经典数学工作室
编

数学

沪科版

配套练习册

九年级下册

SHUXUE
PEITAO LIANXICE

上海科学技术出版社

沪科版

数学

配套练习册

九年级下册

经典数学工作室　编

上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书以《义务教育数学课程标准(2011 年版)》为依据，并根据上海科学技术出版社出版的《义务教育教科书数学》的内容体系编写.

本书每章按若干个小节编写，小节设有例题解析、基础训练和拓展训练三部分，每部分有选择题、填空题和解答题.每章节后均有章节复习题，题型与基础训练和拓展训练相同，以此形式来帮助学生切实掌握每章的重点内容，引导学生对知识内容进行总结.

本书所选的习题都是具有代表性的题目，密切联系实际生活，帮助学生增强运用和探究知识的能力.

图书在版编目(CIP)数据

沪科版数学配套练习册.九年级.下册/经典数学工作室编. —上海：上海科学技术出版社，2019.9

ISBN 978－7－5478－4425－0

Ⅰ.①沪… Ⅱ.①经… Ⅲ.①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 073778 号

责任编辑 杨铮园

沪科版 数学配套练习册 九年级下册
经典数学工作室 编

上海世纪出版(集团)有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版、发行
(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235 www.sstp.cn)
当纳利(上海)信息技术有限公司印刷
开本 890×1240 1/16 印张：13.5
字数：374 千字
2019 年 9 月第 1 版 2019 年 9 月第 1 次印刷
ISBN 978－7－5478－4425－0/G・898
定价：37.00 元

目　　录

第24章

圆

24.1 旋　　转

例题解析

例1 两块大小一样、斜边为4且含有30°角的三角板如图24－1水平放置.将△CDE绕点C按逆时针方向旋转，当点E恰好落在AB上(点E′)时，△CDE旋转了_______°.

解 ∵ $DE=AB=4$，$\angle D=\angle A=30°$，

∴ $EC=BC=2$.

由旋转性质知 $E'C=EC=2$，

又 ∵ $\angle B=60°$，

∴ $\triangle BCE'$ 是等边三角形.

∴ $\angle BCE'=60°$，$\angle ECE'=30°$.

故填30.

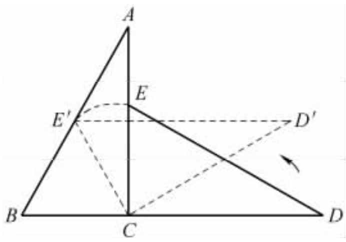


图24－1

评析 此题借助旋转考查了等边三角形及含30°角的直角三角形的相关知识.解题的关键是旋转角的确认和综合利用含30°角的直角三角形的性质进行解答.

例2 图24－2中四个图形分别是四届国际数学家大会的会标.其中属于中心对称图形的有(　　).

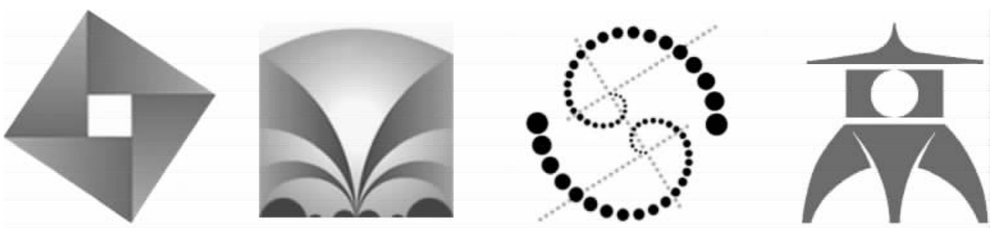


图24－2

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

分析 根据中心对称的概念对各图形分析判断即可.

解 第一个图形是中心对称图形，第二个图形不是中心对称图形，第三个图形是中心对称图形，

第四个图形不是中心对称图形.故选 B.

评析 本题考查了中心对称图形的概念.中心对称图形是绕着对称中心旋转 180°后与原来的图形重合的图形.

例3 如图 24－3,方格纸中每个小正方形的边长都是 1 个单位长度, Rt$\triangle ABC$ 的三个顶点坐标为$A(-2, 2)$, $B(0, 5)$, $C(0, 2)$.

(1) 将$\triangle ABC$ 以点C 为旋转中心旋转 180°,得$\triangle A_1B_1C$,请画出$\triangle A_1B_1C$ 的图形;

(2) 平移$\triangle ABC$,使点 A 的对应点A_2的坐标为$(-2, -6)$,请画出平移后$\triangle A_2B_2C_2$的图形;

(3) 若将$\triangle A_1B_1C$ 绕某一点旋转得$\triangle A_2B_2C_2$,请直接写出旋转中心的坐标.

分析 (1) 利用旋转的性质得出对应点的坐标,进而得出答案.

(2) 利用平移规律得出对应点位置,进而得出答案.

(3) 利用旋转图形的性质,连接对应点,即可得出旋转中心的坐标.

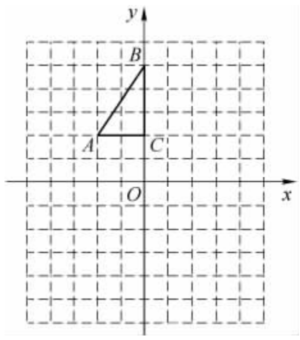


图 24－3

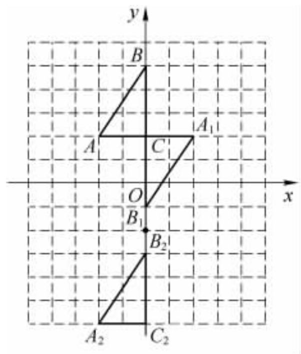


图 24－4

解 (1) 如图 24－4, $\triangle A_1B_1C$ 即为所求.

(2) 如图 24－4, $\triangle A_2B_2C_2$即为所求.

(3) 旋转中心的坐标为$(0, -2)$.

评析 此题主要考查了旋转的性质以及图形的平移等知识.根据题意得出对应点的坐标是解题关键.

例4 如图 24－5,在$\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90°$, D, E 分别是AB, AC 边的中点,将$\triangle ABC$ 绕点A 顺时针旋转α $(0°<\alpha<180°)$, 得到$\triangle AB'C'$,如图 24－6 所示.

(1) 探究 DB'与 EC'的数量关系,并给予证明;

(2) 当 $DB' \parallel AE$ 时,试求旋转角α 的度数.

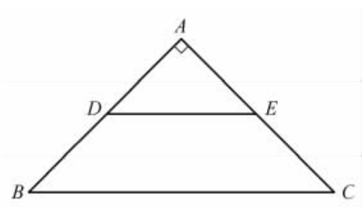


图 24－5

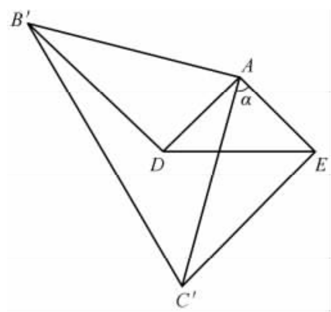


图 24－6

分析 (1) 探究 DB'与 EC'的数量关系,首先可以猜想它们相等,然后观察图形结构特征,利用旋转的性质,易证 $\triangle AB'D \cong \triangle AC'E$.

(2) 在$\triangle AC'E$中，不难发现$AE=\frac{1}{2}AC'$.如果$\angle C'EA=90°$，即可利用三角函数求出旋转角α.利用题设条件$DB'\parallel AE$可证$\angle B'DA=90°$.又由$\triangle AB'D\cong\triangle AC'E$可得$\angle C'EA=\angle B'DA$.

解　(1) $DB'=EC'$，理由如下：

$\because D$，E分别是AB，AC的中点，

$\therefore AD=\frac{1}{2}AB$，$AE=\frac{1}{2}AC$.

$\because AB=AC$，$\therefore AD=AE$.

$\because \triangle AB'C'$是$\triangle ABC$顺时针旋转得到的，

$\therefore \angle EAC'=\angle DAB'=\alpha$，$AC'=AC=AB=AB'$.

$\therefore \triangle ADB'\cong\triangle AEC'$.

$\therefore DB'=EC'$.

(2) $\because DB'\parallel AE$，$\therefore \angle B'DA=\angle DAE=90°$.

$\therefore \angle C'EA=\angle B'DA=90°$.

$\because AE=\frac{1}{2}AC'$，

$\therefore \cos\alpha=\frac{AE}{AC'}=\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 旋转角$\alpha=60°$.

评析　本题考查了图形的旋转、三角形全等、锐角三角函数等内容.解决此类问题的关键在于找到旋转的对应边、对应角和旋转角.另外，本题提供的三角形是直角三角形，由此联想到三角函数.

基础训练　24.1　(一)

一、选择题

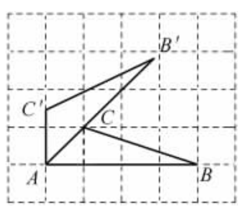
1. 将下列图形绕其对角线的交点逆时针旋转$90°$，所得图形一定与原图形重合的是(　　).

A. 平行四边形　　B. 矩形　　C. 菱形　　D. 正方形

2. 如图，该图形绕中心点按下列角度旋转后，不能与自身重合的是(　　).

A. $72°$　　B. $108°$　　C. $144°$　　D. $216°$

(第 2 题)



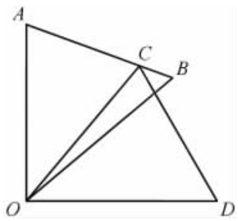
(第 3 题)

3. 如图，A，B，C三点在正方形网格线的交点处.若将$\triangle ABC$绕着点A逆时针旋转，得$\triangle AC'B'$，则$\tan B'$的值为(　　).

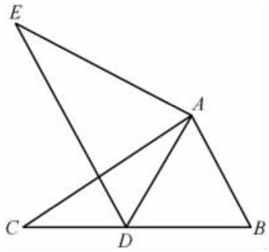
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

二、填空题

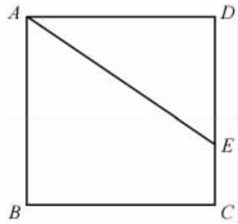
4. 如图，$\triangle COD$ 是$\triangle AOB$ 绕点O 顺时针旋转 40°后得到的图形.若点C 恰好落在AB 上，且$\angle AOD$ 的度数为 90°，则$\angle B$ 的度数是________.



（第 4 题）



（第 5 题）



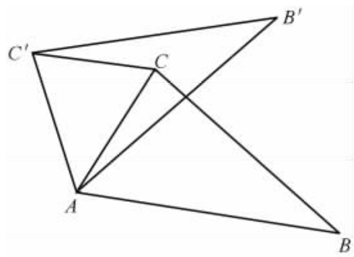
（第 6 题）

5. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=2$，$BC=3.6$，$\angle B=60^{\circ}$. 将$\triangle ABC$ 绕点A 顺时针旋转一定角度得到$\triangle ADE$.当点B 的对应点D 恰好落在BC 边上时，CD 的长为__________.

6. 如图，已知正方形$ABCD$ 中，点E 在边DC 上，$DE=2$，$EC=1$. 把线段AE 绕点A 旋转，使点E 落在直线BC 上的点F 处.则F，C 两点的距离为________.

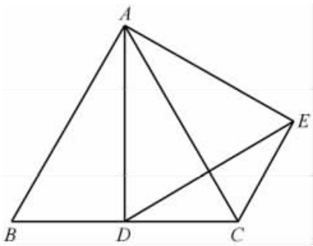
三、解答题

7. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle CAB=65^{\circ}$，将$\triangle ABC$ 在平面内绕点A 旋转到$\triangle AB'C'$的位置，使$CC' \parallel AB$. 求旋转角的度数.



（第 7 题）

8. 如图,在等边三角形 ABC 中,$AB=6$,D 是 BC 的中点.将$\triangle ABD$ 绕点A 旋转后得到$\triangle ACE$.求线段 DE 的长度.

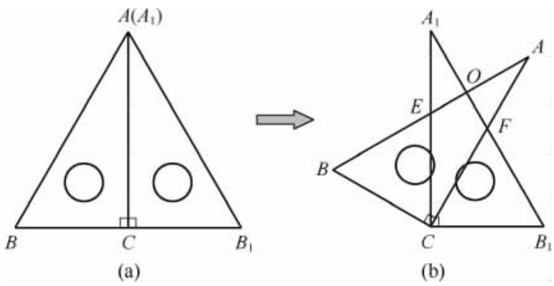


(第 8 题)

9. 将两块大小相同的含 $30°$角的直角三角板($\angle BAC=\angle B_1A_1C=30°$)按图(a)的方式放置,固定三角板$A_1B_1C$,然后将三角板$ABC$ 绕直角顶点C 顺时针方向旋转(旋转角小于 $90°$)至图(b)所示的位置,AB 与A_1C 交于点E,AC 与A_1B_1交于点 F,AB 与A_1B_1交于点 O.

(1) 求证:$\triangle BCE\cong\triangle B_1CF$;

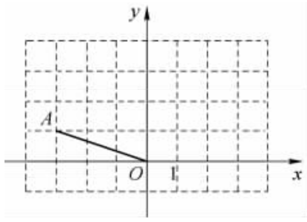
(2) 当旋转角等于 $30°$时,AB 与A_1B_1垂直吗?请说明理由.



(第 9 题)

基础训练 24.1 （二）

一、选择题



（第 1 题）

1. 如图，在方格纸上建立平面直角坐标系，将 OA 绕原点 O 按顺时针方向旋转 $180°$，得 OA'. 则点 A' 的坐标为（　　）.

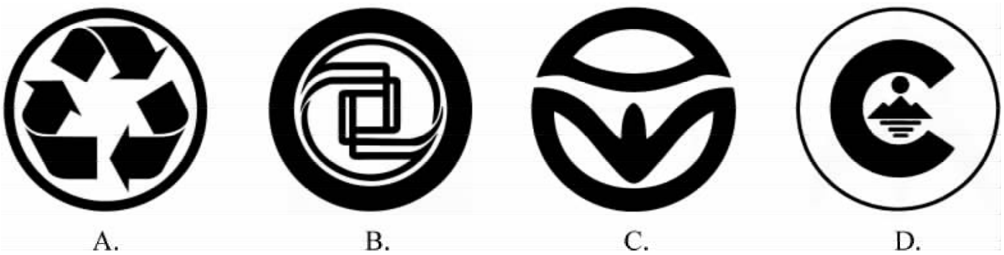
   A. （3，1）

   B. （3，－1）

   C. （1，－3）

   D. （1，3）

2. 如图所示是回收、绿色包装、绿色食品、低碳四个标志. 其中是中心对称图形的是（　　）.



（第 2 题）

3. 在平面直角坐标系中，若点 A 的坐标为（6，3），O 为原点，将 OA 绕点 O 按顺时针方向旋转 $90°$ 得到 OA'，则点 A' 的坐标是（　　）.

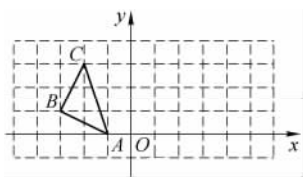
   A. （3，－6）

   B. （－3，6）

   C. （－3，－6）

   D. （3，6）

二、填空题



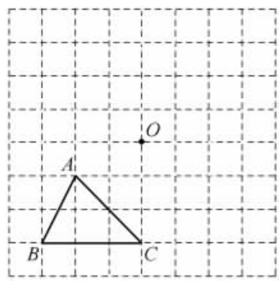
（第 6 题）

4. 在平面直角坐标系中，点（－3，2）关于原点对称的点的坐标是__________.

5. 有下列图形：① 等边三角形；② 矩形；③ 菱形；④ 平行四边形；⑤ 圆. 其中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是________.（填序号）

6. 如图，$\triangle ABC$ 的三个顶点都在方格纸的格点上，其中点 A 的坐标是（－1，0）. 若将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 $90°$，则旋转后点 C 的坐标是__________.

三、解答题



（第 7 题）

7. 如图，在方格网中已知格点 $\triangle ABC$ 和点 O.

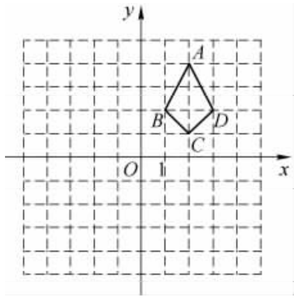
   （1）画出 $\triangle A'B'C'$，使其与 $\triangle ABC$ 关于点 O 成中心对称；

   （2）若以点 A，O，C'，D 为顶点的四边形是平行四边形，请在方格网中标出所有符合条件的点 D.

8. 在平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 的位置如图所示，解答下列问题：

（1）将四边形 $ABCD$ 先向左平移 4 个单位，再向下平移 6 个单位，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$，画出平移后的四边形 $A_1B_1C_1D_1$；

（2）将四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 绕点 A_1 逆时针旋转 $90°$，得到四边形 $A_1B_2C_2D_2$，画出旋转后的四边形 $A_1B_2C_2D_2$，并写出点 C_2 的坐标.

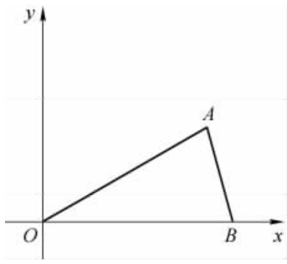


（第 8 题）

9. 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(\sqrt{3},1)$，$B(2,0)$，$O(0,0)$，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过点 A.

（1）求 k 的值；

（2）将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 $60°$，得到 $\triangle COD$，其中点 A 与点 C 对应，试判断点 D 是否在该反比例函数的图象上.



（第 9 题）

拓展训练 24.1

一、选择题

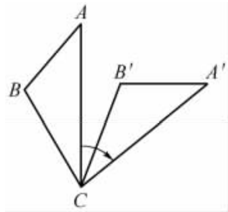
1. 如图,将$\triangle ABC$绕着点C顺时针旋转50°后得$\triangle A'B'C$.若$\angle A=40^\circ$,$\angle B'=110^\circ$,则$\angle BCA'$的度数是(　　).

A. 110°

B. 80°

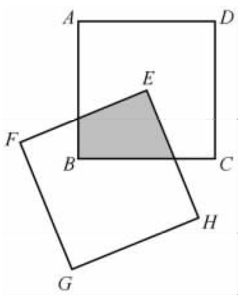
C. 40°

D. 30°

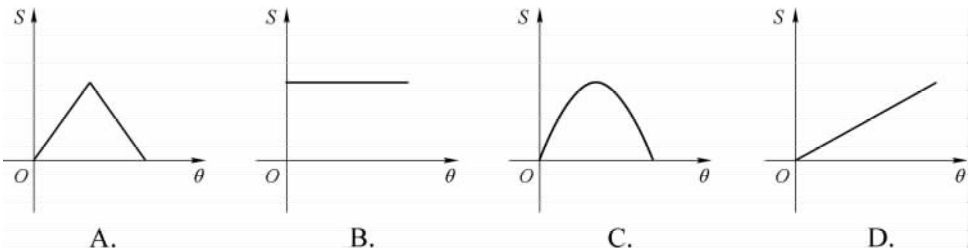


(第 1 题)

2. 如图,两个边长相等的正方形$ABCD$和$EFGH$,正方形$EFGH$的顶点E固定在正方形$ABCD$的对称中心位置,正方形$EFGH$绕点E按顺时针方向旋转,设它们重叠部分的面积为S,旋转的角度为θ,则S与θ的函数关系的大致图象是(　　).



(第 2 题)



3. 如图,O是正三角形ABC内一点,$OA=3$,$OB=4$,$OC=5$,将线段BO以点B为旋转中心逆时针旋转60°得到线段BO'.有下列结论:

① $\triangle BO'A$可以由$\triangle BOC$绕点B逆时针旋转60°得到;② 点O与O'的距离为4;③ $\angle AOB=150^\circ$;④ $S_{四边形AOBO'}=6+3\sqrt{3}$;⑤ $S_{\triangle AOC}+S_{\triangle AOB}=6+\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$.

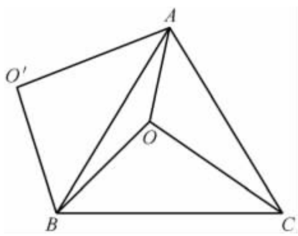
其中正确的结论是(　　).

A. ①②③⑤

B. ①②③④

C. ①②③④⑤

D. ①②③



(第 3 题)

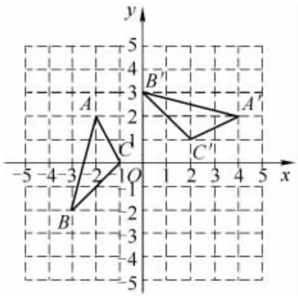
二、填空题

4. 如图,在平面直角坐标系xOy中,$\triangle A'B'C'$是由$\triangle ABC$绕点P旋转得到.则点P的坐标为________.

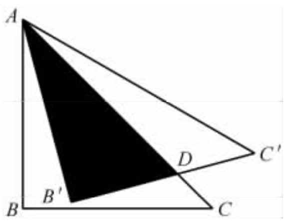
5. 如图,等腰直角三角形ABC的直角边AB的长为6 cm,将$\triangle ABC$绕点A逆时针旋转15°后得$\triangle AB'C'$,$B'C'$与AC交于点D.则图中阴影部分面积等于________cm^2.

6. 如图,已知在$\text{Rt}\triangle ACB$中,$\angle C=90^\circ$,$\angle B=50^\circ$,点D在边BC上,$BD=2CD$.把$\triangle ABC$绕着点

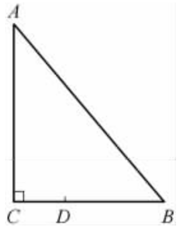
D 逆时针旋转 α（$0^\circ < \alpha < 180^\circ$）后，如果点 B 恰好落在初始 Rt△ABC 的边上，那么 $\alpha =$ ________.



（第 4 题）



（第 5 题）



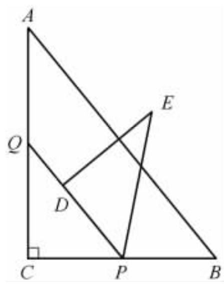
（第 6 题）

三、解答题

7. 如图，Rt△ACB 中，$\angle C = 90^\circ$，$AB = 15$，$BC = 9$，点 P，Q 分别在 BC，AC 上，$CP = 3x$，$CQ = 4x$（$0 < x < 3$）. 把△PCQ 绕点 P 旋转，得到△PDE，点 D 落在线段 PQ 上.

（1）求证：$PQ \parallel AB$；

（2）若点 D 在∠BAC 的平分线上，求 CP 的长.



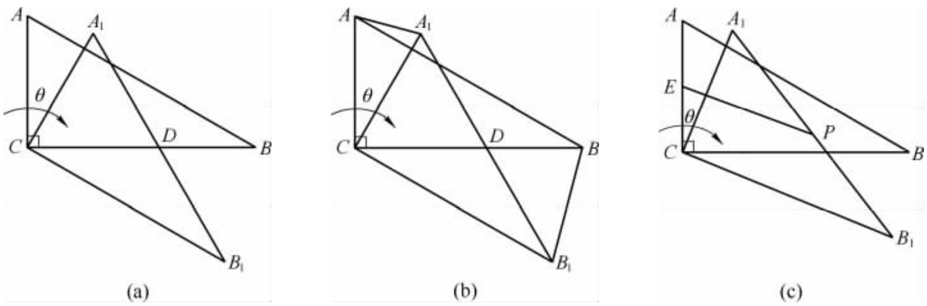
（第 7 题）

8. 在$\triangle ACB$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$\angle ABC=30^{\circ}$，将$\triangle ABC$ 绕顶点C 顺时针旋转，旋转角为θ（$0^{\circ}<\theta<180^{\circ}$），得$\triangle A_1B_1C$.

（1）如图(a)，当$AB\ /\!/\ CB_1$ 时，设A_1B_1与BC 相交于点D.求证：$\triangle A_1CD$ 是等边三角形；

（2）如图(b)，连接AA_1，BB_1，设$\triangle ACA_1$和$\triangle BCB_1$的面积分别为S_1，S_2.求证：$S_1:S_2=1:3$；

（3）如图(c)，设AC 的中点为E，A_1B_1的中点为P，$AC=a$，连接EP.当$\theta=$________°时，EP 的长度最大，最大值为________.

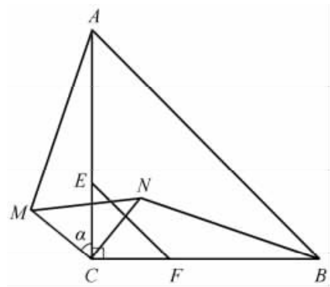


（第 8 题）

9. 如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$CA=CB$，E，F 分别是CA，CB 边的三等分点.将$\triangle ECF$ 绕点C 逆时针旋转α（$0^{\circ}<\alpha<90^{\circ}$），得$\triangle MCN$.连接$AM$，$BN$.

（1）求证：$AM=BN$；

（2）当$MA\ /\!/\ CN$ 时，试求旋转角α 的余弦值.



（第 9 题）

24.2　圆的基本性质

例题解析

例1　如图 24－7，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=3$，以顶点 D 为圆心作半径为 r 的圆.若要求另外三个顶点 A，B，C 中至少有一个点在圆内，且至少有一个点在圆外，则 r 的取值范围是________.

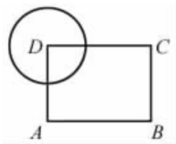


图 24－7

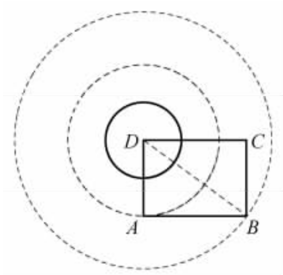


图 24－8

解　如图 24－8，连接 BD.

$\because AB=4$，$AD=3$，$\therefore BD=5$.

$\because AD<AB<BD$，

$\therefore$ 当 $AD<r<BD$ 时，点 A，B，C 中至少有一个点在圆内，且至少有一个点在圆外.

$\therefore r$ 的取值范围是 $3<r<5$.

评析　此题在考查点与圆的位置关系的同时，还考查了矩形的性质和勾股定理.

例2　如图 24－9，在半径为 5 的圆 O 中，AB，CD 是互相垂直的两条弦，垂足为 P，且 $AB=CD=8$. 则 OP 的长为(　　).

A. 3　　　　B. 4　　　　C. $3\sqrt{2}$　　　　D. $4\sqrt{2}$

解　如图 24－9，连接 OB，过点 O 作 $OF\perp CD$ 于点 F，作 $OE\perp AB$ 于点 E.则

$$BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 8=4.$$

在 Rt$\triangle OEB$ 中，由勾股定理，得

$$OE=\sqrt{OB^2-BE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3.$$

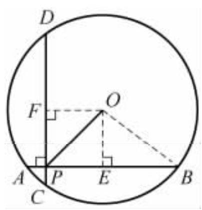


图 24－9

$\because AB=CD$，$\therefore OE=OF$.

$\because \angle OEP=\angle FPE=\angle PFO$，

$\therefore$ 四边形 $OEPF$ 为正方形. $\therefore OP=\sqrt{2}OE=3\sqrt{2}$. 故选 C.

评析　本题主要考查了垂径定理、同圆中等弦对等弦心距的有关性质，同时要运用正方形的判定和性质、勾股定理等.

例3 在$\odot O$中，直径$AB=6$，BC是弦，$\angle ABC=30^\circ$，点P在BC上，点Q在$\odot O$上，且$OP\perp PQ$.

(1) 如图24－10，当$PQ\parallel AB$时，求PQ的长度；

(2) 如图24－11，当点P在BC上移动时，求PQ长的最大值.

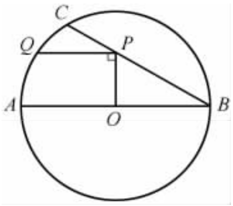


图24－10

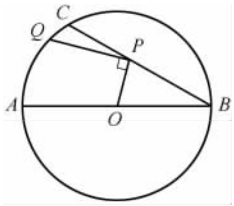


图24－11

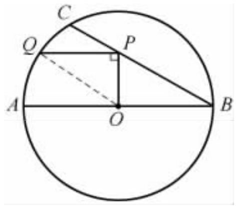


图24－12

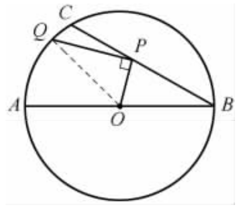


图24－13

分析 (1) 如图24－12，连接OQ.由$PQ\parallel AB$，$OP\perp PQ$，得$OP\perp AB$.在$\mathrm{Rt}\triangle OBP$中，利用正切定义可计算出$OP=3\tan 30^\circ=\sqrt{3}$，然后在$\mathrm{Rt}\triangle OPQ$中利用勾股定理可计算出$PQ=\sqrt{6}$.

(2) 如图24－13，连接OQ.在$\mathrm{Rt}\triangle OPQ$中，根据勾股定理，得$PQ=\sqrt{9-OP^2}$，则当OP的长最小时，PQ的长最大.根据垂线段最短得到$OP\perp BC$，则$OP=\frac{1}{2}OB=\frac{3}{2}$，所以$PQ$长的最大值为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

解 (1) 如图24－12，连接OQ.

$\because PQ\parallel AB$，$OP\perp PQ$，

$\therefore OP\perp AB$.

在$\mathrm{Rt}\triangle OBP$中，$\because \tan\angle B=\frac{OP}{OB}$，

$\therefore OP=3\tan 30^\circ=\sqrt{3}$.

在$\mathrm{Rt}\triangle OPQ$中，$\because OP=\sqrt{3}$，$OQ=3$，

$\therefore PQ=\sqrt{OQ^2-OP^2}=\sqrt{6}$.

(2) 如图24－13，连接OQ.

在$\mathrm{Rt}\triangle OPQ$中，$PQ=\sqrt{OQ^2-OP^2}=\sqrt{9-OP^2}$，

当OP的长最小时，PQ的长最大，

此时$OP\perp BC$，则$OP=\frac{1}{2}OB=\frac{3}{2}$，

$\therefore PQ$长的最大值为$\sqrt{9-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

评析 本题考查了垂径定理、圆的有关概念及性质，也考查了勾股定理和解直角三角形.

例4 如图24－14，射线PG平分$\angle EPF$，O为射线PG上一点，以O为圆心，10为半径作$\odot O$，分别与$\angle EPF$的两边PF和PE相交于点A，B和C，D.连接OA，此时有$OA\parallel PE$.

(1) 求证：$AP=AO$；

(2) 若$\tan\angle OPB=\frac{1}{2}$，求弦$AB$的长；

(3) 若以图中已标明的点(即P，A，B，C，D，O)构造四边形，则能构成菱形的四个点

为________.

分析 (1) 由已知条件射线 PG 平分 $\angle EPF$ 求得 $\angle DPO=\angle BPO$.然后根据平行线的性质,得 $\angle DPO=\angle POA$.最后由等量代换知 $\angle BPO=\angle POA$,根据等角对等边证明 $AP=AO$.

(2) 过点 O 作 $OH\perp AB$ 于点 H,根据垂径定理知 $AH=HB=\frac{1}{2}AB$.又由已知条件"$\tan\angle OPB=\frac{1}{2}$"求得 $PH=2OH$,设 $OH=x$,则 $PH=2x$.然后利用(1)的结果及勾股定理列出关于 x 的一元二次方程,解方程即可.

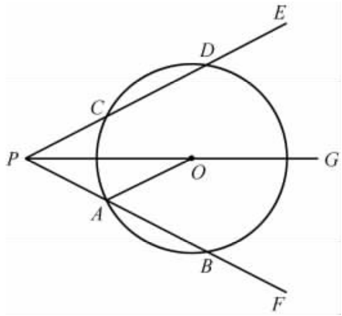


图 24-14

(3) 根据菱形的性质、判定定理填空.

解 (1) ∵ PG 平分 $\angle EPF$,

∴ $\angle DPO=\angle BPO$.

∵ $OA\parallel PE$,

∴ $\angle DPO=\angle POA$.

∴ $\angle BPO=\angle POA$.

∴ $AP=AO$.

(2) 如图 24-15,过点 O 作 $OH\perp AB$ 于点 H,则 $AH=HB=\frac{1}{2}AB$.

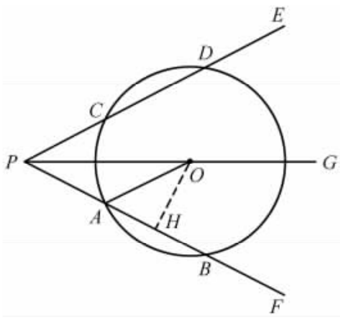


图 24-15

∵ $\tan\angle OPB=\frac{OH}{PH}=\frac{1}{2}$, ∴ $PH=2OH$.

设 $OH=x$,则 $PH=2x$.

由(1)可知 $AP=AO=10$, ∴ $AH=PH-AP=2x-10$.

∵ $AH^2+OH^2=AO^2$, ∴ $(2x-10)^2+x^2=10^2$.

解得 $x_1=0$(不合题意,舍去),$x_2=8$.

∴ $AH=6$. ∴ $AB=2AH=12$.

(3) P, A, O, C.

评析 本题综合考查了垂径定理、勾股定理、菱形的判定定理及锐角三角函数的定义.解此类题目要注意将圆的问题转化成三角形的问题进行计算.

基础训练 24.2 (一)

一、选择题

1. 若⊙O 的半径为 5 cm,点 A 到圆心 O 的距离为 4 cm,则点 A 与⊙O 的位置关系是(　　).

A. 点 A 在圆外　　B. 点 A 在圆上

C. 点 A 在圆内　　D. 不能确定

2. 关于直径,下列说法中错误的是(　　).

A. 直径是圆中最长的弦　　B. 直径等于半径的 2 倍

C. 每一条直径都是圆的对称轴　　D. 圆心是直径的中点

3. 如图,在 Rt△ACB 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$. 若以点 C 为圆心, CB 长为半径的圆恰好经过 AB 的