

义务教育学科核心素养·关键能力

测评与教学

义务教育学科核心素养与关键能力研究项目组 著



图书在版编目(CIP)数据

义务教育学科核心素养·关键能力 测评与教学 初中
数学 / 义务教育学科核心素养与关键能力研究项目组著.

—南京: 江苏凤凰科学技术出版社, 2018.6

ISBN 978-7-5537-8835-7

I. ①义… II. ①义… III. ①中学数学课—初中—教
学研究 IV. ①G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 315239 号

义务教育学科核心素养·关键能力 测评与教学
初中数学

著 者 义务教育学科核心素养与关键能力研究项目组
责任编辑 沈 琼
责任校对 郝慧华
责任监制 曹叶平

出版发行 江苏凤凰科学技术出版社
出版社地址 南京市湖南路1号A楼, 邮编: 210009
照 排 南京紫藤制版印务中心
印 刷 江苏凤凰通达印刷有限公司

开 本 787 mm×1 092 mm 1/16
印 张 10.75
字 数 249 000
版 次 2018年6月第1版
印 次 2018年6月第1次印刷

标准书号 ISBN 978-7-5537-8835-7
定 价 32.00 元

图书如有印装质量问题, 可随时向我社出版科调换。

编委名单

董洪亮 董林伟 何 锋 叶 兵 李 亮

黄明旻 郭庆松 段承校 魏 惠 李 娜

于 蓉 吴举宏 戴苾芬 周世科

本书编委名单

主 编 董林伟

副 主 编 周雪兵 赵维坤

编写人员 (按姓氏笔画排序)

马 敏 李 贺 张卫明 张爱平 杭 毅

周雪兵 赵维坤 侯正永 钱云祥 徐德同

殷容仪 董林伟 喻 平

迈出质量评价与教学改革的关键一步

江苏省教育厅副厅长 朱卫国
江苏省基础教育质量监测中心主任

从2006年开始,在教育部基础教育司设立的国家项目组的框架内,江苏省全面实施义务教育阶段学生学业质量监测,测试的年级是三年级和八年级,测试的科目包括小学语文、数学,初中语文、数学、英语和科学(物理、地理、生物学)等,共八个学科。实施质量监测的目的是向地方、学校和学科教师提供详细的、连续的质量信息,为课程教学的改进提供依据。2013年,国家项目组的项目实施结束以后,江苏决定继续独立地实施质量监测。

以监测的方式对学生学业质量进行测评,首先要解决一个“尺子”或者测评框架的问题。为此,江苏省基础教育质量监测中心办公室(江苏省中小学教学研究室)的同志,从2015年开始,专门设立了一个“义务教育学科核心素养与关键能力研究”项目,组织省内外八个学科一百多位专家,以项目研究的方式,从三个层面展开学科测评框架的研制。

第一个层面是建立义务教育阶段的学科核心素养结构。用“核心素养”贯穿课程的全过程,从关注“知识”转向关注“学生”,从“教书”转向“育人”,这是课程教学改革的根本价值追求。关于核心素养,还有三个方面值得关注。其一是核心素养的时代性。研究核心素养,本质上是研究人才培养。教育确立的人才培养观与时代发展的特点直接相关。与改革开放之初相比,中国的经济文化发展进入了新的阶段,教育培养的人才的规格,当然也需要重新设定。其二是核心素养的本土性。所有国家或者地区,都会对教育提出人才培养的规格要求。同时,本土性所指的“本土”,也会决定人才培养的具体内容。假定联合国教科文组织要在全球范围设定新的人才培养目标,推

进教育改革,其具体内容一定不会完全等同于某一个具体的国家。同样,在同一个国家,因为区域性差异的问题,在执行国家统一的、基本的人才培养规划的基础上,不同地区也可能会提出一些细化的、适应地方经济发展和文化发展的内容。比如,《江苏省中长期教育改革和发展规划纲要》中,就提出要建立符合省情的基础教育质量标准。这个质量标准一定要符合国家对年轻一代的基本要求,同时能够体现地方特点。其三是核心素养的层次性。我们可能会在不同层次上使用“核心素养”这个概念。比如,学生一般发展的核心素养和学科性的核心素养就处于两个不同层次。

我们在研制和建立义务教育阶段学科核心素养结构的时候,国家层面学生一般发展层次的核心素养结构已经建立,普通高中各学科的核心素养结构也已确定。这是我们研制工作最重要的依据和参照。但是,在国家层面,尚未正式开始研究和确立义务教育阶段各学科核心素养结构。如何根据时代发展的特点,适应江苏地方需要,建立义务教育学科层次的核心素养结构,是项目研究首先要解决的问题。我们的项目研究可以算作国家层面今后相关研究的前期探索。

第二个层面是建立各学科关键能力结构。在学科层次培养学生的核心素养不能流于空谈,需要得到课程意义上的落实,也就是要对学科核心素养具体化。具体化的依据是国家义务教育各学科的课程标准。正因为如此,可以说,我们开展的义务教育阶段学生学业质量监测,是严格依据课程标准的测试。“关键能力”的英文表达是“key competence”。“key competence”也可以翻译为“核心素养”,但是考虑到“核心素养”和“关键能力”这两个概念的区别,我们用“key competence”专门指称“关键能力”,而用“core competence”或者“core literacy”指称“核心素养”。词的翻译有可能不重要,重要的是我们希望体现“核心素养”和“关键能力”之间的层次差别。

第三个层面是建立学生在学科各关键能力方面的表现类型和表现水平的结构。江苏的测试从2006年开始,到目前,我们已经获得了大量的本省学生实际表现方面的数据。这些数据来自学生历年来的表现,规模庞大,为我们分析学生每一种关键能力的表现类型和表现水平提供了十分重要的支撑,也为我们今后建立各学科质量标准提供了重要的依据。

到2016年年底,上述三个层面的研究已基本完成。在这个基础上,项目

组又用了近一年的时间,加强了教学层面的研究。开展学科质量测评,最终的目的是改进学科教学的过程。从现实情况看,中小学教师在教学方面普遍存在两方面的困难。第一是很难从课程层面,整体地把握具体内容的教学目标。本项目三个层面的梳理和研究,应当能从这方面为广大教师提供帮助。第二是具体的教学目标确立以后,在如何实现这些目标方面存在一定的困难。为了帮助教师解决这两个方面的问题,项目组的同志们采用了举例的方式,为教师提供支持。各学科结合测评的结果,列举的例子非常多,主要的用意就是希望所举的例子尽量覆盖学科关键能力的各个方面。

经过项目组同志们近三年辛苦的努力,项目研究成果终于结集出版了。基于上面的这些考虑,我们把本套丛书的名称确定为“义务教育学科核心素养·关键能力 测评与教学”,并且,每一册的内容,大体也按这样的结构展开。作为项目研究的成果,我们真诚地希望这套丛书能为国家层面义务教育阶段学科核心素养的研制提供一些启发,能为教师在课程层面理解学科结构提供一些帮助,能为教师展开具体教学提供一些支持。当然,本项目研究的直接目的是为江苏省义务教育质量监测奠定基础,因此,这套丛书只包含义务教育阶段的八个学科,并且在每个学科中重点关注了相应的测试年级。覆盖更多学科与更多年级是我们今后需要继续完善的地方。

为这套丛书的出版,江苏凤凰科学技术出版社的编辑同志付出了大量的也是专业化的劳动,在此,谨向他们表示衷心感谢。

为了更好地研究义务教育各学科的结构问题和教学问题,也为了完善本套丛书的内容,我们真诚期待大家批评和指教。

2018年1月于南京

目 录

第一章	初中数学核心素养及其测评概述	1
第一节	数学核心素养的概念内涵	2
第二节	数学核心素养的表现	3
第三节	数学核心素养测试及结果的整体分析	7
第二章	数学抽象的测量分析与培养策略	50
第一节	数学抽象的表现水平	50
第二节	数学抽象在质量监测中的表现分析	55
第三节	发展学生数学抽象的教学策略	59
第三章	逻辑推理的测量分析与培养策略	67
第一节	逻辑推理的表现水平	67
第二节	逻辑推理在质量监测中的表现分析	70
第三节	发展学生逻辑推理的教学策略	80
第四章	数学建模的测量分析与培养策略	89
第一节	数学建模的表现水平	89
第二节	数学建模在质量监测中的表现分析	93
第三节	发展学生数学建模的教学策略	101
第五章	直观想象的测量分析与培养策略	108
第一节	直观想象的表现水平	108
第二节	直观想象在质量监测中的表现分析	112
第三节	发展学生直观想象的教学策略	116
第六章	数学运算的测量分析与培养策略	122
第一节	数学运算的表现水平	122

第二节	数学运算在质量监测中的表现分析	125
第三节	发展学生数学运算的教学策略	135
第七章	数据分析的测量分析与培养策略	142
第一节	数据分析的表现水平	142
第二节	数据分析在质量监测中的表现分析	146
第三节	发展学生数据分析的教学策略	152
	参考文献	158
	后记	160

第一章 初中数学核心素养及其测评概述

2003年,中华人民共和国教育部(以下简称“教育部”)设立了“建立中小学生学习质量分析、反馈与指导系统”项目,对我国的基础教育质量进行监测。这个项目从2004年开始,每两年组织一次,在三年级和八年级进行。江苏省义务教育阶段学生学业质量监测从2006年开始,在教育部项目组的框架下进行。自2014年起,江苏省独立实施义务教育阶段学生学业质量监测,但整体框架和技术标准仍延续原有项目。初中数学质量监测与分析在江苏省教育厅的部署下进行,严格依据《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称“《标准》”),遵循国际上有关教育质量科学测试的要求,并采用9项指数全面体现“质量”内涵。测试范围覆盖江苏省所有市、县(市、区)。测试后,分别在省、市、县、校4级形成质量分析报告,全面呈现地方和学校课程教学质量情况,对教育、教学的过程进行深入细致的诊断,为教育、教学和管理改革提供依据。

《教育部关于全面深化课程改革 落实立德树人根本任务的意见》首次提出了核心素养,即学生应具备的适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力。基于这种背景,教育部于2015年开始组织专家对高中课程标准进行修订,要求把学科核心素养作为修订课程标准的主线,围绕学科核心素养制订教学内容、评价标准和进行教材编写。目前,《普通高中数学课程标准(2017年版)》提出了数学核心素养的6个要素:数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析,并对其作了三级水平划分。同时,许多学者对数学核心素养也开展了相关的研究。

尽管当下核心素养的提出源于高中课程改革,但是关注发展学生的核心素养是国内外教育改革的必然走向和趋势。面对这种情况,江苏省中小学教学研究室组织专家对高中阶段数学核心素养的研究作了认真分析,率先把数学核心素养概念引申到初中和小学,参照《普通高中数学课程标准(2017年版)》对数学核心素养的研究成果并结合《标准》,对义务教育阶段数学核心素养作了内涵界定和水平划分。2016年的初中数学学科全省学生学业质量监测除了遵循原有测试的框架和任务,还把数学核心素养的考查渗透到测试题目中,这是一种从单纯考查知识学习结果到同时考查知识学习与数学核心素养发展的尝试,我们希望通过这次测试了解当下初中学生数学核心素养发展的基本状况。

为了详细阐述6个数学核心素养,即数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数

学运算、数据分析,参考国内外的相关成果及本课题的近3年的实践研究,本章对6个数学核心素养的概念内涵、具体表现进行分析,并提出一些关于测量学生数学核心素养的工具编制方法及案例。

第一节 数学核心素养的概念内涵

《标准》指出:“在数学课程中,应当注重发展学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力和模型思想。为了适应时代发展对人才培养的需要,数学课程还要特别注重发展学生的应用意识和创新意识。”这个描述指出了义务教育阶段数学学科的10个核心概念。将这10个核心概念与高中阶段6个核心素养作对比:数据分析观念与数据分析对应,运算能力与数学运算对应,推理能力与逻辑推理对应,模型思想与数学建模对应。对这4个对应概念的描述,《标准》与《普通高中数学课程标准(2017年版)》的说法基本一致,只是要求和程度上有所差异。

《标准》对于空间观念的界定是:“空间观念主要是指根据物体特征抽象出几何图形,根据几何图形想象出所描述的实际物体;想象出物体的方位和相互之间的位置关系;描述图形的运动和变化;依据语言的描述画出图形等。”《标准》对几何直观的界定是:“几何直观主要是指利用图形描述和分析问题。借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简明、形象,有助于探索解决问题的思路,预测结果。几何直观可以帮助学生直观地理解数学,在整个数学学习过程中都发挥着重要作用。”上面的描述中,空间观念有数学抽象成分,思维对象是几何问题,而对几何直观的描述主要围绕它的功能。《普通高中数学课程标准(2017年版)》对直观想象的界定是:直观想象是指借助空间想象感知事物的形态与变化,利用空间形式特别是图形,理解和解决数学问题的素养。主要包括:利用图形描述数学问题、建立形与数的联系、构建数学问题的直观模型、探索解决问题的思路。显然,将《标准》中空间观念和几何直观两个概念合并,其内涵与直观想象是基本一致的。

符号意识是指能够理解并运用符号表示数、数量关系和变化规律,并用符号进行推理,本质上就是一个数学抽象的过程。数感包括对数字关系和数字模式的意识,以及运用这种对数字关系和数字模式的意识灵活地解决数字问题的能力。意识的过程本身有抽象的元素蕴含其中,反映的是人对现实问题中数学要素的抽象。因此,我们把数感和符号意识合并,与高中数学核心素养中的数学抽象对应。至于应用意识和创新意识,它们分布于上述各个核心素养要素中。

基于上述分析,初中数学核心素养与高中数学核心素养形成一一对应关系,换言之,初中数学核心素养也分为6个要素,可简单地描述为:数学抽象是指通过对数量关系与空间形式的抽象,得到数学研究对象的素养;逻辑推理是指从一些事实和命题出发,依据规则推出其他命题的素养;数学建模是对现实问题进行数学抽象,用数学语言表达问题、用数学方法构建模型解决问题的素养;直观想象是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化,

利用空间形式特别是图形,理解和解决数学问题的素养;数学运算是指在明晰运算对象的基础上,依据运算法则解决数学问题的素养;数据分析是指针对研究对象获取数据,运用数学方法对数据进行整理、分析和推断,形成关于研究对象知识的素养。

第二节 数学核心素养的表现

借鉴学业水平测试对能力纬度的划分方法,同时为尽可能便于测量和统计各个核心素养,本节将对6个核心素养的具体表现进行阐述,并对每个具体表现进行水平上详细的划分。

一、确定数学核心素养表现的依据

《普通高中数学课程标准(2017年版)》对6个数学核心素养作了三级水平划分,这种划分有两个问题,其一,它是针对高中阶段数学学习的特征划分的,如果完全搬迁到初中阶段数学学习中来,可能会有一定的不适应性;其二,三个水平分别对应的是高中结业、高考、高校自主招生的数学核心素养要求,没有与非终结性考试对应。还有学者以“学科核心素养生成的本源是知识”为逻辑起点,提出学科核心素养水平划分为知识理解、知识迁移、知识创新三级水平。

针对初中数学核心素养的特殊性,在作水平划分时要考虑:①初中数学核心素养的具体表现及水平应体现初中学生的年龄特点与认知水平;②初中数学核心素养不是独立于知识、技能、思想、经验之外的“神秘”概念,它综合体现出对数学知识的理解、对数学技能方法的掌握、对数学思想的感悟及对数学活动经验的积累;③数学核心素养的具体表现及水平划分既要参考高中数学核心素养水平划分框架,更要与《标准》所规定的相应的课程内容、目标及要求适应。

基于这种思考,与高中阶段数学核心素养水平划分的二级指标体系不同,我们把初中阶段数学核心素养的水平划分为三级指标:一级指标是数学核心素养要素;二级指标是数学核心素养的具体表现;三级指标是每一种表现的水平。其中,具体表现的含义是对每个核心素养应当达到的目标作出分类,这个目标的确定依据《标准》对每一个内容的要求,同时参照高中阶段数学核心素养水平划分的二级指标体系,即将这个二级指标作分类处理。三级指标是对各数学核心素养的每个具体表现作出水平划分,分为A、B、C、D四个水平,A水平为优秀,B水平为良好,C水平为达到课程标准的基本要求,D水平为未达到课程标准的基本要求,因此,A水平最高,D水平最低,一般来说在某一维度处于高水平的学生也能完成较低水平的任务。

二、数学核心素养表现的具体划分

表1.2-1~表1.2-6给出了每种核心素养的具体表现及水平划分情况。

表 1.2-1 数学抽象的具体表现与表现水平

具体表现	表现水平
感悟现实生活中数的意义,估计运算结果	<p>A. 能在复杂情境中根据需要准确描述数的意义;能正确选择法则进行计算;能使用较为复杂的工具进行测量并计算</p> <p>B. 能在具体情境中准确描述数的意义;能在具体情境中正确选择法则进行计算;能使用常见的工具进行测量并计算</p> <p>C. 能在简单情境中准确描述数的意义;能在简单情境中正确选择法则进行计算;能使用简单的工具进行测量并计算</p> <p>D. 不能在简单情境中准确描述数的意义,或描述出部分、混淆的数的意义;不能在简单情境中正确选择法则进行计算,或计算中频繁出错;不能使用简单的工具进行基本测量并计算,或在测量及计算中频繁出错</p>
用符号表示数、数量关系和变化规律	<p>A. 能用符号语言准确描述数学对象;能在模型、自然语言、图表、数或字母等之间进行转化;能利用数学对象对复杂情境中的现象进行多方面的解释</p> <p>B. 能用数学语言描述数学对象的主要特征;能用模型、自然语言、图表、数或字母等多种方式表示概念;利用数学对象对复杂情境中的现象进行解释</p> <p>C. 能用自己的语言描述数学对象的特征;能认识用模型、自然语言、图表、数或字母等表示的概念,并能举出一些实例;能利用数学对象对简单情境中的现象进行解释</p> <p>D. 不能选择适当的形式表示数学对象,或选用其中的一种方式表达不完整;不能在不同形式之间进行简单转化;不能描述数学对象或用数学对象对简单情境中的现象进行解释,或描述、解释不完整,有明显错误</p>
从数量与数量关系、图形与图形关系中抽象出数学概念	<p>A. 能识别出复杂情境中的数学概念,根据对象的意义、性质判断对象的属性以及与其相关对象之间的联系与区别;能用数学语言准确描述复杂情境中数学对象的特征并进行多方面解释;能用多种标准对复杂情境中的数学对象进行分类;能在自然语言、图形语言、符号语言之间进行转化</p> <p>B. 能识别出复杂情境中的数学概念,根据对象的意义、性质判断对象的属性;能用数学语言准确描述复杂情境中数学对象的特征并进行解释;能自己确定合理标准对复杂情境中的数学对象进行分类;能用自然语言、图形语言、符号语言表达概念</p> <p>C. 能识别出简单情境中的数学概念,并判断对象的属性;能用自己的语言描述简单情境中数学对象的特征并进行解释;能利用给定的标准对简单情境中的数学对象进行分类;能认识用自然语言、图形语言、符号语言表示的概念,并能举出一些实例</p> <p>D. 不能识别出简单情境中的数学对象,不能正确判断对象的属性,或识别的数学对象存在偏差,判断的属性有明显错误;不能正确描述、解释简单情境中数学对象的特征,或描述、解释不完整,有明显错误;不能根据给定的标准对简单情境中的数学对象进行分类,或分类过程混乱;完全不能认识用自然语言、图形语言、符号语言表示的概念,无法举出实例</p>
借助符号进行运算和推理,抽象出一般规律和结构	<p>A. 能识别解决问题所需要的算法、法则、公式、定理等,并形成相应策略找出问题中的一般规律和结构;能对问题中的一般规律和结构的意义进行解释,验证解决方法或结果的合理性</p> <p>B. 能在复杂情境中识别解决问题所需要的算法、法则、公式、定理等,并通过列式计算、画出图表或运用推理等方法找出问题中的一般规律和结构;能对问题中的一般规律和结构的意义进行解释,能根据意义验证结果的合理性</p> <p>C. 能在简单情境中识别解决问题所需要的算法、法则、公式、定理等,并通过列式计算、画出图表或运用推理等方法找出问题中的一般规律和结构;能对问题中的一般规律和结构的意义进行解释</p> <p>D. 不能在简单情境中识别解决问题所需要的算法、法则、公式、定理等,或者在运用法则、公式、定理时经常出现错误;不能对问题中的一般规律和结构的意义进行解释,或解释明显缺乏合理性</p>

表 1.2-2 逻辑推理的具体表现与表现水平

具体表现	表现水平
从已有的事实出发,凭借经验和直觉,通过归纳和类比等推断某些结果	<p>A. 能发现问题和提出命题;能理解数学知识之间的联系,建构知识框架;在解决问题的过程中,能形成合情推理的思维品质</p> <p>B. 能发现一些问题;能体会数学知识之间的联系;在解决问题的过程中,发展自身的合情推理能力</p> <p>C. 能发现一些简单的结论;能了解数学知识之间的简单联系;在解决问题的过程中,有合情推理的意识</p> <p>D. 不能发现结论;不了解数学知识之间的联系;在解决问题的过程中,没有合情推理的意识</p>
从已有的事实(包括定义、公理、定理等)和确定的规则(包括运算的定义、法则、顺序等)出发,按照逻辑推理的法则证明和计算	<p>A. 能掌握逻辑推理的基本形式,表述论证的过程;在解决问题的过程中,能形成有论据、有条理、合乎逻辑的思维品质</p> <p>B. 能表述证明的过程;在解决问题的过程中,发展自身的逻辑推理能力</p> <p>C. 能基本完成证明的过程;在解决问题的过程中,形成逻辑推理的习惯</p> <p>D. 不能完成基本证明;在解决问题的过程中,没有逻辑推理的意识</p>

表 1.2-3 数学建模的具体表现与表现水平

具体表现	表现水平
在实际情境中从数学的视角发现问题,用数学语言表达问题	<p>A. 能在实际情境中用符号语言准确描述数学对象;能利用数学语言对复杂情境中的现象进行解释</p> <p>B. 能在实际情境中用符号语言准确描述数学对象;能利用数学语言对复杂情境中的现象进行表达</p> <p>C. 能用自己的语言描述数学对象的特征;能利用数学语言对简单情境中的现象进行表达</p> <p>D. 不能选择适当的形式表示数学对象,或选用其中的一种方式表达不完整;不能描述数学对象或用数学对象对简单情境中的现象进行解释,或描述、解释不完整,有明显错误</p>
在实际情境中发现问题和提出问题,针对问题建立数学模型	<p>A. 通过信息的重组,获取解决问题的有效信息,并作出合理的假设与推断,能根据问题情境中的信息提出数学问题;通过分析情境中的数学关系,发现内在联系,构建数学模型,并运用知识、方法等解决非常规问题</p> <p>B. 能获取给定问题情境中的信息,并作出合理的假设与推断;能根据问题情境中的信息提出简单的数学问题;能通过图表等分析问题情境中的数学关系,能够选择适当的形式表达数学关系,并运用知识、方法等解决非常规问题</p> <p>C. 能读懂问题情境中的数学信息,从给定的信息中作出简单的假设与推断;能利用生活现象、直观模型等解决常规问题</p> <p>D. 不能读懂问题情境中的数学信息,或不能根据问题有效提取问题情境中的数学信息;不能利用生活现象、直观模型等解决常规问题</p>
运用数学知识求解模型,并尝试基于现实背景验证模型和完善模型,最终解决实际问题	<p>A. 能在学习过程中自主发现和提出新问题,并进行质疑;能将多种信息联系起来,体验解决问题方法的多样性,能做出恰当的选择,并能将模型进行拓展</p> <p>B. 能在现实情境中发现问题和提出问题,并能将问题抽象成数学问题;综合运用数学知识解决简单的实际问题,获得分析问题和解决问题的一些基本方法</p> <p>C. 认识到现实生活中蕴含着大量与数量和图形有关的问题;能利用数学的概念和方法解释现实世界中的现象,解决现实世界中的简单问题</p> <p>D. 不能读懂问题情境中的数学信息或不能根据问题有效提取问题情境中的数学信息;不能运用知识和方法解决问题或解决问题的基本策略与方法有明显错误</p>

表 1.2-4 直观想象的具体表现与表现水平

具体表现	表现水平
借助空间认识事物的位置关系、形态变化与运动规律	<p>A. 能根据物体特征抽象出几何图形;能用语言描述几何图形的特征,并想象出所描述的实际物体;能想象出物体的方位和相互之间的位置关系;能用数学语言描述图形的运动和变化;能依据文字语言的描述画出图形</p> <p>B. 能根据物体特征抽象出几何图形;能根据几何图形想物体;能根据文字语言的描述想象出物体的方位和相互之间的位置关系;能描述简单的图形运动和变化;能依据文字语言的描述画出简单图形</p> <p>C. 能根据物体的详细特征抽象出几何图形;能根据完整的几何图形想象出所描述的实际物体;能想象出物体的方位和相互之间的位置关系;能用自己的语言描述图形的运动和变化;能依据语言的描述画出简单的图形</p> <p>D. 不能根据物体特征抽象出几何图形;不能根据几何图形想象出所描述的实际物体;不能想象出物体的方位和相互之间的位置关系;不能描述图形的运动和变化;不能依据语言的描述画出图形</p>
利用图形理解数学概念,描述、分析数学问题	<p>A. 能借助几何直观图形准确理解数学概念;能借助明确的几何图形来描述和分析复杂的数学问题;能通过对复杂的实物动手操作或图形运动操作进行几何直观探索</p> <p>B. 能借助几何直观图形理解数学概念;能借助几何图形来描述和分析数学问题;能通过对不太复杂的实物动手操作或图形运动操作进行几何直观探索</p> <p>C. 能借助几何直观图形理解数学概念;能借助几何图形来描述和分析简单的数学问题;能通过对简单的实物动手操作或图形运动操作进行几何直观探索</p> <p>D. 不能利用几何直观图形理解数学概念;不能通过对实物的动手操作或图形运动操作进行几何直观探索;不能借助明确的几何图形来描述和分析具体的数学问题</p>
建立形与数的联系,把握不同事物之间的关联	<p>A. 能借助见到的(或想象出来的)几何图形的形象关系,对数学的研究对象(空间形式和数量关系)进行直接感知、整体把握;能借助与研究对象有一定关联的现实世界中的实际事物,进行简捷、形象的思考和判断;能在几何图形、数或具体情境之间等进行灵活转化;能借助几何图形直观探索、描述和分析几何以外的其他数学领域的问题</p> <p>B. 能借助见到的(或想象出来的)几何图形的形象关系,对数学的研究对象(空间形式和数量关系)进行直接感知;能借助与研究对象有一定关联的现实世界中的实际事物,进行形象的思考和判断;能在几何图形、数或具体情境之间等进行转化;能借助几何图形直观探索、描述和分析几何以外的其他数学领域的问题</p> <p>C. 能借助见到的(或想象出来的)几何图形的形象关系,对数学的研究对象(空间形式和数量关系)进行直接感知、整体把握;能借助与研究对象有一定关联的现实世界中的实际事物,进行简捷、形象的思考和判断;能在几何图形与数之间进行转化;能借助几何图形直观探索、描述和分析几何以外的其他数学领域的简单问题</p> <p>D. 不能借助见到的(或想象出来的)几何图形的形象关系,对数学的研究对象(空间形式和数量关系)进行直接感知、整体把握;不能借助与研究对象有一定关联的现实世界中的实际事物,进行简捷、形象的思考和判断;不能借助几何图形直观探索、描述和分析几何以外的其他数学领域的问题</p>

表 1.2-5 数学运算的具体表现与表现水平

具体表现	表现水平
理解运算对象	<p>A. 能正确理解运算对象,明晰算理</p> <p>B. 能在具体情境中理解运算对象,理解算理</p> <p>C. 能在简单情境中理解运算对象,了解算理</p> <p>D. 不能理解运算对象,不了解算理</p>

续 表

具体表现	表现水平
掌握运算法则	A. 能在复杂情境中灵活选择运算法则 B. 能在具体情境中选择运算法则 C. 能在简单情境中选择运算法则 D. 不能运用运算法则进行计算
探索运算思路	A. 能寻求合理简洁的运算思路 B. 能寻求合理的运算思路 C. 能寻求正确的运算思路 D. 不能寻求正确的运算思路
设计运算程式	A. 能设计简洁合理的运算程式 B. 能设计合理的运算程式 C. 能设计正确的运算程式 D. 不能设计正确的运算程式

表 1.2-6 数据分析的具体表现与表现水平

具体表现	表现水平
调查研究现实生活问题,收集数据,分析并做出判断,体会数据中蕴涵着信息	A. 能通过分析情境中的数学关系,发现内在联系,构建数学模型,并运用知识、方法等解决非常规问题 B. 能通过分析情境中的数学关系,发现内在联系,构建数学模型,并运用知识、方法等解决简单的非常规问题 C. 能通过分析简单情境中的数学关系,发现联系,构建简单的数学模型,并运用知识、方法等解决简单问题 D. 不能分析情境中的数学关系,不能发现联系,不能构建简单的数学模型,不能解决问题
用多种分析方法分析同样数据,根据问题背景选择合适的方法	A. 能通过统计图、统计表等多种方式分析问题情境中的数学关系,能够选择适当的形式表达数学关系 B. 能通过统计图、统计表等多种方式分析简单问题情境中的数学关系,能够选择适当的形式表达简单的数学关系 C. 能用统计图或统计表等分析简单问题情境中的数学关系,能够用某种方式表达简单的数学关系 D. 不能通过统计图或统计表等分析问题情境中的数学关系,不能够选择适当的形式表达数学关系
通过数据分析体验随机性,同样的问题背景每次收集到的数据可能不同,感受只要有足够的数据就可能从中发现规律	A. 能从问题情境中获取丰富的信息,能从信息中作出合理假设与推理 B. 能从简单的问题情境中获取信息,能从信息中作出合理假设与推理 C. 能读懂问题情境中的数学信息,能从给定的信息中作出简单的假设与推断 D. 不能读懂问题情境中的数学信息,或不能根据问题有效提取问题情境中的数学信息

第三节 数学核心素养测试及结果的整体分析

在编制数学核心素养测试工具时,我们结合八年级学生的知识能力水平,覆盖《标准》规定的内容体系,遵循试卷命制的一般步骤,重点关注对各个数学核心素养的考查,经过多次

的讨论与修改,形成了反映试卷属性的双向细目表,按照国际上一般教育测量试题的命制方法形成了 A、B 两套试卷,并对测试的结果进行分析。

一、测试卷的结构

由于考试的时间为 90 分钟,因此设计了 A、B 两套试卷,以确保测试内容具有一定的覆盖面。由于 A、B 卷的客观难度不可能完全相同,又分别是不同学生群体作答,因此又专门设计了 S 卷,S 卷是由从两份试卷中各抽取部分试题组成的,并由第三批学生作答。3 套试卷试题的题型包括选择题、填空题和解答题,其中 A 套试卷有 18 大题共 26 小题,B 套试卷有 19 大题共 27 小题。测试内容限于七年级、八年级的课程内容。基于内容体系的两张双向细目表如表 1.3-1 与表 1.3-2,其中“题目编号”中的 M 指数学、8 指年级、AO 代表 A 卷中的客观题、AS 代表是 A 卷的主观题、BO 代表 B 卷中的客观题、BS 代表 B 卷的主观题、后面 3 个数字的前两个数字指题号,最后一个数字指小题号。例如,“M8AS172”指数学 8 年级 A 卷的主观题第 17 题的第 2 小题。

表 1.3-1 A 卷双向细目表

题目编号	内容领域	基本脉络	具体内容	试题目标	能力维度	难度	核心素养	具体表现	题型	分值
M8AO011	数与代数	数、式及其运算	运算应用	分析具体问题中简单数量关系,并用代数式表示	理解概念	A	数学抽象	建立符号意识	选择	4
M8AO021	数与代数	量、关系与模型	常量模型	会用数轴确定由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集	知识技能	B	数学运算	根据法则进行运算	选择	4
M8AO031	图形与几何	研究图形的 基本方法	图形的变化	轴对称的概念	理解概念	A	直观想象	描述图形的运动与变化	选择	4
M8AO041	数与代数	量、关系与模型	变量模型	从实际情境中抽象出函数关系式	问题解决	B	数学建模	用数学符号表示具体情境中数量关系	选择	4
M8AO051	数与代数	数、式及其运算	运算对象的认识	有理数的混合运算,用运算律简便运算	知识技能	B	数学运算	理解算理,寻求合理简洁的运算途径	选择	4
M8AO061	图形与几何	图形的描述及性质	图形的认识	三角形的相关概念	理解概念	B	数学运算	根据法则进行计算	选择	4
M8AS071	数与代数	数、式及其运算	运算法则	能进行简单的整式乘法运算	知识技能	A	数学运算	根据法则进行运算	填空	4
M8AO081	数与代数	数、式及其运算	运算法则	会进行二次根式的简单运算	知识技能	A	数学运算	理解算理	填空	4
M8AS091	数与代数	数、式及其运算	运算法则	分式的简单运算	知识技能	B	数学运算	理解算理	填空	4
M8AS101	图形与几何	图形的描述及性质	图形的性质及其应用	运用“三角形内角和定理”	运用规则	B	逻辑推理	从已有的事实按逻辑推理的法则证明和计算	填空	4