材

数学

七年级下册 湘教版



湖南教育出版社

教材 解读

源于教材 高于教材

数学 七年级下册 湘教版

图书在版编目 (C I P) 数据

教材解读. 数学七年级. 下册: 湘教版 / 《教材解读》
编写组编. -- 长沙: 湖南教育出版社, 2016. 1
ISBN 978-7-5539-3511-9

I. ①教… II. ①教… III. ①中学数学课—初中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 000229 号

教材解读 数 学

七年级下册 (湘教版)
《教材解读》编写组 编

责任编辑: 甘 哲

出版发行: 湖南教育出版社出版发行 (长沙市韶山北路 443 号)

网 址: <http://www.hnepb.com>

电子邮箱: hnjycbs@sina.com 微信号: 多点学习

客 服: 电话 0731-85486979

总 经 销: 湖南省新华书店经销

印刷装订: 益阳市顺鑫印务有限公司印制

开 本: 787×1092mm 1/16

印 张: 8

字 数: 160 千字

版 次: 2016 年 1 月第 1 版 2016 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5539-3511-9

定 价: 18.80 元

(本书若有印刷、装订错误, 可向承印厂调换)

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点：

1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了课文讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

4. 体例实

结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。



本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内容	举例	名师点拨
1. 二元一次方程	含有两个未知数（二元），并且含未知数的项的次数都是1，称这样的方程为二元一次方程	$x+y=0$, $2x-y+5=0$	二元一次方程的识别方法：一是“二元”，二是“一次”，三是“整式方程”
2. 二元一次方程组	把两个含有相同未知数的二元一次方程（或者一个二元一次方程，一个一元一次方程）联立起来，组成的方程组叫做二元一次方程组	$\begin{cases} 2x-3y=5, \\ 2x-8y=3 \end{cases}$	必须同时满足：①方程组中含有未知数的个数之和为2；②二元一次方程组中的每一个方程都必须是一次的
3. 二元一次方程组的解	一般地，使二元一次方程两边的值都相等的两个未知数的值，叫做这个二元一次方程的一个解；使每一个方程的左、右两边的值都相等的一组未知数的值，叫做这个方程组的一个解	$\begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} x+y=5, \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解	①二元一次方程的解有无数个；②二元一次方程组的解有三种情况：唯一解，无数解，无解；③二元一次方程组的解是一对数
4. 代入法	把方程组其中一个方程的某一个未知数用含有另一个未知数的代数式表示，然后把它代入另一个方程中，便得到一个一元一次方程，这种解方程组的方法叫做代入消元法，简称代入法	$2x-y=3$ 将 y 用 x 表示则为 $y=2x-3$	代入法的步骤：①变形；②代入；③求一元；④求另一元；⑤写出解
5. 加减法	两个二元一次方程中的同一未知数的系数相同或相反时，把这两个方程相减或相加，就能消去这个未知数，从而得到一个一元一次方程，这种解方程组的方法叫做加减消元法，简称加减法	解方程组 $\begin{cases} x+y=5, & \text{①} \\ x-y=1 & \text{②} \end{cases}$ 时，可以用①+②消去一元求解	加减法的步骤：①转化系数；②加减消元；③解方程；④回代求解
6. 列二元一次方程组解应用题的一般步骤	①审；②设；③列；④解；⑤验；⑥答		列方程组解应用题，关键是把已知量和未知量联系起来，找出题目中的相等关系，一般来说，有几个未知量就应该列出几个方程
7. 三元一次方程组	方程组中含有三个未知数，每个方程中含未知数的项的次数均为1，并且一共有三个方程，像这样的方程组叫做三元一次方程组	$\begin{cases} x+y+z=80, \\ x-y=6, \\ x+y=7z \end{cases}$	必须满足三个条件：①方程组中有且只有三个未知数；②含未知数的项的次数都是1；③有三个方程



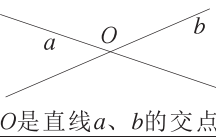
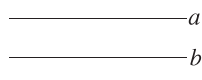
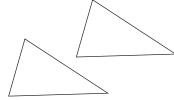
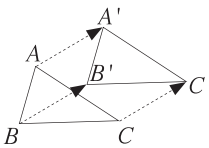
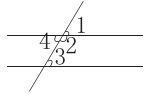
知识背景

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内容	举例	名师点拨
8. 三元一次方程组的解法	一般步骤：①利用代入法或者加减法消去一元；②解二元一次方程组，求得两个未知数的值；③将两值代回，得到一元一次方程；④解这个一元一次方程，求出最后一个未知数的值	$\begin{cases} x-2y=-9, & \text{①} \\ y-z=4, & \text{②} \\ 2z+x=47, & \text{③} \end{cases}$ 用③-①得 $y+z=28$ ④，②与④组成二元一次方程组，解得 $\begin{cases} x=23, \\ y=16, \\ z=12 \end{cases}$	解三元一次方程组的基本思路是：通过“代入”或“加减”进行消元，把“三元”化为“二元”，使解三元一次方程组转化为解二元一次方程组，进而再转化为解一元一次方程，这与解二元一次方程组的思路是一样的
9. 同底数幂的乘法	同底数幂相乘，底数不变，指数相加	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	运用同底数幂乘法法则的前提是底数相同
10. 幂的乘方	幂的乘方，底数不变，指数相乘	$(a^m)^n = a^{mn}$	幂的乘方法则可以推广为 $[(a^m)^n]^p = a^{mnp}$
11. 积的乘方	积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的积相乘	$(ab)^n = a^n b^n$	每个因式分别乘方后，所得的幂再相乘
12. 单项式与单项式相乘	单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同的字母分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式	$4a^2x^5 \cdot (-3a^3x^2b) = -12a^5x^7b$	单项式乘单项式，结果仍是单项式
13. 单项式与多项式相乘	单项式与多项式相乘，就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加	$m(a+b+c) = ma + mb + mc$	单项式与多项式相乘，多项式有几项，结果就有几项
14. 多项式与多项式相乘	多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加	$(m+n)(a+b) = ma + mb + na + nb$	结果中有同类项的，要合并同类项，化到最简形式
15. 平方差公式	两个数的和与这两个数的差的乘积，等于它们的平方差	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	简记为“两数和乘两数差，结果就是平方差”
16. 完全平方公式	两数和的平方，等于它们的平方和加上它们积的两倍；两数差的平方，等于它们的平方和减去它们积的两倍	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	要弄清楚 a, b 在题目中分别代表什么
17. 因式分解	把一个多项式表示成若干个多项式乘积的形式，称把这个多项式因式分解	$ax^2 - 4a = a(x+2)(x-2)$	因式分解是将多项式变成积的形式



本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内容	举例	名师点拨
18. 公因式	几个多项式的公共的因式称为公因式	在 $(a-b)^m + 2(a-b)^n$ 中, $a-b$ 是这个多项式的公因式	公因式必须是每一项中都含有的因式
19. 提公因式法	如果一个多项式的各项有公因式, 可以把这个公因式提到括号外面, 这种因式分解的方法叫做提公因式法	$-a^2 + ab - ac = -a \cdot (a - b + c)$	要提取全部公因式
20. 公式法	把乘法公式从右到左地使用, 可以把某些形式的多项式进行因式分解, 这种因式分解的方法叫做公式法	$m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$	因式分解与整式乘法互为逆变形
21. 相交线	如果两条直线只有一个公共点, 那么称这两条直线相交, 也称它们是相交线, 这个公共点叫做它们的交点	 O是直线a、b的交点	两条直线相交, 一定只有一个公共点
22. 平行线	在同一平面内, 没有公共点的两条直线叫做平行线		判断两条直线平行时, 一定要注意“在同一平面内”的前提条件
23. 平行线的基本性质	1. 平行公理: 过直线外有且只有一条直线与这条直线平行; 2. 平行线的传递性: 平行于同一条直线的两条直线平行	如果直线 $a \parallel b, c \parallel b$, 那么 $a \parallel c$.	平行公理在平面和空间内都是成立的
24. 平移	把图形上所有的点都按同一方向移动相同的距离, 图形的这种变换叫做平移		平移是一种运动形式, 是图形变换的一种情况
25. 平移的性质	平移不改变图形的形状和大小; 平移不改变直线的方向; 一个图形和它经过平移所得的图形中, 两组对应点的连线平行且相等		平移的关键是要找准对应点和对应线段
26. 平行线的性质和判定	两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等, 内错角相等, 同旁内角互补	 $\angle 1 = \angle 3, \angle 3 = \angle 4,$ $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$	将结论和条件的位置调换即为平行线的判定

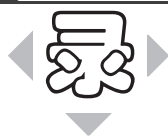


知识背景

本书必背概念、性质、公式及定理



知识点	内容	举例	名师点拨
27. 垂线的性质	在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行；在同一平面内，如果一条直线垂直于两条平行线中的一条，那么这条直线垂直于另一条；在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直		“在同一平面内”的条件不能忽略
28. 垂线段的性质	直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短，简称垂线段最短		运用“垂线段最短”定理可以解决许多实际问题
29. 平行线间的距离	两平行线间的距离处处相等		平行线间的距离指的是垂线段的长度
30. 平均数	一般地，将 n 个数相加的和除以个数 n ，就称为这 n 个数的平均数	$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$	平均数反映了一组数据的集中趋势
31. 加权平均数	将 n 个数分别乘以它们各自的权数所得的数，叫做这 n 个数的加权平均数	$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_k f_k)$	加权平均数中的“权”即各数据所占的比重，即各个数据所占的比例或出现的次数
32. 中位数	将一组数据按照由小到大（或者由大到小）的顺序排列，如果数据的个数为奇数，那么称位于中间的数为中位数；如果数据的个数为偶数，那么称中间两个数据的平均数为这组数的中位数.	1, 2, 3, 4, 5这组数据的中位数是3； 1, 2, 3, 4这组数据的中位数是2.5	中位数以上和中位数以下的数各占一半
33. 众数	在一组数据中，出现次数最多的数叫做这组数据的众数.	5, 4, 8, 9, 4这组数据的众数是4	一组数据也可能没有众数，也可能有好几个众数
34. 方差	设一组数据为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ，各数据与平均数之差的平方的平均值，叫做这组数据的方差，记做 s^2	1, 3, 5, 5, 6这组数据的方差是3.2	计算一组数据的方差时，要保证不能遗漏和重复任何一个数据



▼ 第1章 二元一次方程组

1.1 建立二元一次方程组	/1
1.2 二元一次方程组的解法	/7
1.3 二元一次方程组的应用	/13
*1.4 三元一次方程组	/20
第1章复习	/25
第1章检测	/26

▼ 第2章 整式的乘法

2.1 整式的乘法	/28
2.2 乘法公式	/35
第2章复习	/41
第2章检测	/42

▼ 第3章 因式分解

3.1 多项式的因式分解	/44
3.2 提公因式法	/47
3.3 公式法	/50
第3章复习	/55
第3章检测	/56

▼ 第4章 相交线与平行线

4.1 平面上两条直线的位置关系	/58
------------------	-----

4.2 平 移	/65
4.3 平行线的性质	/69
4.4 平行线的判定	/74
4.5 垂 线	/78
4.6 两条平行线间的距离	/83
第4章复习	/86
第4章检测	/87

▼ 第5章 轴对称与旋转

5.1 轴对称	/89
5.2 旋 转	/93
5.3 图形变换的简单应用	/96
第5章复习	/99
第5章检测	/100

▼ 第6章 数据的分析

6.1 平均数、中位数、众数	/102
6.2 方 差	/108
第6章复习	/112
第6章检测	/113
期中检测	/115
期末检测	/117

第 1 章



二元一次方程组

小明准备了一些糖果和一些饼干,每块饼干的质量是 x g,每颗糖果的质量是 y g.小明拿了一个等臂天平,在左边托盘上放两块饼干,右边托盘上放三颗糖果,结果天平平衡.当在左边托盘上又放了三块饼干,右边托盘上又放了四颗糖果时,天平并没有平衡,在右边托盘上又加了 1 克的砝码才使得天平平衡.小明从天平平衡中得到了两个方程,分别是 $2x = 3y$ 和 $5x = 7y + 1$,怎样看待这两个方程呢?它们的解有什么实际意义?

参考答案 这两个方程表达了天平平衡时托盘两边物品的质量关系.当 $2x < 3y$ 时,天平朝右边倾斜;当 $2x > 3y$ 时,天平朝左边倾斜;当 $2x = 3y$ 时,天平两边平衡.利用不等式和相等的关系可以巧妙地解决很多生活中的实际问题.

1.1

建立二元一次方程组



知识详解

知识点 1

二元一次方程的概念

含有两个未知数(二元),并且含有未知数的项的次数都是 1,这样的方程称为二元一次方程.

【解读】(1)二元一次方程具备以下几个特征:①它是一个整式方程;②只含有两个未知数;③两个未知数的系数不为 0;④含有未知数的项的次数为 1.

(2)二元一次方程都能整理成 $ax + by = c$ 的形式,其中 a, b, c 是常数,且 $a, b \neq 0$.我们应注意两点:一是 x, y 的次数都是 1,二是含有未知数的项的系数不为零.

例 1 判断下列方程是不是二元一次方程,并说明理由.

(1) $2x - 5 = y$;

(2) $xy = 2$;

(3) $x^2 - y = 8$;

(4) $4x - \frac{4}{y} = 1$;

(5) $x + y + z = 1$;

(6) $x + \frac{1}{3} = y$.

方法点拨



识别二元一次方程要抓住三点:(1)是一个整式方程(即分母中不含字母);(2)含有两个未知数;(3)含有未知数的项的次数都是 1.

分析 (1)含有两个未知数,且未知数的次数都是1;(2) xy 的次数是2;(3) x^2 的次数是2;(4) $\frac{1}{y}$ 不是整式;(5)含有三个未知数;(6)含有两个未知数,且未知数的次数都是1.

解:(1)(6)是,因为它们符合二元一次方程的概念;(2)不是,因为它的左边是二次式;(3)不是,因为 x 的次数不是1;(4)不是,因为 $\frac{1}{y}$ 不是整式;(5)不是,因为含有三个未知数.

知识点 2

二元一次方程组的概念

把两个含有相同未知数的二元一次方程(或者一个二元一次方程、一个一元一次方程)联立起来,组成的方程组,叫做二元一次方程组.

【解读】除上述定义外,一般由两个一元一次方程联立组成的方程组,也可叫做二元一次方程组.

例 2 下列方程组中哪些是二元一次方程组,哪些不是二元一次方程组?

$$(1) \begin{cases} x+y=2, \\ y+z=2; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x+y=2, \\ 1=y; \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x+\frac{1}{y}=2, \\ x-y=1; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x=2y-1, \\ x^2=1; \end{cases} \quad (5) \begin{cases} x+y=6, \\ y=5. \end{cases}$$

分析 此题考查二元一次方程组的概念.(1)中含有三个未知数,不是二元一次方程组.(2)符合二元一次方程组的定义.(3)不是二元一次方程组,因为 $x+\frac{1}{y}=2$ 不是整式方程.(4)中 $x^2=1$ 不是一次方程.(5)符合二元一次方程组的定义.

解:(2)(5)是二元一次方程组,而(1)(3)(4)不是二元一次方程组.

知识点 3

二元一次方程组解的概念

(1)一般地,使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值,叫做这个二元一次方程的一个解.

(2)在一个二元一次方程组中,使每一个方程的左、右两边的值都相等的一组未知数的值,叫做这个方程组的一个解.

【解读】(1)二元一次方程的解有无数个;二元一次方程组的解

即学即练

1. 下列方程是二元一次方程的是_____. (填序号)

- (1) $2x - \frac{y}{3} = 1$;
 (2) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{y} = 3$;
 (3) $x^2 - y^2 = 4$;
 (4) $5(x+y) = y(x-7)$.

即学即练

2. 下列方程组中,是二元一次方程组的是()

- A. $\begin{cases} x+2y=10, \\ y=0 \end{cases}$
 B. $\begin{cases} x+y=0, \\ x+z=0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x+\frac{1}{y}=5, \\ x+y=0 \end{cases}$
 D. $\begin{cases} xy=0, \\ x=0 \end{cases}$

要点提示

二元一次方程组中两个方程的公共解才是二元一次方程组的解,不可只代入方程组中的一个方程就进行判断.

有三种情况:唯一解;无数解;无解. $\begin{cases} x=1, \\ y=1 \end{cases}$ 是方程 $3x-2y=1$ 的一个解, $\begin{cases} x=3, \\ y=4 \end{cases}$ 也是方程 $3x-2y=1$ 的一个解. 但对于一个二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=2, \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 来说, 它的解既是方程 $x+y=2$ 的解, 又是方程 $2x-y=1$ 的解, 即是这两个方程的公共解.

(2) 二元一次方程组的解是一对数, 要将这对数代入方程组中的每一个方程进行检验, 这对数必须满足方程组中的每一个方程, 这样才是这个方程组的解, 而一元一次方程的解是一个数, 这是它们之间的区别.

例3 判断下列各组数: (1) $\begin{cases} x=-2, \\ y=3; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=2, \\ y=3; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=2, \\ y=7; \end{cases}$
 (4) $\begin{cases} x=3, \\ y=3 \end{cases}$ 是否为二元一次方程组 $\begin{cases} 5x-2y=4, & \textcircled{1} \\ 2x+y=7 & \textcircled{2} \end{cases}$ 的解?

分析 把题中的四对数值分别代入方程组的两个方程中, 通过计算, 看能否同时满足两个方程, 能则是方程的解, 否则不是.

解: (1) $\begin{cases} x=-2, \\ y=3 \end{cases}$ 代入方程 $\textcircled{1}$, 因为 $5 \times (-2) - 2 \times 3 = -16$, 右边 = 4, 左边 \neq 右边, 所以 $\begin{cases} x=-2, \\ y=3 \end{cases}$ 不是方程组的解.

(2) 将 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 代入方程 $\textcircled{1}$, 因为 $5 \times 2 - 2 \times 3 = 4$, 右边 = 4, 左边 = 右边, 所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 是方程 $\textcircled{1}$ 的解; 将 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 代入方程 $\textcircled{2}$, 因为 $2 \times 2 + 3 = 7$, 右边 = 7, 左边 = 右边, 所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 是方程 $\textcircled{2}$ 的解. 因此 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 是方程组的解.

(3) 将 $\begin{cases} x=2, \\ y=7 \end{cases}$ 代入方程 $\textcircled{1}$, 因为 $5 \times 2 - 2 \times 7 = -4$, 右边 = 4, 左边 \neq 右边, 所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=7 \end{cases}$ 不是方程 $\textcircled{1}$ 的解, 因此 $\begin{cases} x=2, \\ y=7 \end{cases}$ 不是方程组的解.

(4) 将 $\begin{cases} x=3, \\ y=3 \end{cases}$ 代入方程 $\textcircled{1}$, 因为 $5 \times 3 - 2 \times 3 = 9$, 右边 = 4, 左边 \neq 右边, 所以 $\begin{cases} x=3, \\ y=3 \end{cases}$ 不是方程 $\textcircled{1}$ 的解, 因此 $\begin{cases} x=3, \\ y=3 \end{cases}$ 不是方程组的解.

所以(2)是方程组的解, (1)(3)(4)不是方程组的解.

即学即练

3. 下列四组数值中, 是二元一次方程组 $\begin{cases} x+2y=5, \\ 3x-y=1 \end{cases}$ 的解的是 ()

A. $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2, \\ y=5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-1, \\ y=3 \end{cases}$

方法点拨



检验一组数值是不是某个方程组的解时, 若这对数值不满足其中的某一个方程, 就可以判定它不是方程组的解. 当验证了这对数值满足其中一个方程后, 还必须继续检验它是否满足方程组中另一个方程, 只有同时满足方程组中所有的方程时, 它才是方程组的解.

拓展提升

类型一：用二元一次方程组表示实际问题

例 4 若买 2 支圆珠笔、1 本笔记本需 4 元，买 1 支圆珠笔、2 本笔记本需 5 元，求每支圆珠笔和每本笔记本各多少钱。（只列方程，不求解）

分析 解决本题的关键是找出等量关系，可以根据题意分别列出两个方程，然后组成二元一次方程组。

解：设每支圆珠笔的价格为 x 元，每本笔记本的价格为 y 元。

根据题意得 $\begin{cases} 2x+y=4, \\ x+2y=5. \end{cases}$

类型二：根据二元一次方程的概念求字母系数的值

例 5 若方程 $x^{|a|-2010} + (a-2011)y = 2009$ 是关于 x, y 的二元一次方程，则 $a =$ _____。

分析 由二元一次方程的概念知，所以 $\begin{cases} |a|-2010=1, \\ a-2011 \neq 0, \end{cases}$ 所以 $a = -2011$ 。故填 -2011 。

解： -2011 。

例 6 若 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 既是方程 $2x - y = m$ 的解，也是方程 $x + my = n$ 的解，则 $|m - n|$ 为 ()

A. 1 B. 3 C. 5 D. 2

分析 因为 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 是方程 $2x - y = m$ 的解，所以 $2 \times 2 - 1 = m$ ，解得 $m = 3$ ；又因为 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 是方程 $x + my = n$ 的解，所以 $2 + m = n$ ，解得 $n = 5$ 。所以 $|m - n| = 2$ 。

解：D。

类型三：二元一次方程的特殊解的实际应用

例 6 星期天，小明和七名同学去郊游，途中，他用 20 元钱去买饮料，商店只有可乐和奶茶，已知可乐 2 元一杯，奶茶 3 元一杯，如果 20 元钱刚好用完，有几种购买方式？每种方式买可乐和奶茶各多少杯？

分析 题目中有一个等量关系：买可乐的钱数 + 买奶茶的

即学即练

4. 雅西高速公路于 2012 年 4 月 29 日正式通车，西昌到成都全长 420 km，一辆小汽车和一辆客车同时从西昌、成都两地相向开出，经过 2.5 h 相遇，相遇时小汽车比客车多行 70 km，设小汽车和客车的平均速度分别为 x km/h 和 y km/h，则下列方程组正确的是 ()

- A. $\begin{cases} x+y=70, \\ 2.5x+2.5y=420 \end{cases}$
 B. $\begin{cases} x-y=70, \\ 2.5x+2.5y=420 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x+y=70, \\ 2.5x-2.5y=420 \end{cases}$
 D. $\begin{cases} 2.5x+2.5y=420, \\ 2.5x-2.5y=70 \end{cases}$

即学即练

5. 已知 $\begin{cases} x=1, \\ y=a \end{cases}$ 是方程 $x - 2y = 5$ 的解，求 a 的值。

钱数=总钱数 20 元, 在这个问题中, 可乐和奶茶的杯数是自然数(不买则为 0 杯), 列二元一次方程, 然后求出它的自然数解.

解: 设买可乐、奶茶分别为 x 杯、 y 杯, 根据题意, 得

$$2x + 3y = 20 \text{ (且 } x, y \text{ 均为自然数)}$$

$$\text{所以 } x = \frac{20 - 3y}{2}, \text{ 即 } x = 10 - \frac{3y}{2}$$

要使 x 为自然数, y 的值必须是偶数,

所以 $y = 0, 2, 4, 6$. 当 $y \geq 8$, x 为负数, 舍去.

将 y 的值分别代入 $x = 10 - \frac{3y}{2}$, 得

$$\begin{cases} x=10, \\ y=0; \end{cases} \begin{cases} x=7, \\ y=2; \end{cases} \begin{cases} x=4, \\ y=4; \end{cases} \begin{cases} x=1, \\ y=6. \end{cases}$$

所以有四种购买方式, 买可乐 10 杯, 奶茶 0 杯; 或可乐 7 杯, 奶茶 2 杯; 或可乐 4 杯, 奶茶 4 杯; 或可乐 1 杯, 奶茶 6 杯.

即学即练

6. 为庆祝“六一”国际儿童节, 鸡冠区某小学共 360 人参加公园活动, 有 A 和 B 两种型号客车可租用, 两种客车载容量分别为 45 人, 30 人, 要求每辆车必须满载, 则师生一次性全部到达公园的租车方案有____种.

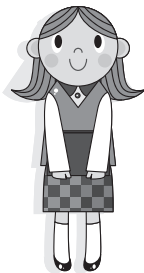
我说你讲

解读二元一次方程组的概念.



二元一次方程组必须具备三个条件:(1) 由两个整式方程组成;(2) 方程组中含有两个未知数;(3) 方程组中每个方程都可化为一次方程.

二元一次方程组不一定是由两个二元一次方程构成, 其中一个方程可以是一元一次方程.



二元一次方程组由两个方程组成, 方程组中必须只含有两个未知数.

二元一次方程组的解是指构成二元一次方程组的两个方程的公共解.




巩固练习

1. 若 $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $ax-3y=1$ 的解, 则 a 的值为 ()
A. -5 B. -1 C. 2 D. 7
2. 下列方程组中是二元一次方程组的是 ()
A. $\begin{cases} xy=1, \\ x+y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x-2y=4, \\ \frac{1}{x}+y=3 \end{cases}$
C. $\begin{cases} 2x+z=0, \\ 3x-y=\frac{1}{5} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=5, \\ \frac{x}{2}-5y=7 \end{cases}$
3. 方程 $2x+y=9$ 的正整数解有 ()
A. 1组 B. 2组
C. 3组 D. 4组
4. 在式子(1) $3x+2y$; (2) $2(2-x)+3y+5=0$; (3) $3x-4=z$; (4) $x+xy=1$; (5) $y^2+3y=5x$; (6) $4x-y=0$ 中, 是二元一次方程的有_____.
5. 当 x, y 为非负整数时, 方程 $x+y=3$ 有_____组解, 请你写出其中一组解_____.
6. 若关于 x, y 的方程 $2x^{a-1}+y^{b+2}=1$ 是二元一次方程, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.
7. 请写出满足下列两个条件: 由两个二元一次方程组成; 方程组的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=3, \end{cases}$ 且以 x, y 为未知数的二元一次方程组是_____.
8. 若 $\begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax-y=1, \\ by+2x=2 \end{cases}$ 的解, 则 a^b 的值为_____.
9. 某两个同学解方程组 $\begin{cases} x-ay=1, \\ bx-y=3, \end{cases}$ 由于甲同学看错了系数 a , 得到方程组的解是

$\begin{cases} x=1, \\ y=-1; \end{cases}$ 由于乙同学看错了系数 b , 得到方程组的解是 $\begin{cases} x=-1, \\ y=1. \end{cases}$ 求没有看错方程组时 a, b 的值.

10. 已知: 二元一次方程 $2x+y=8$.

(1) 填表:

x	-2	-1	0	1	2
y					

(2) 请写出方程组 $2x+y=8$ 的正整数解;

(3) 以表格中的数值 x, y 作为点的横坐标和纵坐标, 在平面直角坐标系内描出各点, 再顺次连接各点, 得到怎样的图形?

1.2 二元一次方程组的解法

知识详解

知识点 1

代入消元法

把二元一次方程组的其中一个方程的某一个未知数用含有另一个未知数的代数式表示,然后把它代入到另一个方程中,得到一个一元一次方程,这种解方程组的方法叫做代入消元法,简称代入法.

【解读】解二元一次方程组的基本思路是消元,将二元一次方程组通过代入消元法消去一个未知数,转化为一元一次方程来解决.

例 1 把下列各式用含 x 的代数式表示 y .

$$(1) 2x - y = 3; \quad (2) 2x - 3y = 13;$$

$$(3) x + 6y = 3; \quad (4) 2x - y = \frac{1}{2};$$

$$(5) x + \frac{1}{3} = 2y.$$

【分析】用含 x 的代数式表示 y ,就是把 y 看成未知数,把 x 看成已知的,解一元一次方程.

解: (1) $2x - y = 3, -y = 3 - 2x, y = 2x - 3;$

(2) $2x - 3y = 13, -3y = 13 - 2x, y = \frac{2x - 13}{3};$

(3) $x + 6y = 3, 6y = 3 - x, y = \frac{3 - x}{6};$

(4) $2x - y = \frac{1}{2}, y = 2x - \frac{1}{2};$

(5) $x + \frac{1}{3} = 2y, y = \frac{x}{2} + \frac{1}{6};$

知识点 2

用代入法解二元一次方程的一般步骤

(1) 从方程组中选一个系数比较简单的方程,将这个方程中的一个未知数用含有另一个未知数的代数式表示出来.

(2) 将变形后得到的关系式代入到另一个方程中,消去一个未知数,得到一个一元一次方程.

(3) 解这个一元一次方程,求出其中的未知数,如 x (或 y).

即学即练

1. 方程组 $\begin{cases} x+y=5, \\ x=3 \end{cases}$ 的解是 _____.

要点提示

用含 x 的代数式表示 y 时可以将原等式看做是关于 y 的一元一次方程,求出 y 即可, y 的系数为1,不能为-1.

巧记乐背



用代入法解方程组,
先用一数表示另一数.
代入另一方程中,
消去一个未知数.