

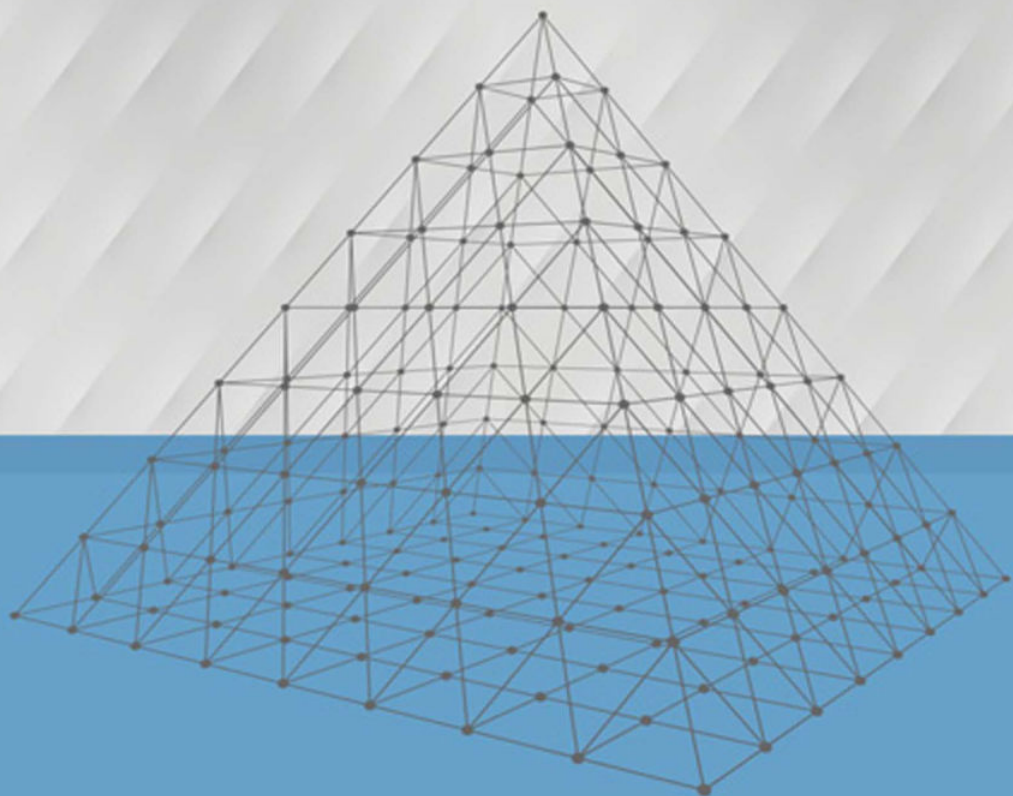


纪念MM教育方式贯彻三十周年

# 高中数学

## 图形计算器实验教材

钱 铭 李 杨 孙 磊 著



苏州大学出版社  
Soochow University Press

# 高中数学图形计算器实验教材

钱铭 李杨 孙磊 著

苏州大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

高中数学图形计算器实验教材 / 钱铭, 李杨, 孙磊  
著. —苏州: 苏州大学出版社, 2019. 9  
ISBN 978-7-5672-2773-6

I. ①高… II. ①钱… ②李… ③孙… III. ①中学数  
学课—高中—教学参考资料 IV. ①G633. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 165276 号

## 高中数学图形计算器实验教材

钱铭 李杨 孙磊 著

责任编辑 肖 荣

---

苏州大学出版社出版发行

(地址: 苏州市十梓街 1 号 邮编: 215006)

虎彩印艺股份有限公司印装

(地址: 东莞市虎门镇陈黄村工业区石鼓岗 邮编: 523925)

---

开本 700 mm×1 000 mm 1/16 印张 10.5 字数 178 千

2019 年 9 月第 1 版 2019 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5672-2773-6 定价: 29.00 元

---

苏州大学版图书若有印装错误, 本社负责调换  
苏州大学出版社营销部 电话: 0512-67481020  
苏州大学出版社网址 <http://www.sudapress.com>  
苏州大学出版社邮箱 [sdcbs@suda.edu.cn](mailto:sdcbs@suda.edu.cn)

# 目 录

## 第一章 函数与导数 / 1

- 第 1 节 HP Prime 图形计算器的基本操作与函数作图 / 1
- 第 2 节 函数的图象与性质 / 5
- 第 3 节 分段函数与取整函数 / 9
- 第 4 节 函数的单调性与奇偶性 / 15
- 第 5 节 一次函数与二次函数 / 18
- 第 6 节 指数与指数函数 / 23
- 第 7 节 对数与对数函数 / 27
- 第 8 节 幂函数 / 31
- 第 9 节 双曲函数 / 35
- 第 10 节 函数的零点 / 38
- 第 11 节 极大值与极小值 / 42
- 第 12 节 导数在实际生活中的应用 / 46

## 第二章 三角函数与解三角形 / 50

- 第 1 节 三角函数的定义与计算 / 50
- 第 2 节 同角三角函数的基本关系式 / 53
- 第 3 节 三角函数的诱导公式与求值 / 55
- 第 4 节 正弦函数的图象和性质 / 58
- 第 5 节 正弦型函数  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  / 61
- 第 6 节 余弦函数与正切函数的图象和性质 / 64
- 第 7 节 三角函数的图象和性质 / 67
- 第 8 节 已知三角函数值求角 / 71
- 第 9 节 平面向量 / 73
- 第 10 节 三角恒等变换(一) / 75

第 11 节 三角恒等变换(二) / 78

第 12 节 用图形计算器解三角形 / 80

### 第三章 解析几何 / 82

第 1 节 直线方程的基本概念与性质 / 82

第 2 节 距离问题 / 87

第 3 节 圆的方程与性质 / 90

第 4 节 直线与圆、圆与圆的位置关系 / 93

第 5 节 圆的方程的应用 / 96

第 6 节 圆锥曲线 / 99

第 7 节 椭圆的几何性质 / 102

第 8 节 双曲线的几何性质 / 105

第 9 节 抛物线的几何性质 / 108

第 10 节 圆锥曲线的统一定义 / 112

第 11 节 曲线与方程 / 115

第 12 节 曲线的参数方程 / 119

### 第四章 数列与不等式 / 123

第 1 节 数列的图象与递推数列 / 123

第 2 节 等差数列 / 126

第 3 节 等比数列 / 128

第 4 节 不等关系与不等式 / 130

第 5 节 均值不等式 / 133

第 6 节 一元二次不等式及其解法 / 135

### 第五章 统计 / 138

第 1 节 简单随机抽样与用样本估计总体 / 138

第 2 节 频率分布直方图与茎叶图 / 141

第 3 节 线性回归方程 / 146

### 第六章 数学建模 / 150

第 1 节 简单的线性规划 / 150

第 2 节 用图形计算器绘图 / 155

第 3 节 探索空间图形的方程 / 159

## 第一章

## 函数与导数

## 第 1 节 HP Prime 图形计算器的基本操作与函数作图

## 【学习目标】

掌握 HP Prime 图形计算器的基本功能；利用图形计算器画出函数的图象，理解函数的对应法则、定义域和一些基本性质；掌握函数的三种表示形式。

## 【基本操作】

## 一、初识图形计算器(图 1-1)

1. LCD 触摸屏
2. 上下文相关触控按钮菜单
3. HP 应用程序键
4. “首页”视图和首选项设置
5. 常用数学和科学函数
6. Alpha 键和 Shift 键
7. 打开、取消和关闭键
8. 列表、矩阵、程序和备注目录
9. 上一个答案键(Ans)
10. Enter 键
11. 退格和删除键

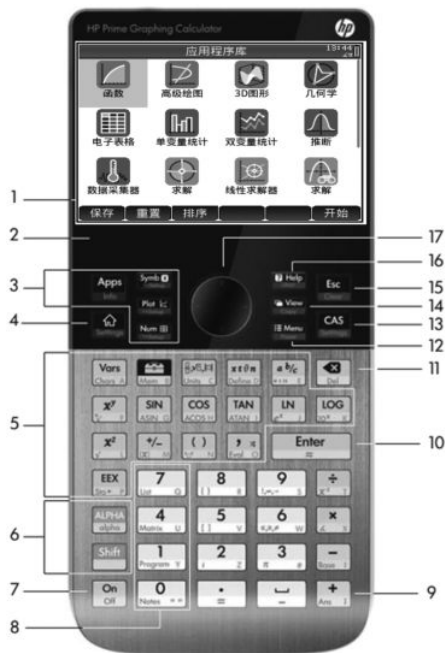


图 1-1


12. Menu(和 Paste)键
13. CAS(和 CAS 首选项)键
14. View(和 Copy)键
15. Esc(和 Clear)键
16. Help 键
17. 摇盘(用于移动光标)


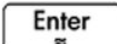
## 二、利用“函数”应用程序绘制函数图象

打开“函数”应用程序(图 1-2).



图 1-2

1. 按 , 然后选择“函数”应用程序对应的图标以打开“函数”应用程序.

(1) 通过点击选择需要修改的函数名称, 突出显示想要使用的行. 如果要输入新表达式, 只需在输入框输入即可. 如果要编辑现有表达式, 请点击  并进行更改. 当完成表达式的定义或更改时, 请按 .

(2) 在 F1(X)中输入一次函数(图 1-3).

(3) 在 F2(X)中输入二次函数(图 1-3).



图 1-3

2. 点击绘制函数图形按钮 , 绘制的图形如图 1-4 所示.

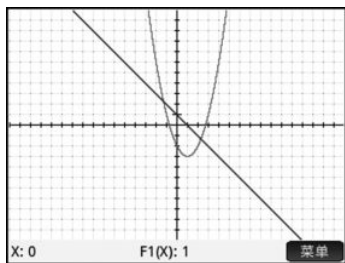


图 1-4

【案例解读】

✳ **例 1** 画出函数  $y = x^2 + x$  的图象.

提示 绘制函数图象的步骤如图 1-5 所示.

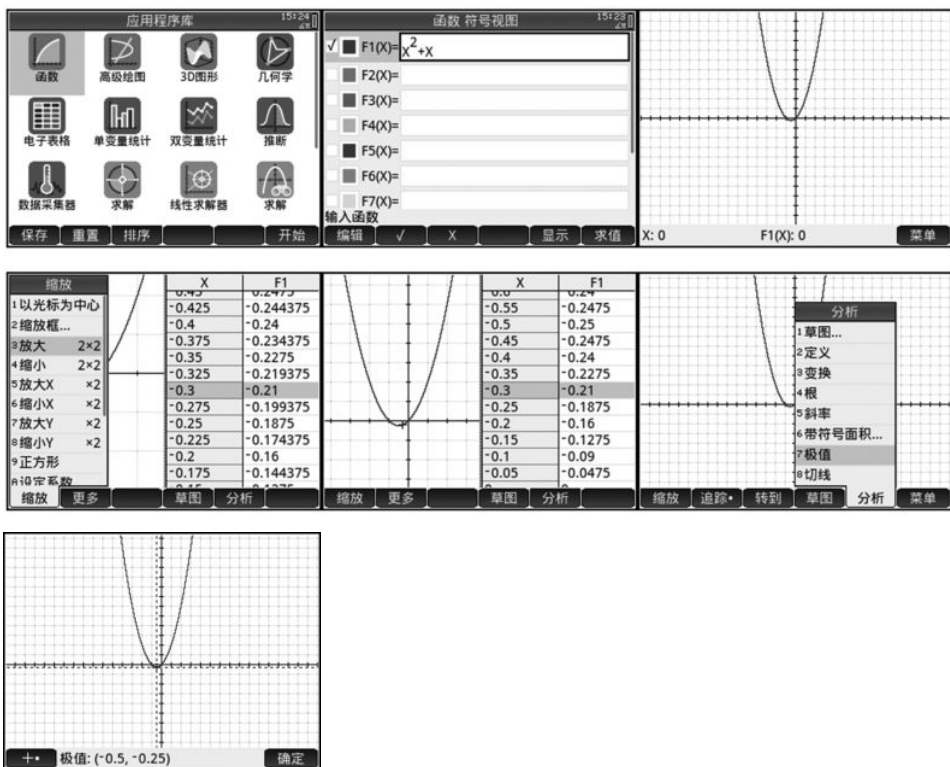


图 1-5

**例 2** 画出函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  的图象, 写出它的定义域和值域.

**提示** 绘制函数图象的步骤如图 1-6 所示.

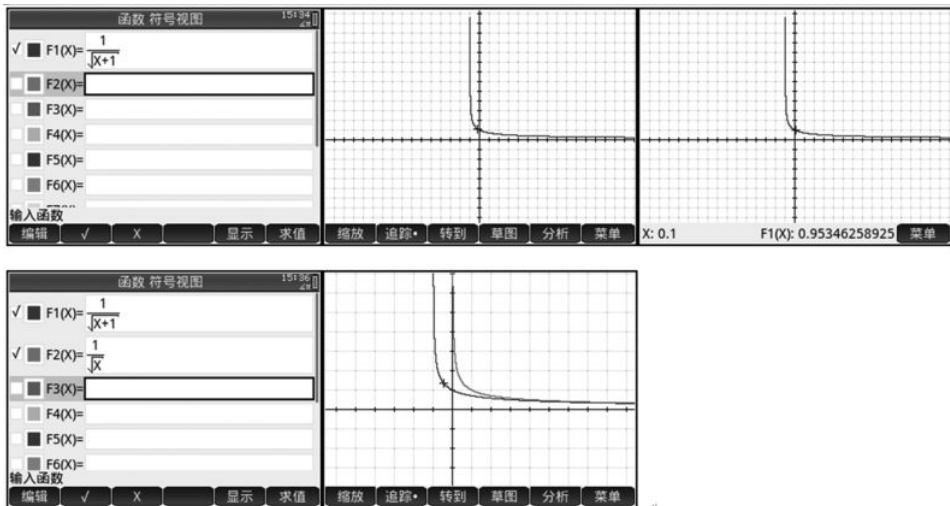


图 1-6

**分析说明** 定义域是图象上点的横坐标  $x$  的取值范围, 值域是图象上点的纵坐标  $y$  的取值范围. 此函数的定义域为  $\{x|x > -1\}$ , 值域为  $\{y|y > 0\}$ , 在  $(-1, +\infty)$  上单调递减. 此函数是幂函数经平移变换得到的, 把函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}$  的图象向左平移 1 个单位, 得到函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  的图象.

### 【学习建议】

深入体会 HP 应用程序键、View(和 Copy)键、Help 键等按键在“函数”应用程序中的应用价值.

### 【练习】

绘制一些学过的函数图象, 探索“函数”应用程序的其他功能.

## 第 2 节 函数的图象与性质

### 【学习目标】

能用图形计算器对函数进行画图分析,熟悉、理解、巩固函数的定义与性质.

### 【基本操作】

在函数符号视图中可以选择不同形式的函数(图 1-7),利用 if 条件可实现对函数定义域的控制.



图 1-7

利用 CAS 系统进行简单的计算(图 1-8).



图 1-8

### 【案例解读】

**例 1** 画出函数  $y = \sqrt{x}$  的图象,指出它的定义域、值域.

提示 绘制函数图象的步骤如图 1-9 所示.



图 1-9

分析说明 此函数的定义域与值域均为 $[0, +\infty)$ , 图象在第一象限, 随着  $x$  值的增加,  $y$  值也增加.

**例 2** 求函数  $y = \frac{8}{x^2} (1 \leq x \leq 2)$  的值域, 并画出函数的图象进行验证.

提示 绘制函数图象的步骤如图 1-10 所示.

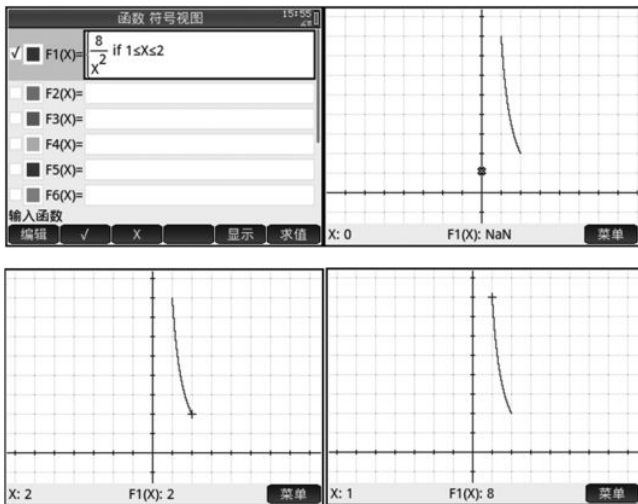


图 1-10

分析说明 此函数的值域为  $\{y \mid 2 \leq y \leq 8\}$ .

**例 3** 指出函数  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$  的值域, 并求此函数在  $x=0, 1, 2$  处的函数值.

提示 绘制函数图象的步骤如图 1-11 所示.

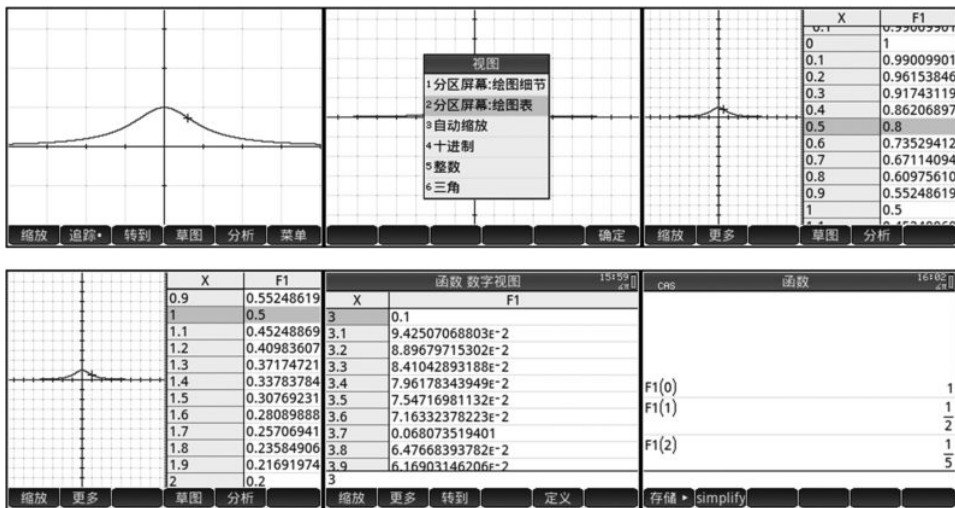


图 1-11

**分析说明** 该函数在  $x=0, 1, 2$  处的函数值分别为  $1, 0.5, 0.2$ , 可由数表求出, 也可以定义函数, 再分别求出函数值. 从图象看出,  $x=0$  时函数取得最大值  $1$ ;  $x \rightarrow \infty$  时,  $y \rightarrow 0$ . 所以函数的值域为  $(0, 1]$ . 由  $f(-1)=f(1), f(-2)=f(2), f(-3)=f(3)$  可以推测并证明  $f(-x)=f(x)$ , 从而函数图象关于  $y$  轴对称.

**例 4** 指出函数  $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x}$  的定义域和值域.

**提示** 绘制函数图象的步骤如图 1-12 所示.

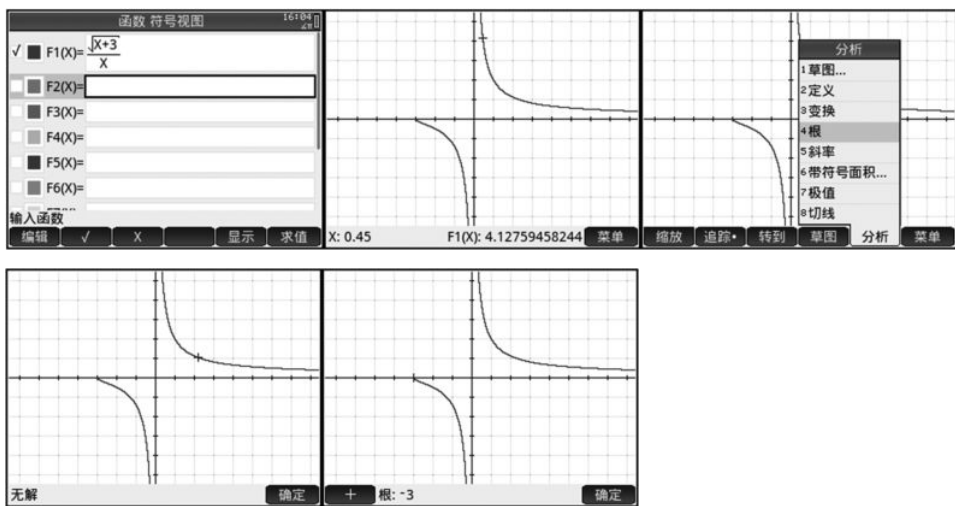


图 1-12

**分析说明** 观察函数的图象,定义域为 $\{x \in \mathbf{R} \mid x \geq -3, x \neq 0\}$ . 求定义域的基本法则是“分母不为0,且偶次根号下被开方数大于等于0”. 还可以看出,函数的值域为 $\mathbf{R}$ . 当 $x > 0$ 时, $y > 0$ , $y$ 随 $x$ 的增加而减少;当 $x < 0$ 时, $y < 0$ , $y$ 也随 $x$ 的增加而减少;当 $x \rightarrow 0$ 且 $x < 0$ 时, $y \rightarrow -\infty$ ;当 $x \rightarrow 0$ 且 $x > 0$ 时, $y \rightarrow +\infty$ .

### 【学习建议】

if 语句在“函数”应用程序中有很多使用情景,如规定函数的定义域、构建分段函数等.

CAS 系统是一种强大的代数运算系统,学有余力的同学可以尝试利用 CAS 系统判断函数的极限,确定函数的值域.

### 【练习】

指出函数  $y = \sqrt{\frac{x-5}{x+1}}$  的定义域和值域.

### 第 3 节 分段函数与取整函数

#### 【学习目标】

利用 HP Prime 图形计算器画出含绝对值符号的函数和分段函数的图象，理解分段函数的定义及简单的图象变换的规律，并能由图象得出函数的一些性质，体会数形结合的解题思想。

#### 【基本操作】

使用橙色按键 B 对应的工具箱图标，在“函数”应用程序中可以输入一些系统既定的函数，如取整、取小数、四舍五入、求最值等。每一个系统既定函数的使用方法和案例，可以按 Help 键查看，如图 1-13 所示。



图 1-13

#### 【案例解读】

**例 1** 作出函数  $y = \begin{cases} -x, & -1 < x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 1, \\ x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  的图象，求  $f(-0.8)$ ,  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ,

$f\left(\frac{3}{2}\right)$ ，并写出它的单调区间。

提示 绘制函数图象的步骤如图 1-14 所示.

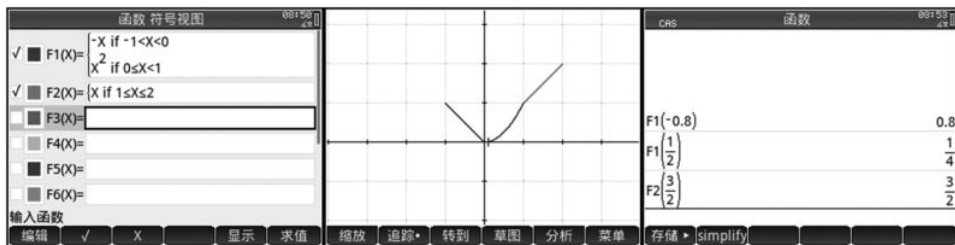


图 1-14

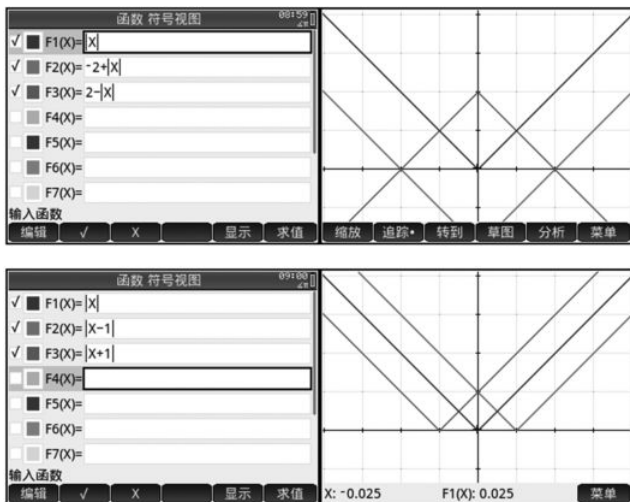
**分析说明** 先定义已知的函数,就可以直接求出所要求的函数值,如  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$ ;画出定义域内的函数图象,可以知道函数的增区间为 $[0,2]$ ,减区间为 $(-1,0]$ .

**例 2** (1) 分别作出函数  $y = |x|$ ,  $y = -2 + |x|$  和  $y = 2 - |x|$  的图象,说明它们和函数  $y = |x|$  图象的关系;

(2) 画出函数  $y = |x|$ ,  $y = |x-1|$  和  $y = |x+1|$  的图象,说明它们之间的关系;

(3) 函数  $y = \begin{cases} x, & x \in [0, 1], \\ 2-x, & x \in (1, 2] \end{cases}$  能用绝对值的形式表示出来吗?

提示 绘制函数图象的步骤如图 1-15 所示.



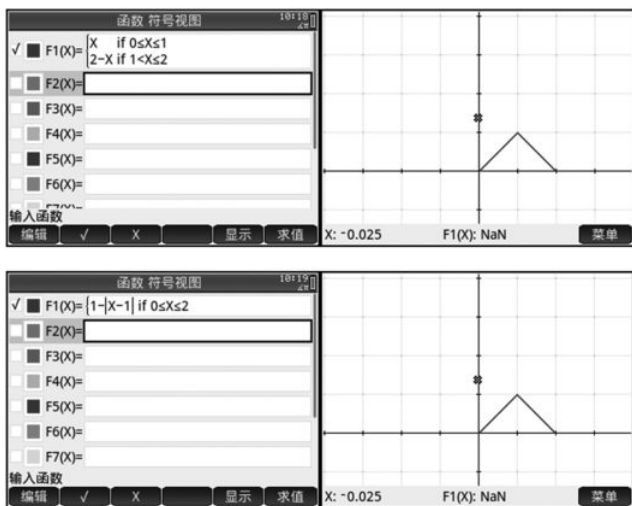


图 1-15

**分析说明** 函数  $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$  是分段函数, 图象为第一、二象限的角平分线;  $y = -2 + |x| = \begin{cases} x-2, & x \geq 0, \\ -x-2, & x < 0 \end{cases}$  也是分段函数, 可以输入分段表达式画出此函数的图象.  $y = |x|$  的图象向下平移 2 个单位得到  $y = -2 + |x|$  的图象;  $y = |x|$  的图象沿  $x$  轴翻转  $180^\circ$  得到  $y = -|x|$  的图象;  $y = -|x|$  的图象向上平移 2 个单位得到  $y = 2 - |x|$  的图象;  $y = |x|$  的图象向右平移 1 个单位得到  $y = |x-1|$  的图象.

函数  $y = \begin{cases} x, & x \in [0, 1], \\ 2-x, & x \in (1, 2] \end{cases}$  可以表示为  $y = 1 - |x-1|, x \in [0, 2]$ , 但要注意输入表达式的格式.

**例 3** 作出函数  $y = [x], y = x - [x]$  的图象, 根据图象说明它们的定义域、值域; 作出函数  $y = [2x]$  的图象, 思考它和函数  $y = [x]$  的图象有什么关系.

**提示** 绘制函数图象的步骤如图 1-16 所示.



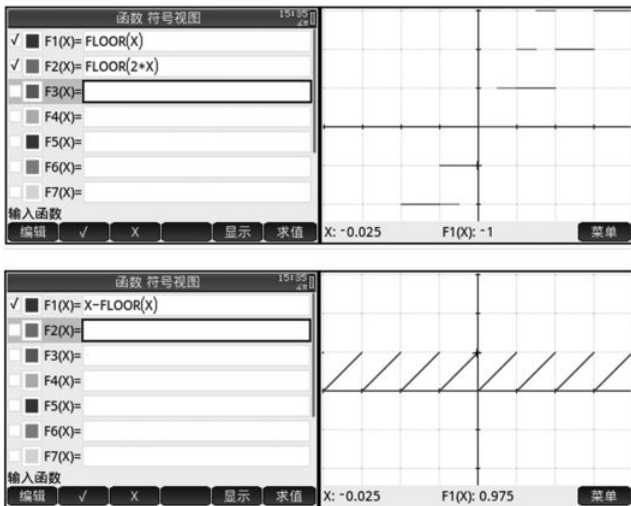


图 1-16

**分析说明** 输入  $FLOOR(X)$ , 即向下取整函数, 此符号表示“不超过  $x$  的最大整数”, 即取整函数  $y = [x]$ . 由于计算器显示屏表示方式的限制, HP Prime 图形计算器不能画出函数图象上的空心点, 但利用“图象跟踪”功能, 可以知道在整数点的函数值, 也可以由函数值表得出. 此函数的定义域是实数集  $\mathbf{R}$ , 值域是整数集  $\mathbf{Z}$ . 函数  $y = [2x]$  与函数  $y = [x]$  有相同的定义域和值域,  $y = [2x]$  的图象可以看成是  $y = [x]$  的图象向  $y$  轴压缩而成的, 即  $y = [x]$  图象上的每一点的纵坐标不变, 横坐标变为原来的  $\frac{1}{2}$ , 就变成  $y = [2x]$  的图象.

**例 4** (2011 · 北京卷) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x \geq 2, \\ (x-1)^3, & x < 2, \end{cases}$  若关于  $x$  的

方程  $f(x) = k$  有两个不同的实根, 则实数  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

**提示** 绘制函数图象的步骤如图 1-17 所示.

