JIAOCAIJIEDU

教材解读

源于教材 高于教材

SHU XUE

数学 九年级下册 RJ版

9

湖南教育出版社

教材解读

源于教材 高于教材

数学 九年级下册 RJ 版

SHU XUE 9

湖南教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

教材解读. 数学九年级. 下册 : RJ版 / 《教材解读》编写组编. — 长沙 : 湖南教育出版社, 2016.1
ISBN 978-7-5539-3512-6

Ⅰ. ①教… Ⅱ. ①教… Ⅲ. ①中学数学课－初中－教学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第000227号

教材解读
数 学
九年级下册（RJ版）
《教材解读》编写组 编

责任编辑：甘 哲
出版发行：湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路443号）
网 址：http://www.hneph.com
电子邮箱：hnjycbs@sina.com 微信号：多点学习
客 服：电话 0731-85486979
总 经 销：湖南省新华书店经销
印刷装订：长沙银都印务有限公司印制

开 本：787×1092mm 1/16
印 张：8
字 数：160千字

版 次：2016年1月第1版 2016年1月第1次印刷
书 号：ISBN 978-7-5539-3512-6
定 价：18.80元

（本书若有印刷、装订错误，可向承印厂调换）

PREFACE 前言

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点：

1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了课文讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

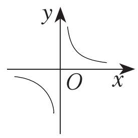
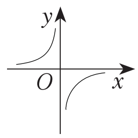
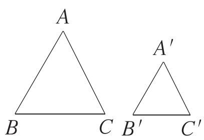
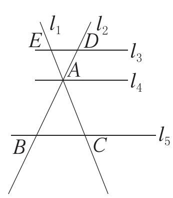
4. 体例实

结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。

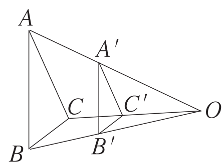
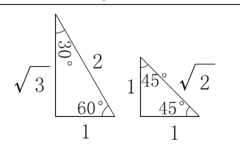
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内 容	举 例	名师点拨
1. 反比例函数的定义	一般地，如果两个变量x与y的关系可以表示成$y=\frac{k}{x}$（k为常数，$k\neq0$）的形式，那么称y是x的反比例函数	$y=\frac{1}{x}$， $y=-x^{-1}$， $xy=6$	$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）也可以写成$y=kx^{-1}$（$k\neq0$）或$xy=k$（$k\neq0$）的形式
2. 反比例函数的图象与性质	反比例函数$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象是由两支双曲线组成的. 当$k>0$时，两支曲线分别在第一、三象限内，函数值y随自变量x的增大而减小；当$k<0$时，两支曲线分别在第二、四象限内，函数值y随自变量x的增大而增大	 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$）  $y=\frac{k}{x}$（$k<0$）	（1）反比例函数的图象与x轴、y轴都没有交点；曲线是平滑的、断开的两部分 （2）描述反比例函数的增减性时，一定要指出“在每个象限内”. 反比例函数$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）图象的位置和增减性，都是由k的符号决定的；反过来，由图象所在的位置和增减性，也能推出k的符号
3. 相似	形状相同的图形叫做相似图形. 两个边数相同的多边形，如果它们的角分别相等，边成比例，那么这两个多边形叫做相似多边形. 相似多边形对应边的比叫做相似比. 相似三角形是最简单的相似多边形	 $\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$	解有关相似图形的题目时，要找准对应点，从而找到对应边和对应角
4. 比例线段	对于a，b，c，d，如果其中两条线段的比（即它们长度的比）与另两条线段的比相等，如$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（即$ad=bc$），我们就说这四条线段成比例	已知四条线段a，b，c，d，其中$a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=6$，因为$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$，$\frac{c}{d}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，所以线段$a$，$b$，$c$，$d$成比例	（1）判断四条线段是否成比例，只需把四条线段按大小顺序排列，再判断前两条线段的比与后两条线段的比是否相等即可 （2）成比例线段是有顺序的
5. 平行线分线段成比例	（1）基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例 （2）推论：平行于三角形一边的直线截其他两边，所得的对应线段成比例		由此基本事实可得到多个比例式，但必须是对应线段的比才相等

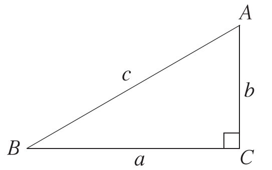
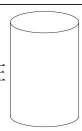
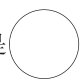
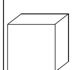
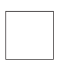
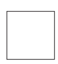
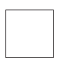
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

<table>
<tr><th>知识点</th><th>内　容</th><th>举　例</th><th>名师点拨</th></tr>
<tr><td>6.判定三角形相似的定理</td><td>（1）平行于三角形一边的直线与其他两边相交，截得的三角形与原三角形相似
（2）判定定理1：两角分别相等的两个三角形相似
（3）判定定理2：两边成比例且夹角相等的两个三角形相似
（4）判定定理3：三边成比例的两个三角形相似</td><td>$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$中，若$\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，或若$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$，且$\angle B=\angle B'$，或若$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$，则$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$</td><td>判定定理2中的角一定是成比例的两边的夹角，若不是夹角，则结论不成立</td></tr>
<tr><td>7.相似三角形的性质定理</td><td>（1）相似三角形对应的高、对应角平分线的比、对应中线的比都等于相似比
（2）相似三角形的周长比等于相似比，面积比等于相似比的平方</td><td>$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，$AD$和$A'D'$是高，$AE$和$A'E'$是中线，$AF$和$A'F'$是角平分线，相似比是$k$，则$\frac{AD}{A'D'}=k$，$\frac{AE}{A'E'}=k$，$\frac{AF}{A'F'}=k$</td><td>“高、中线、角平分线”必须是对应边上的高、中线、角平分线</td></tr>
<tr><td>8.位似图形</td><td>两个图形不仅相似，而且对应顶点的连线相交于一点，对应边互相平行，像这样的两个图形叫做位似图形，这点叫做位似中心.这时我们说这两个图形关于这点位似</td><td></td><td>（1）位似图形一定是相似图形，但相似图形不一定是位似图形
（2）利用位似，可以将一个图形放大或缩小</td></tr>
<tr><td>9.锐角三角函数</td><td>（1）正弦：$\sin\alpha=\frac{\text{角}\alpha\text{的对边}}{\text{斜边}}$
（2）余弦：$\cos\alpha=\frac{\text{角}\alpha\text{的邻边}}{\text{斜边}}$
（3）正切：$\tan\alpha=\frac{\text{角}\alpha\text{的对边}}{\text{角}\alpha\text{的邻边}}$</td><td>Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A$的对边$a=12$，邻边$b=5$，斜边$c=13$，则$\sin A=\frac{12}{13}$，$\cos A=\frac{5}{13}$，$\tan A=\frac{12}{5}$</td><td>（1）$\cos A=\sin(90°-\angle A)$，$\sin A=\cos(90°-\angle A)$，$\tan A\cdot\tan(90°-\angle A)=1$
（2）$\sin^2A+\cos^2A=1$</td></tr>
<tr><td>10.特殊角的三角函数值</td><td><table><tr><td>三角函数 \ α</td><td>30°</td><td>45°</td><td>60°</td></tr><tr><td>$\sin\alpha$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td></tr><tr><td>$\cos\alpha$</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr><tr><td>$\tan\alpha$</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{3}$</td><td>1</td><td>$\sqrt{3}$</td></tr></table></td><td>它们可由上面两个基本的直角三角形推导而出</td><td>由表中数据可看出，对于锐角：正弦值随着角度的增大而增大；余弦值随着角度的增大而减小，正切值随着角度的增大而增大</td></tr>
</table>

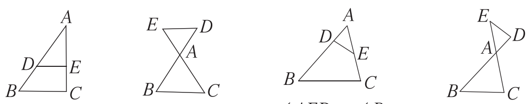
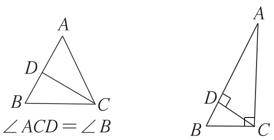
本书必背概念、性质、公式及定理

知识背囊

知识点	内 容	举 例	名师点拨
11. 直角三角形的边角关系	（1）三边之间的关系： $a^2+b^2=c^2$（勾股定理） （2）两锐角之间的关系： $\angle A+\angle B=90°$（互余） （3）边角之间的关系： $\sin A=\cos B=\dfrac{a}{c}$， $\cos A=\sin B=\dfrac{b}{c}$， $\tan A=\dfrac{a}{b}$	 在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，$b=2$，则$c=2b=4$，$\angle A=90°-\angle B=60°$，$a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$	（1）若$\angle A=30°$，则$c=2a$，或$a=\dfrac{c}{2}$ （2）若$\angle A=45°$，则$a=b$，$c=\sqrt{2}\,a$
12. 解直角三角形的四种类型	已知条件： （1）两直角边； （2）斜边、一直角边； （3）一直角边和一锐角； （4）一锐角和斜边	在Rt△ABC，$\angle C=90°$， （1）已知a，b； （2）已知a，c； （3）已知$\angle A$，a； （4）已知$\angle A$，c，分别求解对应条件下的直角三角形	在求解直角三角形的有关问题时，通常先画出几何图形，以便于分析和解决问题
13. 平行投影	由平行光线形成的投影	人在太阳光下的影子	在平行光线下，平行的物体的影子平行或在一条直线上
14. 中心投影	由同一点（点光源）发出的光线形成的投影	人在路灯下的影子	中心投影的投影线交于一点（点光源）
15. 正投影	投影线垂直于投影面产生的投影	圆柱  从上往下的正投影是 	正投影的投影线垂直于投影面
16. 三视图	主视图：在正面内得到的由前向后观察物体的视图 俯视图：在水平面内得到的由上向下观察物体的视图 左视图：在侧面内得到的由左向右观察物体的视图	的三视图如下：  主视图  左视图  俯视图	（1）主视图反映的是物体的长和高，俯视图反映的是物体的长和宽，左视图反映的是物体的高和宽 （2）三个视图都要放在正确的位置，并且注意主视图与俯视图的长对正，主视图与左视图的高平齐，左视图与俯视图的宽相等

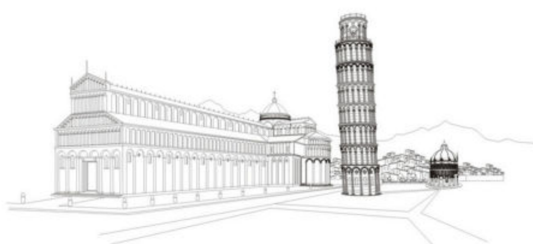
知识背囊

本书必会方法、规律和技巧

知识点	内　容	名师点拨
1. 反比例函数中k的几何意义	过双曲线上任意一点分别作x轴、y轴的垂线，所得的矩形面积为$\lvert k\rvert$；过双曲线上任意一点作一坐标轴的垂线，连接该点与原点，所得三角形面积为$\frac{\lvert k\rvert}{2}$	在已知双曲线上的点与坐标轴围成的长方形或与坐标原点及坐标轴围成的三角形的面积，求k的值时，要注意双曲线所在的象限，从而确定k的正负
2. 相似三角形的基本图形	（1）平行线型：图（1）为“A”型，图（2）为“X”型  $DE\parallel BC$　（1）　$DE\parallel BC$　（2）　$\angle AED=\angle B$　（3）　$\angle E=\angle B$　（4） （2）相交线型：如图（3）（4） （3）子母型：如图（5）（6）  $\angle ACD=\angle B$　（5）　（6）	在利用相似三角形解题时，有时题目中图形线段较复杂，要善于寻找相似三角形的基本图形，或者添加辅助线构造这几种基本图形，利用有关线段的比进行过渡 相似终极策略： 遇等积，化比例，同侧三点找相似； 四共线，无等边，射影平行用等比； 四共线，有等边，必有一条可转换； 两共线，上下比，过端平行两件边； 彼相似，我角等，两边成比边代换
3. 锐角三角函数值的求解策略	（1）定义法 （2）参数法：利用设“k”法，将直角三角形的各边长用含“k”的代数式表示，然后根据锐角三角函数的定义，求得锐角的三角函数值 （3）等角转换法：在圆中经常利用同弧或等弧所对的圆周角相等进行角的转换，用直径所对的圆周角为直角去构造直角三角形 （4）等比转换法：直角三角形中，锐角的三角函数等于两边的比值，当这个比值无法直接求解时，可结合相似三角形的性质，利用对应线段成比例转换，间接地求出这个比值	求锐角三角函数的值时，除定义法、参数法、等角（等比）转换法、构造法外，还可以利用各锐角三角函数之间的关系，如$\cos A=\sin(90^\circ-\angle A)$，$\sin A=\cos(90^\circ-\angle A)$，$\tan A\cdot\tan(90^\circ-\angle A)=1$. $\sin^2A+\cos^2A=1$等进行求解. 求解时，要根据题目的特点，灵活选用方法
4. 几何体的三视图	画出一个几何体的三视图，关键是把从正面、上面、左面三个方向看到的视图画出来，所以观察时，（1）要注意视线与观察面垂直，即观察到的平面图是该面的正投影；（2）要注意正确地用虚线表示看不到的轮廓线；（3）要充分发挥想象，多实践，多与同学交流探讨，多总结；（4）按三视图的位置和大小要求从整体上画出几何体的三视图	由几何体的三视图想象几何体的形状，可从以下途径进行分析：（1）根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，以及几何体的长、宽、高；（2）从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线；（3）熟记一些简单的几何体的三视图

目录

CONTENTS



第二十六章 反比例函数

有一个贪婪的财主，拿了一匹上好的布料准备做一顶帽子．到了裁缝店，财主觉得这么好的布料做一顶帽子似乎浪费了，于是问裁缝:“这匹布可以做两顶帽子吗？”

裁缝看了财主一眼，说:“可以．”

财主见他回答得这么爽快，心想：这裁缝肯定是从中占了些什么便宜，于是又问，“那做3顶帽子呢？”

裁缝依然很爽快地说:“行！”

这时，财主更加疑惑了，嘀咕着:“多好的一匹布啊，那我做4顶可以吗？”

“行！”裁缝仍然很快地回答。

经过一翻思量后，财主最后问:“那我想做10顶帽子可以吗？”

裁缝迟疑了一会，然后打量着财主，慢慢的说:“可以的．”这时财主才放下心来，心想：这匹布料如果只做一顶帽子，那就便宜裁缝了．瞧！这不让我说到10顶了吧．

过了几天，财主到裁缝店取帽子，结果一看，顿时傻了眼：10顶帽子都小得只能戴在手指头上了！

假设 y 表示可做帽子的数量，x 表示每顶帽子所需的布料，k 表示布料的多少，可得到什么等式？x 和 y 是函数关系吗？

参考答案 $y=\frac{k}{x}$，x 和 y 是函数关系，并且是反比例函数．

26.1 反比例函数

知识详解

知识点1　反比例函数的定义

一般地，形如 $y=\frac{k}{x}$（k为常数，$k\neq 0$）的函数，叫做反比例函数，其中x是自变量，y是函数. 自变量 x的取值范围是不等于 0 的一切实数.

【解读】(1) 在反比例函数$y=\frac{k}{x}$($k\neq 0$)的左边是函数y，右边是

方法点拨

判断一个函数是否为反比例函数，关键是看表达式中两个变量的积是否为一个常数，或者解析式能否化为反比例函数的三种形式．

分母为自变量x的分式. 也就是说,分母不能是多项式,只能是x的一次单项式,如$y=\frac{1}{x}$,$y=\frac{3}{\frac{1}{2}x}$等都是反比例函数,但$y=\frac{1}{x+1}$就不是关于x的反比例函数.

(2)反比例函数可以理解为两个变量的乘积是不为0的常数,因此可以写成$y=kx^{-1}$或$xy=k$的形式.

(3)当自变量x取每一个确定的值时,y都有唯一确定的值与其对应.

例1 下列函数中,y是关于x的反比例函数的是________(填序号).

①$y=-\frac{x}{2}$;②$y=\frac{1}{4x}+1$;③$y=-\frac{2}{x}$;④$y=1-\frac{1}{2}x^2$;

⑤$y=\frac{-3}{2x}$;⑥$xy=\frac{1}{3}$;⑦$y=\frac{8}{x^2}$;⑧$y=x-1$;

⑨$\frac{y}{x}=5$;⑩$y=\frac{k}{x}$(k为常数,$k\neq0$).

分析 由反比例函数的定义可知,只有③⑤⑥⑩是y关于x的反比例函数.

解:③⑤⑥⑩.

知识点2 用待定系数法求反比例函数的解析式

由于反比例函数$y=\frac{k}{x}$中只有一个待定系数k,因此只要有一对对应的值,或已知其图象上一点的坐标,即可求出该系数,从而确定反比例函数的解析式.

【解读】待定系数法解反比例函数题的一般步骤为:

(1)设反比例函数解析式$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$.

(2)把已知条件(自变量和函数的对应值)代入解析式中,得到关于k的方程.

(3)解方程,求出待定系数k的值.

(4)将待定系数k的值代回所设的解析式中,即得所求的反比例函数解析式.

例2 已知y与x成反比例,并且当$x=3$时,$y=4$.

(1)写出y关于x的函数解析式.

(2)当$x=6$时,求y的值.

即学即练

1. 下列各式中,y是不是x的反比例函数?若是,写出常数k的值.

(1)$xy=3$;

(2)$y=3x+2$;

(3)$y=-\frac{2}{3x}$;

(4)$y=\frac{4m}{x}$(m为常数,$m\neq0$);

(5)$y=-5x^{-1}$.

要点提示

求反比例函数的解析式的实质就是代入一组对应值,解一个一元一次方程.

分析 (1)设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$，再将已知对应值代入所设解析式中求出 k 的值，从而得出函数的解析式.(2)将 $x=6$ 代入所得的函数中可求出 y 的值.

解：(1)∵ y 与 x 成反比例.

∴设 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$，将 $x=3, y=4$ 代入得：$4=\frac{k}{3}$，

∴ $k=12$.

∴ y 关于 x 的函数解析式为：$y=\frac{12}{x}$.

(2)当 $x=6$ 时，$y=\frac{12}{6}$.

解得 $y=2$.

知识点 3　根据实际问题列反比例函数解析式

实际问题中很多量是成反比例函数关系的，在解决此类问题时，要认真审题，找到两个变量之间的相互关系，从而确定反比例函数的解析式. 在几何计算中，面积、体积的一些计算公式在特定的情况下也可以看成反比例函数.

【解读】把实际问题抽象成数学问题，首先要审题，只有透彻理解题意，才能恰当地设未知数，准确地找出已知量和未知量之间的等量关系.

实际问题中确定两个变量之间的关系可由一定的公式求得，然后再判断属于哪一类函数关系.

例 3 一定质量的二氧化碳，当其体积 $V=5\ m^3$ 时，它的密度 $\rho=1.98\ kg/m^3$.

(1)求 ρ 与 V 之间的函数解析式；

(2)当 $V=9\ m^3$ 时，求二氧化碳的密度.

分析 由物理知识可知 $\rho=\frac{m}{V}$，只需将 $V=5, \rho=1.98$ 这一组对应值代入即可确定 m.

解：(1)设二氧化碳的质量为 m kg，依题意，得 $\rho=\frac{m}{V}$.

∵当 $V=5$ 时，$\rho=1.98$，

∴ $1.98=\frac{m}{5}$，∴ $m=9.9$.

即学即练

2. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，当 $x=x_1$ 时，$y=y_1$；当 $x=x_2$ 时，$y=y_2$. 若 $x_2=x_1+2$，且 $\frac{1}{y_2}=\frac{1}{y_1}+\frac{1}{2}$，则这个反比例函数的解析式为____________.

即学即练

3. 王师傅的家距离工厂 1 000 m，每天王师傅往返在两地之间，有时步行，有时骑车. 假设王师傅每天上班时的平均速度为 v (m/min)，所用的时间为 t(min). 求变量 v 与 t 之间的函数关系式.

$\therefore \rho$与V之间的函数解析式为$\rho=\dfrac{9.9}{V}(V>0)$.

(2) 当$V=9\ \mathrm{m}^3$时，$\rho=\dfrac{9.9}{9}=1.1(\mathrm{kg/m^3})$，

故二氧化碳的密度为$1.1\ \mathrm{kg/m^3}$.

知识点 4　反比例函数的图象和画法

1. 图象：反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$(k为常数，$k\neq0$)的图象是双曲线.

2. 特征：(1) 图象由两条曲线组成；(2) 随着$|x|$的不断增大(或减小)，曲线越来越接近x轴(或y轴).

3. 画法：(1)列表：自变量的取值应以0为中心，先在0的两边取三对(或三对以上)互为相反数的数，再求出相应的y值；(2)描点：以表中各组对应值作为点的坐标，在平面直角坐标系中描出相应的点；(3)连线：用平滑的曲线顺次连接各点；(4)在图象上注明函数解析式.

【解读】(1)因为$x=0$时，$y=\dfrac{k}{x}$无意义，所以自变量$x\neq0$. 因为$\dfrac{k}{x}$中分子不为0，所以$y\neq0$，所以$y=\dfrac{k}{x}$的图象与坐标轴无交点；(2)函数图象上的点都适合函数解析式，反过来，适合函数解析式的点都在此函数图象上；(3)画关于实际问题的反比例函数图象时，要注意实际情况对自变量取值范围的限定.

要点提示

在实际问题中，反比例函数的图象受自变量取值范围的限制，有时可能是某一支，有时也可能是双曲线的一部分.

例 4 画出反比例函数$y=\dfrac{6}{x}$与$y=-\dfrac{6}{x}$的图象.

分析 反比例函数的图象是双曲线，它有两个分支，这两个分支分别位于第一、三象限，或第二、四象限，它们关于原点对称. 反比例函数中自变量$x\neq0$，函数$y\neq0$，所以图象与x轴、y轴都没有交点，因此它的图象的两个分支都无限接近坐标轴，但永远达不到坐标轴.

解：列表：

x	-5	-3	-1	1	3	5
$y=\dfrac{6}{x}$	-1.2	-2	-6	6	2	1.2
$y=-\dfrac{6}{x}$	1.2	2	6	-6	-2	-1.2

即学即练

4. 在平面直角坐标系中画出反比例函数$y=-\dfrac{3}{x}$的图象.

描点与连线，如图 26.1-1 和图 26.1-2 所示.

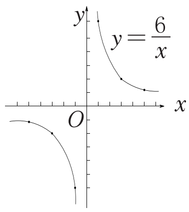


图 26.1-1

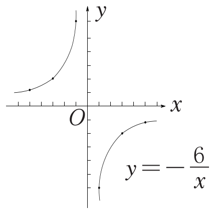


图 26.1-2

知识点 5　反比例函数的性质

在双曲线$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$中，系数k的符号决定双曲线的性质：

（1）当$k>0$时，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每个象限内，y随x的增大而减小；

（2）当$k<0$时，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每个象限内，y随x的增大而增大.

【解读】（1）反比例函数图象的位置和函数的增减性都是由比例系数k的符号决定的. 反过来，由双曲线所在的位置或函数的增减性，也可以判断出k的符号.

（2）反比例函数的增减性，只能在每个象限内讨论，当$k>0$时，在每一个象限（第一、第三象限）y随着x的增大而减小，但不能笼统地说当$k>0$时，y随着x的增大而减小. 同样，当$k<0$时，也不能笼统地说y随着x的增大而增大.

例 5 已知反比例函数$y=\frac{m^2}{x}$的图象经过点$(-3,-12)$，且反比例函数$y=\frac{m}{x}$的图象位于第二、第四象限，求m的值.

分析 根据点在图象上的含义，只要将$(-3,-12)$代入$y=\frac{m^2}{x}$中即可求出m的值，$m=\pm 6$，但是$y=\frac{m}{x}$的图象位于第二、第四象限，所以m应小于 0.

解： 把$(-3,-12)$代入$y=\frac{m^2}{x}$中，得$-12=\frac{m^2}{-3}$，

$\therefore m^2=36$，$\therefore m=\pm 6$.

又$\because$反比例函数$y=\frac{m}{x}$的图象位于第二、第四象限，

$\therefore m<0$. $\therefore m=-6$.

要点提示

描述函数值的增减情况时，必须指出“在每一个象限内……”. 否则，直接说“当$k>0$时，y随x的增大而减小”或“当$k<0$时，y随x的增大而增大”就会出现与事实不符的情况.

即学即练

5. 下列关于反比例函数$y=\frac{21}{x}$的三个结论：①它的图象经过点（7，3）；②它的图象在每一个象限内，y随x的增大而减小；③它的图象位于第二、第四象限内. 其中正确的是__________.

例 6 图 26.1-3 是反比例函数$y=\frac{3-k}{x}$的图象的一支，根据图象回答下列问题.

(1)图象的另一支位于哪个象限？常数k的取值范围是多少？

(2)在这个函数图象的某一支上任取两点$A(a,b)$和$B(c,d)$. 已知$a<c$,则b和d哪个值大？

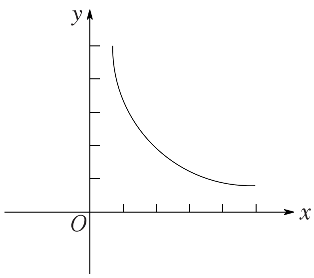


图26.1-3

分析 根据其一分支的位置和反比例函数的性质，可以知道另一分支位于第三象限，同时可以判断$3-k>0$. 所以，该反比例函数在同一支上的y值随x值的增大而减小，可比较b和d的大小.

解:(1)这个函数图象的一支位于第一象限，则另一支必位于第三象限. 因为这个函数的图象位于第一、三象限，所以$3-k>0$，解得$k<3$.

(2)因为$3-k>0$，在这个函数图象的任一支上，y值随x值的增大而减小，所以当$a<c$时，$b>d$.

知识点 6　反比例函数中比例系数 k 的几何意义

如图 26.1-4，过反比例函数上任意一点P分别作x轴和y轴的垂线PN,PM，所得的矩形$PMON$的面积$S=PM\cdot PN=|x|\cdot|y|=|xy|$. 因为$y=\frac{k}{x}$，所以$S=|k|$，即过反比例函数上任意一点$P$分别作$x$轴，$y$轴的垂线，所得的矩形面积为$|k|$.

【解读】若过反比例函数上任意一点P分别作x轴和y轴的垂线，与坐标轴所围成的矩形面积不随点P的改变而改变，即面积恒等于$|k|$. 若过反比例函数上任意一点P作x轴的垂线，以点P、垂足、坐标原点为顶点的三角形的面积不随点P的改变而改变，即面积恒等于$\frac{|k|}{2}$.

即学即练

6. 若点$P_1(-1,m)$，$P_2(-2,n)$在反比例函数$y=\frac{k}{x}$($k>0$)的图象上，则m______n（填“>”“<”或“=”）.

要点提示

因为反比例函数$y=\frac{k}{x}$中的k有正、负之分，所以图中长方形的面积是$|k|$而不是k.

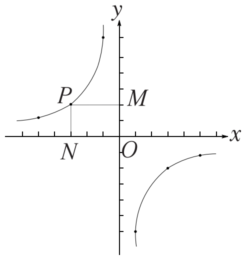


图 26.1-4

例 7 如图 26.1-5，点P是反比例函数$y=\frac{3}{x}$的图象在第一象限分支上的一个动点，$PA\perp x$轴于点A，$PB\perp y$轴于点B，随着自变量x的增大，矩形$OAPB$的面积（　　）.

A. 不变　　　　B. 增大

C. 减小　　　　D. 无法确定

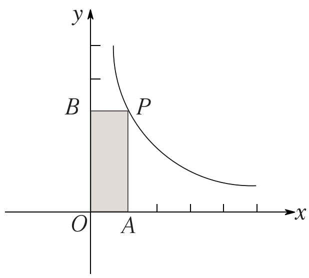


图 26.1-5

分析 依题意有矩形$OAPB$的面积$=PA\times PB=|x|\times|y|=|k|=3$，可见矩形$OAPB$的面积与$x$的取值无关. 所以随着$x$的逐渐增大，矩形$OAPB$的面积不变.

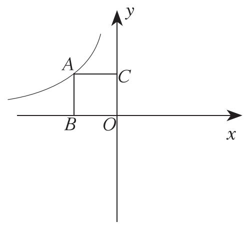
解：A.

即学即练

7. 如图，正方形$ABOC$的边长为2，反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象经过点A，则k的值是（　　）.

A. 2　　　　B. -2

C. 4　　　　D. -4



例 8 如图 26.1-6，点E在函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象上，过点E作$EP\perp y$轴于点P，连接OE，已知$\triangle OEP$的面积为1，则k的值是________.

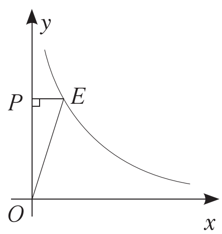


图 26.1-6

分析 设点E的坐标为(x_1,y_1)，则$x_1\cdot y_1=k$，$PE=|x_1|=x_1$，$OP=|y_1|=y_1$. 因为$S_{\triangle OEP}=\frac{1}{2}OP\cdot PE=\frac{1}{2}x_1y_1=1$，所以$x_1y_1=2$，则$k=2$.

解：2.

即学即练

8. 如图，点A是$y=\frac{4}{x}$图象上的一点，AB垂直y轴于点B，则$\triangle AOB$的面积是（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4