

机械设计制造及其自动化专业应用型本科系列教材

材料力学

CAILIAO LIXUE

主 编 张涛然 晁晓洁 郭丽红
副主编 张 磊 唐先存 李静毅
程 静 李艳娜 秦 琴



重庆大学出版社

材料力学

主 编	张涛然	晁晓洁	郭丽红
副主编	张 磊	唐先存	李静毅
	程 静	李艳娜	秦 琴

重庆大学出版社

内容提要

全书共分为 11 章,包括绪论、拉伸与压缩、剪切与挤压、圆轴扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态分析和强度理论、组合变形、压杆稳定和交变应力及疲劳破坏。书后附有平面图形的几何性质、常用的截面几何量、型钢规格表。

本书系统性、实用性强,内容深入浅出,简明易懂。本书可作为应用型普通高等学校机械设计制造及其自动化、机电一体化、机械电子等相关专业材料力学课程的教材,相关专业可根据教学要求选修部分内容,也可供相关工程人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学 / 张涛然, 晁晓洁, 郭丽红主编. -- 重庆:
重庆大学出版社, 2018. 6
机械设计制造及其自动化专业应用型本科系列教材
ISBN 978-7-5689-1035-4

I. ①材… II. ①张… ②晁… ③郭… III. ①材料力
学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 087610 号

材料力学

主 编 张涛然 晁晓洁 郭丽红
策划编辑:范 琪
责任编辑:范 琪 版式设计:范 琪
责任校对:夏 宇 责任印制:张 策

*

重庆大学出版社出版发行
出版人:易树平
社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号
邮编:401331
电话:(023) 88617190 88617185(中小学)
传真:(023) 88617186 88617166
网址:<http://www.cqup.com.cn>
邮箱:fxk@cqup.com.cn (营销中心)
全国新华书店经销
重庆市国丰印务有限责任公司印刷

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:14.5 字数:346 千
2018 年 6 月第 1 版 2018 年 6 月第 1 次印刷
印数:1—3 020
ISBN 978-7-5689-1035-4 定价:36.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换
版权所有,请勿擅自翻印和用本书
制作各类出版物及配套用书,违者必究

前言

材料力学是高等理工科院校普遍开设的一门专业基础课,是后续力学课程和相关专业课程的基础。在中国高等教育的改革与发展中,学校的层次和类型不断增加,不同学校和专业对材料力学课程提出了不同的要求,课程的学时普遍有所减少。同时,随着高等教育的普及化,学生的情况也发生了变化。因此,本书如何推陈出新,以新思想、新体系、新面孔出现在读者面前,是我们一直努力的目标和追求。编者在编写时,精选了思考题、习题,以便更好地使学生掌握材料力学的基本概念、基本理论和分析方法。编者结合多年来的教学经验,在参考多本优秀教材(见参考文献)的基础上编写了本书,充分吸取各高校近年来材料力学课程教学改革的经验,并针对目前课程学时逐渐减少的实际情况,在内容选择上以“必需”和“够用”为度,力避不必要的理论推导,加强与工程实际的联系,强化创新意识的培养。

与现有材料力学书籍相比,本书的特点是:

1. 在每章内容编排上,由基本变形到组合变形再到综合,循序渐进,由浅入深,既照顾了大多数读者,也照顾了学有余力、想继续深造的读者,同时也便于教师根据教学要求和学时数取舍内容。

2. 篇幅紧凑,内容精简。教材内容以课程基本要求为主,基本概念、原理的叙述简明准确,便于掌握,在理论体系上不过分追求严谨。例如简化公式推导,贯彻“以应用为目的”的原则等。

3. 针对本课程是在大学一、二年级开设的一门基础课,学生尚缺乏工程实际问题相关知识的特点,课程内容阐述中提供了众多日常生活和工程实际中常见的立体图例及其相关图片,以激发学生的学习兴趣,提高想象力。

4. 在例题和习题选材中,尽量选择生活中和工程实际中常见的、易理解的题目,有利于学生解题能力的培养。例题的

分析和解题过程叙述详尽,思路清晰,对每类问题一般都有归纳性的解题方法小结。

本书由张涛然、晁晓洁、郭丽红任主编,张磊、唐先存、李静毅、程静、李艳娜、秦琴任副主编,周平、陈龙灿为参编。

编 者

2018 年 2 月

目 录

第1章 绪 论	1
1.1 材料力学的任务与研究对象	1
1.2 变形固体的概念及其基本假设	3
1.3 构件的外力与杆件变形的形式	4
1.4 材料力学的内力及截面法	5
1.5 应力	6
1.6 应变	7
思考题	9
练习题	9
第2章 拉伸与压缩	10
2.1 轴向拉伸与压缩的概念	10
2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力	11
2.3 轴向拉伸或压缩时横截面上的应力	13
2.4 轴向拉伸或压缩时的变形	18
2.5 材料在拉伸和压缩时的力学性能	23
2.6 拉伸和压缩的强度计算	29
2.7 拉伸和压缩超静定问题	32
思考题	37
练习题	38
第3章 剪切与挤压	43
3.1 剪切的定义及剪切强度条件	43
3.2 挤压的定义及挤压强度条件	46
3.3 剪切和挤压计算的应用举例	48
3.4 综合强度计算举例及其他剪切计算	49
思考题	52
练习题	52

第4章 圆轴扭转	55
4.1 实例分析和扭转概念	55
4.2 外力偶矩、扭矩和扭矩图	56
4.3 纯剪切状态与切应力互等定律	59
4.4 圆轴扭转时横截面上的应力	61
4.5 圆轴扭转时的强度计算	65
4.6 圆轴扭转变形和刚度条件	67
4.7 非圆轴扭转时的切应力	71
思考题	72
练习题	72
第5章 弯曲内力	75
5.1 弯曲和平面弯曲的概念与实例	75
5.2 梁的计算简图及分类	76
5.3 梁的内力、剪力和弯矩	78
5.4 剪力图和弯矩图	82
5.5 载荷集度、剪力和弯矩的微分关系	86
5.6 弯矩的叠加法	89
5.7 平面刚架与曲杆的内力	91
思考题	93
练习题	93
第6章 弯曲应力	97
6.1 梁弯曲横截面上的正应力	97
6.2 梁弯曲横截面上的切应力	106
6.3 梁的强度计算	108
6.4 提高梁的弯曲强度的措施	115
思考题	118
练习题	118
第7章 弯曲变形	121
7.1 弯曲变形的计算	121
7.2 梁的刚度计算	129
7.3 简单超静定梁的解法	130
7.4 提高梁刚度的措施	134
思考题	135

练习题	136
第 8 章 应力状态分析和强度理论	139
8.1 应力状态概述	139
8.2 平面应力状态分析	141
8.3 利用应力圆确定主应力大小和主平面方位	147
8.4 用应力圆确定极值切应力大小及方位	147
8.5 三向应力圆及最大切应力	149
8.6 广义胡克定律	151
8.7 强度理论	154
思考题	157
练习题	157
第 9 章 组合变形	162
9.1 概述	162
9.2 第一类组合变形——组合后为单向应力状态	163
9.3 第二类组合变形——组合后为复杂应力状态	170
思考题	174
练习题	174
第 10 章 压杆稳定	177
10.1 压杆稳定的概念及失稳分析	177
10.2 临界力和临界应力	179
10.3 欧拉公式的适用范围中、小柔度杆的临界应力	183
10.4 材料力学的内力及截面法	188
10.5 提高压杆稳定性的措施	191
思考题	193
练习题	193
第 11 章 交变应力及疲劳破坏	196
11.1 交变载荷和交变应力的概念	196
11.2 疲劳破坏和持久极限	198
11.3 影响构件持久极限的因素及强度计算简介	200

思考题	202
练习题	203
附 录	205
附录 A 常用的平面图形几何性质	205
练习题	211
附录 B 常用的截面几何量	213
附录 C 型钢表	214
参考文献	222

第 1 章

绪 论

本章主要介绍材料力学的任务、研究范畴、研究对象、研究的基本方法以及材料力学课程的特点。材料力学中,将物体作为变形固体,研究的对象是杆件。因此,本章还将介绍变形固体的基本假设、杆件变形的基本形式、受力杆件中的应力和应变等重要概念。

1.1 材料力学的任务与研究对象

1.1.1 材料力学的任务

建筑物、机器等是由许多部件组成的,如建筑物的组成部件有梁、板、柱和承重墙等,机器的组成部件有齿轮、传动轴等,这些部件统称为构件。为了使建筑物和机器能正常工作,必须对构件进行设计,即选择合适的尺寸和材料,使之满足一定的要求。这些要求是:

(1) 强度要求

构件抵抗破坏的能力称为强度。构件在外力作用下必须具有足够的强度才不致发生破坏,即不发生强度失效。

(2) 刚度要求

构件抵抗变形的能力称为刚度。在某些情况下,构件虽有足够的强度,但若刚度不够,即受力后产生的变形过大,也会影响正常工作。因此设计时,必须使构件具有足够的刚度,将其变形限制在工程允许的范围内,即不发生刚度失效。

(3) 稳定性要求

构件在外力作用下保持原有形状下平衡的能力称为稳定性。例如受压力作用的细长直杆,当压力较小时,其直线形状的平衡是稳定的;但当压力过大时,直杆不能保持直线形状下的平衡,称为失稳。这类构件须具有足够的稳定性,即不发生稳定失效。

一般说来,强度要求是基本的,只是在某些情况下,才对构件提出刚度要求。至于稳定性问题,只有在一定受力情况下的某些构件才会出现。

为了满足上述要求,一方面必须从理论上分析和计算构件受外力作用产生的内力、应力和变形,建立强度、刚度和稳定性计算的方法;另一方面,构件的强度、刚度和稳定性与材料的力学性质有关,而材料的力学性质需要通过试验确定。此外,由于理论分析要根据对实际现象的观察进行抽象简化,对所得结果的可靠性也要用试验来检验。材料力学的任务就是从理论和试验两方面,研究构件的内力、应力和变形,在此基础上进行强度、刚度和稳定性计算,以便合理地选择构件的尺寸和材料。必须指出,要完全解决这些问题还应考虑工程上的其他问题,材料力学只是提供基本的理论和方法。

在选择构件的尺寸和材料时,要考虑经济性要求,即尽量降低材料的消耗,使用成本低廉的材料;但为了安全,又希望构件尺寸大些,材料质量高些。这两者之间存在着一定的矛盾,材料力学正是在解决这些矛盾中产生并不断发展的。

材料力学作为一门科学,一般认为是在 17 世纪开始建立的。此后,随着生产的发展,各国科学家对与构件有关的力学问题,进行了广泛深入的研究,使材料力学这门学科得到了长足的发展。长期以来,材料力学的概念、理论和方法已广泛应用于土木、水利、船舶与海洋、机械、化工、冶金、航空与航天等工程领域。计算机以及实验方法和设备的飞速发展和广泛应用,为材料力学的工程应用提供了强有力的手段。

1.1.2 材料力学的研究对象

根据几何形状以及各个方向上尺寸的差异,弹性体大致可分为杆、板、壳、体四大类,如图 1.1 所示。

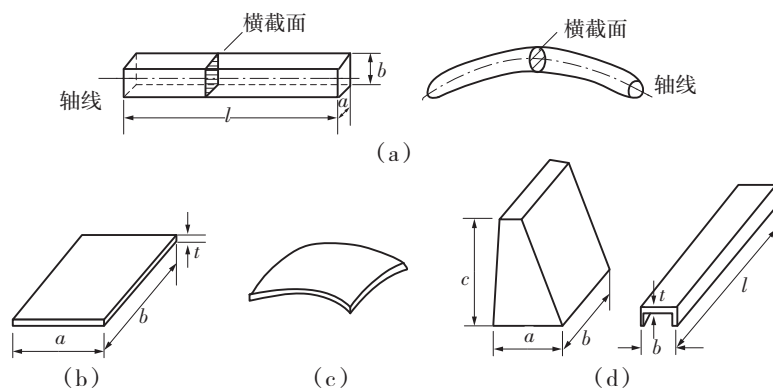


图 1.1

杆:如图 1.1(a) 所示,空间中一个方向的尺寸远大于其他两个方向的尺寸,这种弹性体称为杆。杆的各截面形心的连线称为杆的轴线。其中,轴线为直线的杆称为直杆;轴线为曲线的杆称为曲杆。各横截面都相等的杆称为等截面杆,否则称为变截面杆。横截面大小和形状都不变的直杆称为等直杆,工程上大多采用这类杆件。

板:如图 1.1(b) 所示,空间一个方向的尺寸远小于其他两个方向的尺寸,且各处曲率均为零,这种弹性体称为板。

壳:如图 1.1(c) 所示,空间一个方向的尺寸远小于其他两个方向的尺寸,且至少有一个方向的曲率不为零,这种弹性体称为壳。

体:如图 1.1(d) 所示,空间三个方向具有相同数量级的尺寸,这种弹性体称为体。

本书主要研究杆件结构中的等直杆结构。

1.2 变形固体的概念及其基本假设

固体在外力作用下所产生的物理现象是各种各样的,而每门学科仅从自身的特定目的出发去研究某一方面的问题。为了研究方便,常常需要舍弃那些与所研究的问题无关或关系不大的特征,而只保留主要的特征,将研究对象抽象成一种理想的模型。材料力学所研究的是构件的强度、刚度和稳定性问题,这就必须考虑物体的变形,即使变形很小也不能把物体看作刚体,而应看作变形固体。研究变形固体的力学称为固体力学或变形体力学。材料力学是固体力学的一个分支。

变形固体的组织构造及其物理性质是十分复杂的,为了抽象成理想的模型,通常对变形固体作出下列基本假设:

(1) 连续性假设

假设物体内部充满了物质,没有任何空隙。而实际的物体内部当然存在着空隙,而且随着外力或其他外部条件的变化,这些空隙的大小会发生变化。但从宏观方面研究,只要这些空隙的大小比物体的尺寸小得多,就可不考虑空隙的存在,而认为物体是连续的。

(2) 均匀性假设

物体内部各处的力学性质是完全相同的。实际上,工程材料的力学性质都有一定程度的非均匀性。例如金属材料由晶粒组成,各晶粒的性质不尽相同,晶粒与晶粒交界处的性质与晶粒本身的性质也不同。但由于这些组成物质的大小和物体尺寸相比很小,而且是随机排列的,因此,从宏观上看,可以将物体的性质看作各组成部分性质的统计平均量,而认为物体的性质是均匀的。

(3) 各向同性假设

假设材料在各个方向的力学性质均相同。金属材料由晶粒组成,单个晶粒的性质有方向性,但由于晶粒交错排列,从统计观点看,金属材料的力学性质可认为是各个方向相同的。例如铸钢、铸铁、铸铜等均可认为是各向同性材料。同样,像玻璃、塑料、混凝土等非金属材料也可认为是各向同性材料。但是,有些材料在不同方向具有不同的力学性质,如经过碾压的钢材、纤维整齐的木材以及冷扭的钢丝等,这些材料是各向异性材料。在材料力学中主要研究各向同性的材料。

变形固体受外力作用后将产生变形。如果变形的大小较之物体原始尺寸小得多,这种变形称为小变形。材料力学所研究的构件,受力后所产生的变形大多是小变形。在小变形情况下,研究构件的平衡以及内部受力等问题时,均可不计这种小变形,而按构件的原始尺寸计算。

当变形固体所受外力不超过某一范围时,若除去外力,则变形可以完全消失,并恢复原有的形状和尺寸,这种性质称为弹性。若外力超过某一范围,则除去外力后,变形不会全部

消失,其中能消失的变形称为弹性变形,不能消失的变形称为塑性变形,或残余变形、永久变形。对大多数的工程材料,当外力在一定的范围内时,所产生的变形完全是弹性的。对多数构件,要求在工作时只产生弹性变形。因此,在材料力学中,主要研究构件产生弹性变形的问题,即弹性范围内的问题。

1.3 构件的外力与杆件变形的基本形式

1.3.1 构件的外力及其分类

材料力学的研究对象是构件,构件工作时,总要受到其他物体所施加的力的作用,包括作用在构件上的载荷和约束力等。

按照外力在构件表面的分布情况,若连续分布在构件表面某一范围的力,称为分布力,用 q 表示;如果分布力的作用范围远小于构件的表面积,或沿杆件轴线的分布范围远小于杆件的长度,则可将分布力简化为作用于一点的力,称为集中力,用 F 表示;有时外力以力偶的形式集中作用于构件上,称为集中力偶,用 M 表示。

按照载荷随时间变化的情况又可将外力分为静载荷和动载荷。载荷缓慢地由零增加到某一定值,以后即保持不变,或变动不显著,这种载荷称为静载荷。如果载荷随时间的变化而变化,这种载荷称为动载荷。随时间交替变化的载荷称为交变载荷。物体的运动在短时间内突然改变所引起的载荷称为冲击载荷。

材料在静载荷和动载荷作用下的性能很不相同,分析方法也迥异。因为静载荷问题比较简单,所建立的理论和方法又可以作为解决动载荷问题的基础,所以,先研究静载荷问题,后研究动载荷问题。

1.3.2 杆件变形的基本形式

根据几何形状的不同,构件可分杆、板、壳和体(块)四大类。材料力学主要研究杆(或称杆件),其他几类构件的分析需用弹性力学的方法。杆在各种形式的外力作用下,其变形形式是多种多样的。但不外乎是某一种基本变形或几种基本变形的组合。杆的变形可分为四种基本形式:

(1) 轴向拉伸或压缩

构件受到与轴线重合的外力作用时,杆的变形主要是轴线方向的伸长或缩短。这种变形称为轴向拉伸或压缩,如图 1.2(a)、(b) 所示。

(2) 剪切

构件受到一对大小相等、方向相反且作用线很近的横向力作用时,杆件在两力间的截面发生相对错动。这种变形称为剪切,如图 1.2(c) 所示。

(3) 扭转

构件在垂直于轴线的平面内,受到一对大小相等、方向相反的力偶作用时,各横截面发

生相对转动,这种变形称为扭转,如图 1.2(d) 所示。

(4) 弯曲

构件受到垂直于轴线的横向力或作用在杆件纵向对称面的一对转向相反的力偶作用时,构件的轴线由直线变成曲线。这种变形称为弯曲,如图 1.2(e) 所示。

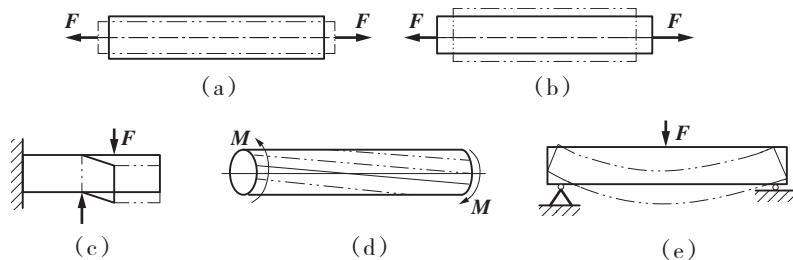


图 1.2

1.4 材料力学的内力及截面法

1.4.1 材料力学的内力

物体是由无数颗粒组成的,在其未受外力作用时,各颗粒间就存在相互作用的内力,以维持它们之间的联系及物体的原有形状。物理学中,把物体内部相连各部分之间产生的相互作用力,称为分子结合的内力。正是因为有分子之间结合的内力,才使物体保持一定的形状和尺寸。

当构件受到外力作用时,构件要发生形变。其内部各部分之间的相互作用力也要发生变化。这种由于外力作用而引起的杆件内部各部分之间相互作用力的改变,称为附加内力,简称内力。内力的大小随外力的改变而变化,它的大小及其在杆件内部的分布形式与杆件的强度、刚度和稳定性密切相关。

1.4.2 求内力的截面法

为了显示和计算构件的内力,必须假想地用截面把构件切开成两部分,这样内力就转化为外力而显示出来,并可用静力平衡条件(方程)将它求出。下面通过一个例题给大家详细讲解截面法的用法。

【例 1.1】 试求图 1.3 所示杆件指定各截面上的内力大小。

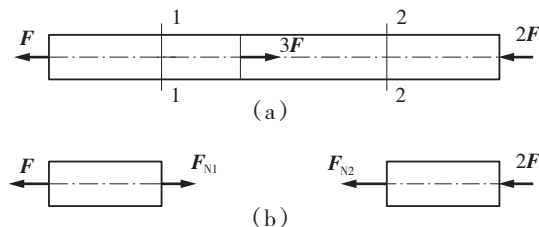


图 1.3

【解】 (1) 计算截面 1—1 的内力

沿截面 1—1 假想地将杆件截成两段,取左段为研究对象,用内力 F_{N1} 代替右端对左端的作用,用平衡方程求解。

因为杆件平衡,所以 $\sum F_x = 0$,

即

$$F_{N1} - F = 0$$

$$F_{N1} = F$$

因此,内力 F_{N1} 为拉力。

(2) 计算截面 2—2 的内力

沿截面 2—2 假想地将杆件截成两段,取右段为研究对象,用内力 F_{N2} 代替左端对右端的作用力。

因为杆件平衡,所以 $\sum F_x = 0$,

即

$$F_{N2} + 2F = 0$$

$$F_{N2} = -2F$$

因此,内力 F_{N2} 为压力。

上例中,求构件某一截面处内力的方法,称为截面法,其一般步骤是:

- ① 假想截开:在需要求内力的截面处,假想用一平面将杆件截开成两部分。
- ② 保留代换:将两部分中的任一部分假想“留下”,而将另一部分“移去”,并以作用在截面上的内力代替“移去部分”对“留下部分”的作用。
- ③ 平衡求解:对“留下部分”写出静力学平衡方程,即可确定作用在截面上的内力大小和方向。

截面法是材料力学中研究内力的基本方法。值得注意的是:截面法求内力是根据平衡方程求得,与材料属性无关;内力与所处截面有关,不同的截面,内力不一定相同。

1.5 应 力

1.5.1 应力的概念

上节求出的内力是在一个截面上连续分布的内力系的总和。要了解杆件的承载能力,仅知道内力是不够的。如图 1.4 所示,在承受轴向拉力时,截面 $a—a$ 和截面 $b—b$ 上的内力是一样大的。但我们知道 $b—b$ 截面比 $a—a$ 截面更容易发生破坏。这是因为 $b—b$ 截面的面积比 $a—a$ 截面小,因此 $b—b$ 截面上的内力集度即单位面积上的内力比 $a—a$ 截面上的大。由此可见,材料的破坏或变形是与内力集度直接相关的。截面上内力的分布集度称为应力。它表示某点受力的强弱程度。

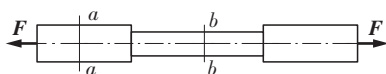


图 1.4

因此,材料的破坏或变形是与内力集度直接相关的。实际的物体总是从内力集度最大处开始破坏的,因此只按静力学中所述方法求出截面上分布内力的合力(力和力偶)是不够的,必须进一步确定截面上各点处分布内力的集度。为此,必须引入应力的概念。

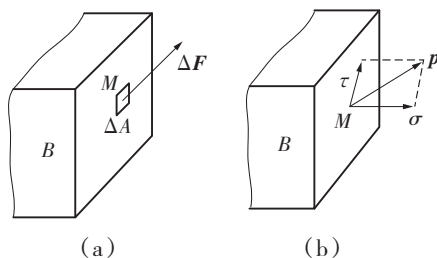


图 1.5

在图 1.5(a) 中受力物体 B 部分的截面上某点 M 处的周围取一微面积 ΔA , 设其上分布内力的合力为 ΔF 。 ΔF 的大小和指向随 ΔA 的大小而变, $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ 称为面积 ΔA 上分布内力的平均集度, 又称为平均应力。如令 $\Delta A \rightarrow 0$, 则比值 $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ 的极限值为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.1)$$

式中, p 为截面上 M 点的真实内力集度, 称为 M 点的总应力。

1.5.2 正应力和切应力

总应力 p 是矢量, 一般情况下它既不与截面垂直也不与截面相切, 它可分解为垂直于截面的分量 σ 和相切于截面的分量 τ , 如图 1.5(b) 所示。其中, 垂直于截面的应力 σ 称为正应力, 或称法向应力, 并规定以受拉为正, 受压为负; 位于截面内的应力 τ 称为切应力, 或切向应力, 并规定以产生绕所研究的截面顺时针转的力矩为正, 反之为负。显然

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1.2)$$

物体的破坏现象表明, 拉断破坏和正应力有关, 剪切错动破坏和切应力有关。今后将只计算正应力和切应力而不计算总应力。

应力的大小反映了内力在截面上的集度, 在国际单位制中, 应力的基本单位是帕斯卡(Pa), 也可以用兆帕(MPa) 或吉帕(GPa) 表示, 其关系为: $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$, $1 \text{ GPa} = 10^3 \text{ MPa} = 10^9 \text{ Pa}$ 。

1.6 应 变

在外力作用下, 构件发生形变, 同时引起应力。为了研究构件的变形及其内部的应力分布, 需要了解构件内部各点处的变形。为此, 假想地将构件分割成许多细小的单元体。构件受力后, 各单元体的位置要发生变化, 同时, 单元体棱边的长度也要发生改变, 如图 1.6(a) 所示, 相邻棱边的夹角一般也发生改变, 如图 1.6(b) 所示。

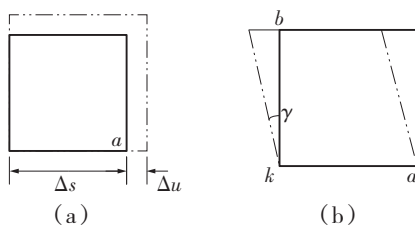


图 1.6

设棱边 ka 的原长为 Δs , 变形后的长度为 $\Delta s + \Delta u$, 即长度增加量为 Δu , 则 Δu 与 Δs 的比值称为棱边 ka 的平均线应变 ε_m , 即

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta u}{\Delta s}$$

一般情况下, 棱边 ka 各点处的变形程度并不完全相同。为了准确地表示 k 点沿棱边 ka 方向的变化情况, 应选取无限小的单元体进行研究, 从而可得平均线应变的极限值

$$\varepsilon = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta s} \quad (1.3)$$

称其为 k 点处沿棱边 ka 方向的线应变。线应变 ε 没有单位。

当单元体变形时, 相邻棱边间的夹角一般也会发生变化, 微元体相邻棱边所夹直角的改变量 γ 称为切应变, 如图 1.6(b) 所示。切应变 γ 的单位是弧度 (rad)。

【例 1.2】 两边固定的矩形薄板如图 1.7 所示。变形后 ab 和 ad 两边保持为直线。 a 点沿垂直方向向下移动 0.025 mm。试求 ab 边的平均线应变和 ab , ad 两边夹角的变化量。

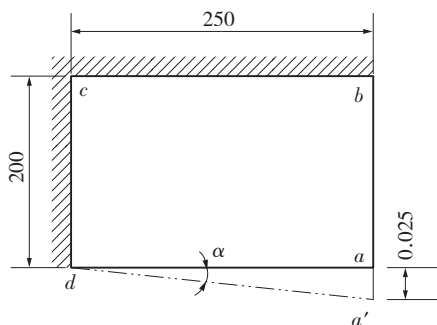


图 1.7

【解】 ab 边的平均线应变为

$$\varepsilon_m = \frac{\overline{a'b} - \overline{ab}}{\overline{ab}} = \frac{0.025}{200} = 1.25 \times 10^{-4}$$

变形后 ab 和 ad 两边的夹角变化量为

$$\angle ba'd - \frac{\pi}{2} = \gamma$$

由于 α 非常小, 显然有

$$\gamma = -\alpha \approx -\tan \alpha = -\frac{0.025}{250} \text{ rad} = -1 \times 10^{-4} \text{ rad}$$