



申请同济大学工学博士学位论文

岩土材料应变局部化理论预测及 数值模拟

(2007 年度国家建设高水平大学公派研究生项目资助)

(国家自然科学基金项目 NO. 10402029 资助)

(国家自然科学基金项目 NO. 50679090 资助)

培养单位：土木工程学院

一级学科：土木工程

二级学科：岩土工程

研 究 生：吕玺琳

指导教师：黄茂松 教授 （同济大学）

Jean-Pierre Bardet 教授 （美国南加州大学）

副 导 师：钱建固 副教授（同济大学）

二〇〇八年十二月



A dissertation submitted to
Tongji University in conformity with the requirements for
the degree of Doctor of Philosophy

Theoretical Prediction and Numerical Modeling of Strain Localization in Geomaterials

(Sponsored by Scholarship of Chinese Scholarship Council)
(Sponsored by the National Science Foundation of China,
Grant No.10402029; 50679090)

School: School of Civil Engineering

Discipline: Civil Engineering

Major: Geotechnical Engineering

Candidate: Lü Xi-Lin

Supervisors: Prof. Huang Mao-Song (*China*)

Prof. Bardet Jean-Pierre (*USC, USA*)

Co-supervisor: Assoc. Prof. Qian Jian-Gu (*China*)

December, 2008

岩土材料应变局部化预测及数值模拟

吕玺琳

同济大学

学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版；学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

经指导教师同意，本学位论文属于保密，在 年解密后适用本授权书。

指导教师签名：

学位论文作者签名：

年 月 日

年 月 日

同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

签名：

年 月 日

摘要

应变局部化是岩土工程中的一种常见现象，它的发生常伴随着应变软化以致结构整体承载力的降低。本文针对应变局部化理论预测及数值模拟两方面内容展开深入研究后，取得如下成果：

采用一般形式的本构模型，基于分叉理论探讨了剪切带、膨胀带和压实带三种应变局部化现象发生的条件。在轴对称状态下，详细分析了临界硬化模量和变形带角度随本构参数的变化特性。分析表明，应变局部化的发生和表现形式强烈依赖于所采用的本构模型。

引入应力 Lode 角，并考虑到三轴压缩试验和三轴拉伸试验所得强度参数存在的差异，在 π 面上建立了适当的角隅函数，对三维 Mohr-Coulomb 强度准则进行修正。修正后的强度准则在 π 面上与 Lade-Duncan 准则相似，但更具有灵活性，更能合理描述一般应力状态下土体的强度及峰值内摩擦角随中主应力比的变化特性。在修正强度准则基础上，建立了一个简单适用的三维 Mohr-Coulomb 本构模型，准确模拟了松砂的真三轴试验结果。

为提高模型预测应变局部化发生的准确性，引入非共轴塑性流动法则，建立了三维非共轴弹塑性本构模型。密砂平面应变试验分叉分析表明，非共轴模型能准确预测一系列围压下应变局部化的发生并能合理反映围压对剪切带倾角的影响。密砂真三轴试验分叉分析表明，非共轴项的引入能改进共轴模型的预测结果并能合理反映中主应力比对应变局部化发生点的影响，同时，当中主应力比不为零时，应变局部化的产生降低了土体强度。

由于塑性软化模型将导致控制偏微分方程呈现病态，需引入适当的正则化机制如非局部理论才能合理求解。波传播分析表明，在采用过非局部形式的情况下，非局部模型能保证动力学方程在软化材料中的双曲性。通过求解一个第二类 Fredholm 积分方程，得到了一维静力应变局部化问题的解析解。等截面拉杆应变局部化解析解表明，非局部平均使塑性应变光滑分布于一个宽度固定的带内，塑性应变分布、局部化带宽和荷载响应取决于特征长度和过非局部参数的值。当拉杆横截面积变化时，局部化带宽还受到控制截面变化率的外部尺度的影响，当外部尺度与特征长度接近时影响较大，并随外部尺度的增大而迅速减小。同时，带宽随着屈服应力的减小而增大，当屈服应力降低到零时，带宽

达到最大值。

由于缺少一个特征尺度，求解局部塑性软化模型导致的病态控制偏微分方程将得到不符客观实际的数值解。通过对切线刚度矩阵进行谱分析，研究离散增量平衡方程的本质特性来揭示其本质原因。分析结果表明，局部理论使得塑性区大小取决于弱单元尺寸，变形模式不规则且具有强烈的网格依赖性。通过引入一个特征长度，非局部理论使塑性区大小保持固定，变形模式变得光滑并保持网格客观性，从而使得塑性应变分布和荷载响应的数值解收敛于真解。

采用局部和非局部塑性软化模型对双轴试验应变局部化进行数值模拟，并在应变局部化刚发生时对总体切线刚度矩阵进行谱分析。结果表明：局部模型随着网格的细化有负特征值出现，解分叉，表明边值问题出现病态。而非局部化理论使得所有特征值始终保持为正，表明病态边值问题得到了正则化。决定局部化变形模式的主特征向量分析表明：在当单元尺寸足够细，从而非局部理论能充分发挥效率时，局部化变形区域保持固定，并保持网格客观性。这些分析结果揭示了非局部理论克服数值解网格敏感性的本质。

关键词：应变局部化；应变软化；真三轴试验；分叉；非共轴；非局部塑性；偏微分方程；数值模拟；网格敏感性；特征长度；正则化；谱分析

Abstract

Strain localization is a well-known phenomenon in geotechnical engineering, which is often accompanied with strain softening and loss of bearing capacity. This dissertation presents a comprehensive theoretical derivation and numerical modeling of this phenomenon and illustrates the findings with numerical results.

The conditions leading to shear bands, compaction bands and dilation bands are investigated based on the bifurcation analysis of a generalized plasticity model. The relationships between the inclination of deformation band and constitutive parameters are analyzed under axisymmetric conditions. These results show that the inception and the pattern of strain localization are strongly related to the adopted constitutive relationships.

By introducing the Lode angle, a novel shape function, which can reflect the differences of strength parameters under triaxial compression condition and triaxial extension condition, is proposed to modify the 3D Mohr-Coulomb failure criterion. The modified failure criterion, which is similar to Lade-Duncan criterion in deviatoric plane, can predict the strength of soils in arbitrary stress conditions and accurately reflect the influences of intermediate principal stress ratio to the peak friction angle. Based on the obtained failure criterion, a modified 3D Mohr-Coulomb model is proposed and adopted to accurately simulate a series of true triaxial tests on loose sands.

In order to accurately predict the onset of strain localization, a 3D non-coaxial model was proposed by adding a non-coaxial flow rule in the modified 3D Mohr-Coulomb model. Bifurcation analysis under plane strain condition shows that the non-coaxial model can accurately predict the onset of shear bands and correctly reproduce the trends for the variation of band inclination with initial confining stress. The bifurcation analysis of true triaxial tests predicts well the influence of the intermediate stress ratio to the onset of shear bands. It also shows that the peak failure is caused by the onset of strain localization except for triaxial compression condition.

Strain softening plasticity often leads to ill-posed governing partial differential equations (PDEs) which cannot be solved without certain regularization. In the case of integral nonlocal regularization, one-dimensional dynamic problems become well posed only after adding an over-nonlocal term. By solving a Fredholm equation of the second kind, the analytical solutions of a bar with constant and varying section show that the over-nonlocal averaging confines and smoothly distributes plastic strain within a band. In the condition of constant section, the analytical results express the localization width, plastic strain distribution inside the band, and global load-displacement response in terms of the characteristic length of the averaging function and the over-nonlocal weighting factor. In the condition of varying section, the bandwidth also depends on external length which controls the varying rate of cross-section. The influence of external length to the bandwidth is significant when it becomes close to the characteristic length, while the influence diminishes rapidly with increasing external length. The variation of the section induces that the bandwidth is also related to the yield stress. The bandwidth increases when the yield stress decreases from an initial value to zero.

When deprived of a characteristic length, the ill-posed governing partial differential equations (PDEs) caused by softening plasticity will produce unreliable numerical solutions. In the case of discrete systems, the underlying reasons for the poor numerical performance of local plasticity can be understood using a spectral analysis of the tangential stiffness matrix derived from incremental equilibrium equations. The results of the spectral analysis clearly show the width of strain localization is directly related to the size of the introduced weak element. The dominant eigenvector, which controls the incremental solution, indicates an irregular deformation mode and varies spuriously when the mesh is refined; the result is mesh-dependent. After the introduction of a characteristic length by over-nonlocal softening plasticity, the dominant eigenvector does not vary erratically when the mesh is refined; its deformation patterns are smooth and display a constant localization width. The distribution of plastic strains and the global load-displacement response become mesh independent and converge to analytical solutions with mesh refinement.

The local and nonlocal formulations of softening plasticity are employed in the

strain localization modeling of biaxial compression test. Hereafter we apply a spectral analysis to investigate why nonlocal plasticity succeeds in producing mesh-independent solutions of strain localization while local plasticity does not. The spectral analysis is employed to the global tangential stiffness matrix of the incremental equilibrium equations at the onset of strain localization. Local softening plasticity produces negative eigenvalues in the tangential stiffness matrix, which induce the bifurcation of the solutions and indicate ill-posed BVPs. In contrast, nonlocal softening plasticity always produces positive eigenvalues, which implies a regularization of ill-posed BVP. The dominant eigenvectors, which generate localized deformation patterns, has the same bandwidth independently of mesh size, provided that the mesh is fine enough to capture localization. These mesh-independent eigenmodes explain why nonlocal plasticity produces numerical solutions which are mesh-independent.

Keywords: strain localization; strain softening; true triaxial tests; bifurcation; non-coaxial; nonlocal plasticity; partial differential equations; numerical modeling; mesh dependency; characteristic length; regularization; spectral analysis

摘要	I
Abstract.....	III
第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 岩土体应变局部化试验研究现状	1
1.2.1 试验成果总结	1
1.2.2 剪切带倾角和厚度	4
1.3 应变局部化理论研究现状	5
1.3.1 剪切带倾角理论分析.....	5
1.3.2 分叉理论预测	6
1.4 应变局部化数值模拟研究现状	8
1.4.1 改进的有限元技术	9
1.4.2 改进的材料模型	11
1.5 本文的主要研究内容	16
第 2 章 应变局部化理论解析	18
2.1 引言	18
2.2 材料失稳与应变局部化	18
2.2.1 材料失稳与分叉	18
2.2.2 应变局部化的数学描述.....	20
2.3 应变局部化理论预测	23
2.3.1 应变局部化的表现形式.....	23
2.3.2 应变局部化的产生条件.....	24
2.3.3 试验验证	30
2.4 剪切带角度预测的改进	32
2.4.1 屈服方向的改进	32
2.4.2 剪切带角度预测结果分析.....	33

2.5 剪切带厚度	36
2.6 小结	39
第 3 章 三维弹塑性本构模型及数值积分	41
3.1 引言	41
3.2 热力学基础	41
3.3 三维弹塑性本构模型	44
3.3.1 三维强度准则	44
3.3.2 修正三维 Mohr-Coulomb 模型	50
3.3.3 数值积分	52
3.4 松砂真三轴试验模拟	57
3.5 小结	59
第 4 章 基于非共轴模型的应变局部化预测	60
4.1 引言	60
4.2 非共轴模型	61
4.3 分叉理论	62
4.4 密砂试验模拟	64
4.4.1 平面应变试验模拟	64
4.4.2 真三轴试验模拟	66
4.5 小结	69
第 5 章 基于非局部塑性模型的一维应变局部化理论解析	70
5.1 引言	70
5.2 偏微分方程的适定性	70
5.3 积分非局部塑性理论	71
5.3.1 积分型非局部变量	72
5.3.2 热力学基础	74
5.3.3 一维非局部塑性本构关系	75
5.4 动力波传播及应变局部化解析	76

5.4.1 局部模型	76
5.4.2 非局部模型	77
5.5 静力应变局部化分析	80
5.5.1 等截面拉杆应变局部化分析	80
5.5.2 非等截面拉杆应变局部化分析	86
5.6 小结	90
附录: 第二类 Fredholm 方程的求解	90
第 6 章 一维应变局部化数值解及谱分析	92
6.1 引言	92
6.2 有限元方程及谱分析	92
6.2.1 偏维分方程离散	92
6.2.2 增量非线性方程组求解	95
6.2.3 解的稳定性及谱分析	96
6.3 应变局部化数值解	98
6.3.1 局部软化塑性模型	98
6.3.2 非局部软化塑性模型	101
6.4 离散系统谱分析	103
6.4.1 弹性模型	103
6.4.2 局部软化塑性模型	106
6.4.3 非局部软化塑性模型	110
6.5 小结	114
第 7 章 应变局部化数值模拟及谱分析	115
7.1 引言	115
7.2 率型本构方程及积分算法	115
7.2.1 率无关 J2 局部塑性模型	115
7.2.2 率方程线性化及应力更新	116
7.2.3 一致切线模量	117

7.3 非线性有限元算法	119
7.4 非局部软化塑性模型的有限元实现	120
7.4.1 非局部变量数值积分.....	120
7.4.2 有限元实现	123
7.5 双轴试验应变局部化数值模拟	126
7.5.1 数值模拟	126
7.5.2 谱分析	130
7.6 小结	136
附录:.....	137
第 8 章 结语与展望	138
8.1 结语	138
8.2 展望	140
致谢	141
参考文献	142
个人简历 在读期间发表的学术论文与研究成果	156

第1章 绪论

1.1 引言

应变局部化现象广泛存在于各种材料中，如金属，混凝土，岩土材料等。对岩土工程领域而言，应变局部化普遍存在于边坡、堤坝、地基、挡土墙等工程结构中，它是结构整体破坏的一个先兆，其发生将导致承载能力的降低。只有从理论上揭示变形局部化发生和发展机理，才能准确地预测岩土体的变形及其破坏状态，从而合理地评价岩土工程结构的稳定性。同时，也只有建立一套合理的应变局部化渐进破坏分析理论，才能有效地评价结构安全性和开发结构潜在承载力，从而指导工程设计以提高经济效益。当前，应变局部化研究受到国际学术界和工程界的广泛关注，从1988年至今已举办了八次关于失稳与应变局部化问题的国际研讨会。

目前应变局部化研究主要集中在三个方面：(1)试验研究；(2)理论分析；(3)数值模拟。

1.2 岩土体应变局部化试验研究现状

1.2.1 试验成果总结

试验研究是一切研究的根本，对于应变局部化研究来说也是极其重要的，它为理论分析和数值模拟提供了验证和对比的基本资料。最初的试验研究是建立在肉眼观察的基础上，随着科技的进步，先进的测量仪器，如扫描电镜(SEM)、计算机图像(CT)、X光和立体成像等技术的大量应用，极大地推动了应变局部化试验研究的发展，目前已取得了大量的成果。

英国剑桥大学Roscoe^[1]最先采用X射线技术在单剪试验和挡土墙离心机模型试验中观察到一种带状的局部化破坏层的出现，将其称为剪切带。Vardoulakis和Graf^[2]通过在试样中引入初始缺陷，在弱区域激发不均匀变形，成功得到了剪切带。Nemat-Nasser和Okada^[3]对局部化带内和带外的变形进行了定量研究，发

现剪切带中心的剪应变高于带外数十倍，并导致了带内很高的孔隙比。

各种试验表明剪切带的产生并非某种边界条件下的特有现象，无论如何改进试验，都不能完全避免局部化变形的出现。但应变局部化的形成却受到多种因素的影响，Han和Vardoulakis^[4]利用X光线技术研究排水状态对剪切带形成的影响，结果表明中密砂、密砂中在排水与不排水状态下均可观察到剪切带发生，而松砂在不排水条件下却不容易观察到剪切带。Yoshida^[5]的研究表明，剪切带内的变形特性不仅与颗粒大小密切相关，还与土体颗粒破碎性有关，而颗粒形状则对剪切带内变形特性影响不大。此外，应力状态对应变局部化形成也有很大影响，不同试验状态下，土体失稳机理也并不完全相同。大多数平面应变砂土试验中^[4, 6-9]都观察到了剪切带，表明应变局部化是平面应变状态下导致土体破坏的主要原因。相对而言，轴对称状态下不容易观察到应变局部化现象。通过对比平面应变试验和常规三轴试验得到的应力应变反应曲线表明，土体在两种状态下的失稳机理可能存在差异^[10, 11]，平面应变条件下峰值后应力应变曲线具有陡降的软化特性，而轴对称条件下峰值后的应力应变曲线通常表现为平缓的发展趋势，软化趋势并不明显。Alshibli和Sture^[7]通过对比不同试样密度、围压和砂的颗粒大小形状的试验表明，平面应变状态比三轴状态更容易发生应变局部化。Hettler和Vardoulakis^[12]采用大型三轴仪对砂土的研究表明剪切带只可能形成在应力应变曲线的软化区。Chu等^[13]在试验中观测到，三轴压缩条件下土体失稳完全能够以均匀变形的的方式产生，应变局部化产生只是土体失稳后大变形的必然结果。然而，也有观察到应变局部化发生的三轴试验结果，如Vardoulakis^[14]对砂土的三轴试验结果表明，只要试样足够密实或侧压超过临界压力时，可以产生变形局部化现象。

由于均没有考虑到中主应力影响，平面应变试验和轴对称试验都没能准确反映应变局部化的真实特性。实际上，这两种试验状态只是真三维应力状态的特殊情形，因而基于真三轴试验的应变局部化研究更具有普遍意义。Chu^[13]和Yamamuro^[15]的真三轴试验结果表明除三轴压缩状态外，应变局部化发生是土体失稳的原因。Wang和Lade^[16, 17]在一系列固定中主应力比条件下的真三轴试验表明：三轴压缩状态下不会发生应变局部化现象，而在三轴拉伸时却表现出明显剧烈的应变软化，预示着应变局部化的发生。此外，在空心圆柱扭转试验中也观察到了局部化带的出现，如Saada等^[18]的研究表明砂土试样在扭剪作用下先出现均布的微小剪切带，最后出现分叉调整成一条剪切带，他们的试验同时还表

明应变局部化发生于硬化阶段。值得一提的是,为消除边界条件对应变局部化发生造成的影响,近年来Couette试验仪^[19-21]也被用于研究颗粒材料剪切流应变局部化^[22]问题。Couette试验仪与空心圆柱扭转仪相似,不同的是,它得到的是圆锥状的剪切带,剪切带的位置与试样高度有关,而厚度则与试样的颗粒尺寸有关,理论分析也得出了相同结论^[23]。

相对砂土而言,粘土的应变局部化试验研究较少。Morgenstern和Tchalenko^[24]最早研究了直剪仪中粘土的性状,定义了应变和位移两种不连续局部化变形。Hicher等^[25]利用X射线扫描技术、CT技术和扫描电镜(SEM)对粘土的研究表明:剪切带内密度变化很大,在剪切带邻域内出现了与它方向相关的颗粒平行结构。对同一种粘土而言,其剪切带倾角是一个定值,接近于Mohr-Coulomb理论,但并不受试样尺寸、端部摩擦和超固结率的影响。蒋明镜和沈珠江^[26]借助扫描电镜,研究了结构性粘土三轴试验中剪切带形成的宏观力学条件及其倾角,微观结构分析表明土体具有足够的结构强度是剪切带形成的条件之一,试验同时还表明剪切带的倾角与Roscoe理论不相符,其厚度在宏观、微观上存在差异。

在岩石方面也有一定应变局部化试验研究。Haied等^[27]在岩石的试验中,通过在试件中设置一个小孔成功激发并观察到应变局部化现象,试验同时表明剪切带起始于硬化段峰值应力前。然而,在Labuz^[28]进行的砂岩和灰岩的平面应变试验中,声发射结果却表明即使能在峰值荷载前确定局部化变形的位罝,破坏面也不会峰值处完全形成。徐松林等^[29]的大理岩三轴压缩试验表明,岩石试件破坏常以狭窄剪切带形式的局部化变形为先导,局部化变形在体积膨胀点前开始稳定增长,达到一定程度后,岩石表现出短暂的应变硬化,然后开始膨胀。Wong等^[30]详细研究了高孔隙砂岩在轴向加载条件下从脆性到延性的转变,结果表明:低围压下,首先发生体积压缩,然后体积膨胀,最终形成剪切带而破坏;高围压下,得到了与Zhang等^[31]静水压力实验相似的结果,但相比而言在更小的平均应力下就发生颗粒压碎,且较小的平均应力增量导致了孔隙率的迅速减小,这种现象被称为剪切增强压缩,也称为压缩型剪切带。在高孔隙岩石的压缩试验中,在岩石的脆延转换阶段发现了一种特殊的应变局部化现象,带面与轴向垂直,带内只存在压缩,Mollema^[32]将这种现象称为压实带(Compaction bands),它的发现对传统剪切带理论提出了挑战。压实带出现后,应力应变曲线将出现一个拐点,然后应力基本保持不变,这与剪切带出现后应力迅速跌落具有很大不同。Olsson^[33]对压实带的声发射特征研究和宏观变形结构研究表明,压实带的