

JIAOCAIJIEDU

教材 解读

源于教材 高于教材

数学 七年级上册 RJ 版

《教材解读》编写组 编



湖南教育出版社

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点：

1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了教材讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

4. 体例实

结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。



本书必背概念、性质、公式及定理

| 知识点 | 内容 | 举例 | 名师点拨 |
|------------|--|--|---|
| 1. 正数、负数 | 大于0的数叫做正数,在正数前面加上符号“-”的数叫做负数 | 5, 4, 0.7, 13%是正数; -1, -1.4, -17%是负数 | ①负数前面的“-”号不能省略; ②不能简单地认为带“+”号的数就是正数,带“-”号的数就是负数 |
| 2. 有理数 | 正整数、0、负整数统称为整数;正分数、负分数统称为分数;整数和分数统称为有理数 | 1, 2, ... 为正整数; -1, -2, ... 为负整数; $\frac{1}{2}, 0.16, \dots$ 为正分数; $-\frac{1}{2}, -1.6, \dots$ 为负分数 | ①符合某条件的数的集合是由所有符合条件的数组成的; ②有理数分类时,要按照同一标准,做到不重不漏 |
| 3. 数轴 | 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴 |  | ①正方向是人为规定的,一般取向右为正方向; ②同一数轴的单位长度必须一致 |
| 4. 相反数 | 只有符号不同的两个数叫做互为相反数 | 3和-3互为相反数,3的相反数是-3, -3的相反数是3 | ①在数轴上原点的两侧,到原点距离相等的两个点表示的数互为相反数; ②相反数是成对出现的,不能单独存在. 特别地,0的相反数是0 |
| 5. 绝对值 | 一般地,数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值,记作 $ a $ | 数轴上表示数6和-6的点与原点的距离都是6个单位长度,所以6和-6的绝对值都是6,即 $ 6 =6$, $ -6 =6$ | ① a 取任何有理数,都有 $ a \geq 0$; ②在数轴上,一个数表示的点到原点的距离越大,它的绝对值就越大;一个数表示的点到原点的距离越小,它的绝对值就越小 |
| 6. 有理数加法法则 | ①同号两数相加,取相同的符号,并把绝对值相加; ②绝对值不相等的异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值;互为相反数的两个数相加得0; ③一个数同0相加,仍得这个数 | ① $(-7)+(-3)$ $=-(7+3)$ $=-10$; ② $(-7)+(+3)$ $=-(7-3)$ $=-4$; $(-7)+(+7)=0$; ③ $0+(+3)=3$ | ①有理数加法的运算律: 交换律: $a+b=b+a$; 结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$; ②有理数加法运算技巧:互为相反数的两个数先相加,符号相同的数先相加,分母相同的数先相加,相加得整数的几个数先相加 |
| 7. 有理数减法法则 | 减去一个数,等于加上这个数的相反数 | $6-(-2)=6+(+2)=8$ | 有理数减法可以转化为加法来进行,从而借助加法法则和运算律进行计算 |
| 8. 有理数乘法法则 | 两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘;任何数同0相乘,都得0 | ① $(-2) \times (-4)=8$; ② $(-2) \times 4=-8$; ③ $(-2) \times 0=0$ | 几个非零数相乘,积的符号由负因数的个数决定,奇负偶正 |



本书必背概念、性质、公式及定理


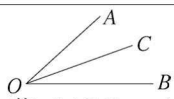


| 知识点 | 内容 | 举例 | 名师点拨 |
|---------------|---|---|---|
| 9. 倒数 | 乘积为1的两个数互为倒数 | 4和 $\frac{1}{4}$ 互为倒数,4是 $\frac{1}{4}$ 的倒数, $\frac{1}{4}$ 是4的倒数 | 正数的倒数是正数,负数的倒数是负数,0没有倒数 |
| 10. 有理数除法法则 | 法则一:除以一个不等于0的数,等于乘这个数的倒数;法则二:两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值相除;0除以任何一个不等于0的数,都得0 | ① $2 \div (-8) = 2 \times (-\frac{1}{8}) = -\frac{1}{4}$; ② $-8 \div 2 = -4$; ③ $0 \div 2 = 0, 0 \div (-8) = 0$ | ①不能整除的情况下,选择法则一; ②能整除的情况下,选择法则二,注意符号的确定 |
| 11. 有理数的乘方 | 求 n 个相同因数的积的运算,叫做乘方.在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数 | 在 6^5 中,底数是6,指数是5, 6^5 读作6的5次方,或6的5次幂 | 因为 a^n 就是 n 个 a 相乘,所以可以利用有理数的乘法运算来进行有理数的乘方运算 |
| 12. 单项式 | $100t, 6a^2, a^3, 2.5x$ 等都是数或字母的积,像这样的式子叫做单项式 | $-n, vt, 12a, a$ | 单独的一个数或一个字母也是单项式 |
| 13. 多项式 | 几个单项式的和叫做多项式 | $2x - 3, x^2 + 2x + 18$ 都是多项式 | 多项式中的每一项都必须是单项式 |
| 14. 整式 | 单项式与多项式统称为整式 | $100t, vt, -n, 2x - 3, x^2 + 2x + 18$ | 所有的单项式和多项式都是整式;如果一个式子既不是单项式,也不是多项式,那么它一定不是整式 |
| 15. 同类项 | 所含字母相同,并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项 | $6abc^2$ 和 $2c^2ba$ 是同类项 | 判断两个单项式是否是同类项的条件:一是所含字母相同;二是相同字母的指数也相同,二者缺一不可 |
| 16. 整式加减的运算法则 | 一般地,几个整式相加减,如果有括号就先去括号,然后再合并同类项 | $2x^2 + xy + 3y^2 - (x^2 - xy + 2y^2) = 2x^2 + xy + 3y^2 - x^2 + xy - 2y^2 = x^2 + 2xy + y^2$ | 整式的加减实际上是合并同类项,关键掌握去括号法则和合并同类项法则 |
| 17. 一元一次方程 | 只含有一个未知数(元),未知数的次数都是1,等号两边都是整式,这样的方程叫做一元一次方程 | $3x - 2 = 0, x = 1$ 都是一元一次方程; $x^2 + 1 = 0, \frac{5}{x} = 1$ 都不是一元一次方程 | 一元一次方程应满足四个条件:①是方程;②只含有一个未知数;③未知数的次数为1;④未知数的系数不为0 |
| 18. 方程的解 | 使方程中等号左右两边相等的未知数的值,叫做方程的解 | 在方程 $2x + 1 = 7$ 中,当 $x = 3$ 时, $2x + 1 = 7$,等号左右两边相等,则 $x = 3$ 就是方程 $2x + 1 = 7$ 的解 | 要检验一个数是不是某个方程的解,只要将这个数代入方程左、右两边分别计算结果,检验左、右两边是否相等即可 |



本书必背概念、性质、公式及定理

知识背囊

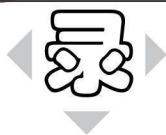
| 知识点 | 内容 | 举例 | 名师点拨 |
|--------------|---|--|--|
| 19. 等式的性质 | 等式的性质1: 如果 $a = b$, 那么 $a \pm c = b \pm c$; 等式性质2: 如果 $a = b$, 那么 $ac = bc$; 如果 $a = b$ ($c \neq 0$), 那么 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ | ①若 $x + 3 = 4$, 则根据等式的性质1, 得 $x = 4 - 3$; ②若 $2x = 10$, 则根据等式的性质2, 得 $x = 5$ | 用等式的性质解简单的一元一次方程一般分两步: 一是方程两边同时加或减同一个数或式子, 使一元一次方程左边是未知数, 右边是常数; 二是方程两边同时乘未知数的系数的倒数, 使未知数的系数化为1, 从而解出方程 |
| 20. 合并同类项 | 解方程时, 将等号同侧合并成一项的过程, 叫做合并同类项 | $2x - 4x + 5x = 6 - 5 - 2$ 3. 合并同类项, 得 $3x = -2$ | ①解方程中的合并同类项和整式加减中的合并同类项一样, 根据都是逆用乘法分配律, 实质都是系数的合并; ②方程中运用合并同类项, 目的是使方程变得更简单, 为运用等式的性质2求出方程的解创造条件 |
| 21. 立体图形的展开图 | 有些立体图形是由一些平面图形围成的, 将它们的表面适当展开, 可形成相应立体图形的展开图 | 圆锥的展开图由一个扇形和一个圆构成 | ①不是所有的立体图形都可以展开, 如球体; ②同一个立体图形可以有不同平面展开图 |
| 22. 线段的中点 | 把一条线段分成相等的两条线段的点, 叫做线段的中点 |  如图, 若 $AC = CB = \frac{1}{2}AB$ 或 $AB = 2AC = 2CB$, 则点C是线段AB的中点 | ①线段的中点一定在该线段上; ②由线段的中点可以转化线段相等或倍数关系的等式 |
| 23. 角 | 角由两条具有公共端点的射线组成, 公共端点是这个角的顶点, 这两条射线叫做角的两条边 | 将圆规张开可形成一个角 | 角的表示方法有三种: 一是用三个大写英文字母表示, 如 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$, 其中O是角的顶点, 必须写在中间; 二是用一个大写英文字母表示, 如 $\angle O$, 此时以O点为顶点的角只有一个; 三是用数字或希腊字母表示, 如 $\angle 1$ 或 $\angle \alpha$ |
| 24. 角的平分线 | 从一个角的顶点出发, 把这个角分成相等的两个角的射线, 叫做这个角的平分线 |  如图, 若 $\angle AOC = \angle BOC$, 则OC是 $\angle AOB$ 的平分线 | 利用角的平分线可以把角化成相等或倍分关系, 从而求出角的大小 |
| 25. 余角、补角的性质 | 同角(等角)的余角相等; 同角(等角)的补角相等 | ①若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余, $\angle 3$ 与 $\angle 2$ 互余, 则 $\angle 1 = \angle 3$; ②若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 互补, 且 $\angle 2 = \angle 4$, 则 $\angle 1 = \angle 3$ | 一个角的余角可以有多个, 这多个余角的大小都相等; 一个角的补角也可以有多个, 同样这多个补角的大小也相等 |



本书必会方法、规律和技巧



| 知识点 | 内容 | 名师点拨 |
|------------------|---|--|
| 1. 有理数加减混合运算的技巧 | ①相反数结合法: 互为相反数的两个数先加; ②凑整法: 相加得整数的几个数相结合; ③同号归类法: 把符号相同的加数相结合; ④同分母归类法: 把同分母的分数或易于通分的分数相结合; ⑤同形归类法: 把带分数拆成整数与真分数两部分后, 再运用上述方法 | 对于多个有理数参与的加减混合运算, 一般不需要逐个进行计算, 而是要通过观察, 根据题目特点灵活解题 |
| 2. 有理数乘法的运算技巧 | ①结: 互为倒数的两数结合; 能互相约分的两数结合; 能凑成整数、整十、整百的两数结合; ②提: 逆用乘法分配律把公因数提出来; ③分: 把括号中的复杂计算用分配律分开; ④拆: 把一个整数拆成两个数的和或差, 再利用乘法分配律, 把一个接近1的分数拆成1与另一个分数的差 | 多个有理数相乘的算式, 一定要先观察再计算. 一看是否有因数0, 二看能否用运算律, 三看能否用技巧简便计算 |
| 3. 多项式的化简、求值 | 直接将未知数的值代入多项式求值较为复杂, 因此多项式的求值, 通常是先把多项式化简, 然后再代入求值. 常用的方法是: ①化简后直接代入求值; ②化简后整体代入求值; ③先通过隐含条件将字母的值求出来, 再代入求值 | 隐含条件多与几个非负数的和为0、绝对值、数轴、相反数等知识有关 |
| 4. 解一元一次方程的方法和技巧 | ①巧去括号: 在去括号的过程中尽量避免出现较多的“-”号, 尽量能在去括号的过程中通过约分化简方程; ②巧去分母: 字母中含小数时, 先把方程中的各小数化成整数后, 再按解方程的一般步骤进行; ③巧用整体思想: 如果某些项中都含有或者通过适当地变形能使某些项中含有相同的整式, 那么可把这个整式看作一个整体来解 | 解方程时要根据方程的特点, 灵活运用各步骤, 以求解过程简捷为原则 |
| 5. 计算图形中射线、线段的条数 | ①各点在同一条直线上, 每一个端点出发的射线都有2条, 因此如果直线上有 n 个点, 则有 $2n$ 条射线; 以任意一个点为端点与其他点连接都能得到 $(n-1)$ 条线段, 则 n 个点能得到 $n(n-1)$ 条线段, 又因为线段没有方向性, 所以这些线段中有一半是重复的, 所以如果直线上有 n 个点, 则有 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 条线段. <div style="text-align: center;"> </div> 图中有8条射线, 6条线段 ②各点不在同一条直线上时要注意过这些点的线是直线、射线还是线段, 再按顺序数 | 根据射线、线段的表示方法确定条数: 射线既有端点(1个端点)又有方向, 线段有2个端点 |



第一章 有理数

| | |
|-------------|-----|
| 1.1 正数和负数 | /1 |
| 1.2 有理数 | /7 |
| 1.3 有理数的加减法 | /16 |
| 1.4 有理数的乘除法 | /23 |
| 1.5 有理数的乘方 | /31 |
| 第一章复习 | /39 |
| 第一章检测 | /40 |

第二章 整式的加减

| | |
|-----------|-----|
| 2.1 整式 | /43 |
| 2.2 整式的加减 | /51 |
| 第二章复习 | /57 |
| 第二章检测 | /58 |

第三章 一元一次方程

| | |
|------------|-----|
| 3.1 从算式到方程 | /61 |
|------------|-----|

| | |
|------------------------------|-----|
| 3.2 解一元一次方程（一） ——合并同类项与移项 | /69 |
| 3.3 解一元一次方程（二） ——去括号与去分母 | /76 |
| 3.4 实际问题与一元一次方程 | /83 |
| 第三章复习 | /93 |
| 第三章检测 | /94 |

第四章 几何图形初步

| | |
|--------------|------|
| 4.1 几何图形 | /97 |
| 4.2 直线、射线、线段 | /105 |
| 4.3 角 | /113 |
| 第四章复习 | /124 |
| 第四章检测 | /125 |
| 期中检测 | /128 |
| 期末检测 | /131 |

第一章



有理数

请根据下述提示猜一猜这是我国的什么地方？

这个地方是我国最热的地方，夏季平均气温在 38°C 左右，（盆地中心）有的地方的平均气温达到 49°C 以上，有记录的地表最高气温达 82°C ，它素有“火洲”之称，堪称中国的“热极”。但到了冬天平均气温则降到零下 10°C 左右，最冷时温度达到零下 40°C 。这里一天的气温差别特别大，3月份，一天中平均最高气温在零上 13°C 左右，平均最低气温在零下 3°C 左右。有句民谣说：“早穿皮袄午穿纱，围着火炉吃西瓜”说的就是这里。

参考答案 吐鲁番。

1.1 正数和负数

知识详解

知识点 1

正数和负数

正数：像 $3, 3.5, 1.8\%$ 这样大于 0 的数叫做正数，有时在正数前面加上“+”号，如 $+3, +3.5, +0.7, \dots$ （正数前面的“+”可以省略）。

负数：像 $-3, -4.5, -2.7\%$ 这样在正数前加上符号“-”（负）的数叫做负数（负数前面的“-”不能省略）。

【解读】不要认为所有带正号的数都是正数，也不要认为所有带负号的数都是负数。

例 1 给下面 9 个数进行分类。

$5, 5.6, -3.7, 15, -6, 3, -2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$ 。

【分析】回顾正数与负数的概念和判断一个数的正负的方法，然后对给出的数进行分类。

解：正数有 $5, 5.6, 15, 3, \frac{3}{2}$ ；负数有 $-3.7, -6, -2, -\frac{1}{2}$ 。

要点提示

判断一个数是正数还是负数可参照数字前面的符号，也可依据与 0 的大小关系。

即学即练

1. 下列各数中，哪些是正数？哪些是负数？

$6, 85\%, -\frac{1}{4}, \frac{3}{2}, 0, \pi,$

$-0.07.$

正数：_____

负数：_____

知识点 2

0 的意义

0 是正数和负数的“分水岭”，它既不是正数，也不是负数。它的意义不仅仅表示“无”或者“没有”，还可表示其他的内容。例如，0 可表示海平面的高度、运动的起点。

【解读】(1) 切记 0 并不都表示“没有”的意义，它具有具体的内容。(2) 0 既不是正数，也不是负数，它与正整数和负整数组成整数。(3) 0 是划分正数和负数的界限数，同时也是各类相反意义的基准。(4) 0 具有独特的运算法则。例如，任何数加上或减去 0，数值不变；任何数与 0 相乘都等于 0；0 不能作除数。

例 2 下列对于“0”的说法正确的有()

- ① 0 是正数与负数的分界；
- ② 0°C 是一个正确的温度；
- ③ 0 是正数；
- ④ 0 是自然数。

【分析】 0 是正数与负数的分界，它是最小的自然数；根据 0 的意义， 0°C 是一个正确的温度。所以①②④正确。

解：①②④。

知识点 3

具有相反意义的量

正数和负数表示的两个量具有相反的意义，如果规定一个量为“正数”，那么与其相反意义的量就是“负数”。

【解读】(1) 把 0 以外的数分为正数和负数，起源于表示两种相反意义的量。相反意义的量是成对出现的，单独一个量不能成为相反意义的量。

(2) 具有相反意义的量必须具备两个条件：一是两个量所表示的属性相同，表示的是同一类对象，也就是说这两个量的单位相同；二是两个量所表示的意义恰好相反。

(3) 在用正数和负数表示相反意义的量时，必须要说明单位和数量。例如，规定亏损 3 万元为 +3 万元，则盈利 5 万元为 -5 万元。不具有相反意义的量不能用正、负数来表示。同时，哪种意义为正是可以自主选择的，但习惯把“前进、上升、收入……”等规定为正，而把“后退、下降、支出……”等规定为负。

例 3 用正数和负数表示下列具有相反意义的量。

- (1) 如果海平面上升 100 m 记为 +100 m，那么海平面下降

方法点拨



0 是正、负数的分界，弄清“0”在具体问题中的含义是解题的关键。

即学即练

2. 下列说法正确的是()
- A. 一个数不是正数就是负数
 - B. 0 是最小的数
 - C. 正数都比 0 大
 - D. 负数前面的“-”号可以省略

方法点拨



具有相反意义的量，只要求意义相反，而不要数量一定相等。

80 m记为_____;

(2)如果小明前进了 10 m记为 -10 m,那么小明后退了 8 m记为_____;

(3)如果某条河的水位比标准水位高 2 m,记为 $+2$ m,那么比标准水位低 1.5 m,应记为_____,恰好等于标准水位应记为_____.

分析 (1)中规定海平面上升为正,则海平面下降为负;(2)中规定前进为正,则后退为负;(3)中规定高于标准水位为正,则低于标准水位为负,恰好在标准水位上就用 0 表示.

解:(1) -80 m

(2) $+8$ m

(3) -1.5 m 0 m

拓展提升

类型一：用正数、负数表示误差范围

例 4 某饮料公司生产的一种瓶装饮料,外包装上印有“(600 \pm 10) mL”的字样,那么 ± 10 mL表示什么含义?质监局对该产品抽查了 5 瓶,容量分别为 603 mL,607 mL,588 mL,598 mL,608 mL,则抽查的产品是否合格?

分析 本题的关键是正确理解具有相反意义的量. $+10$ mL表示比标准容量多 10 mL, -10 mL表示比标准容量少 10 mL,则合格范围是指容量在(600 -10) mL到(600 $+10$) mL之间.

解: ± 10 mL表示比标准容量多 10 mL或少 10 mL都在合格范围之内.抽查的 5 瓶饮料中只有 588 mL比 600 mL少了 12 mL为不合格,其余均合格.

类型二：用正数、负数描述数量关系

例 5 七(1)班的数学单元测试成绩以班级平均分为基准,超过者记为正,不足者记为负,甲、乙、丙、丁四名同学的计分情况如下表:

| | | | | |
|----|----|----|-----|----|
| 同学 | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 |
| 分数 | +8 | -6 | +12 | -3 |

即学即练

3. 一名运动员某次跳水的最高点离跳台 2 m,记作 $+2$ m,则水面离跳台 10 m可以记作()

A. -10 m B. -12 m

C. $+10$ m D. $+12$ m

即学即练

4. 有一种洗衣粉的包装袋上有这样一段文字:“净重:(800 \pm 5)g”,试说明这段文字的含义.在一次检测中,检测员从一箱洗衣粉中任取 5 袋,称量并记录如下:

| | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 袋号 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ |
| 净重/g | 803 | 798 | 800 | 794 | 805 |

根据上面的数据,说明这 5 袋洗衣粉的净重是否合格.

已知甲得 85 分, 则其他三名同学的得分是多少? 谁的成绩最高, 谁的成绩最低?

分析 首先根据甲的得分算出班级平均分, 然后分别与班级平均分比较, 得出乙、丙、丁的得分, 最后比较得分高低.

解: 因为甲得 85 分, 甲的计分为 +8 分,

所以班级平均分是 $85 - 8 = 77$ (分).

所以乙的成绩是 $77 - 6 = 71$ (分),

丙的成绩是 $77 + 12 = 89$ (分),

丁的成绩是 $77 - 3 = 74$ (分).

所以丙的成绩最高, 乙的成绩最低.

类型三: 用正数、负数表示实际生活中具有相反意义的量

例 6 小明的妈妈 2014 年下岗后, 决定投资经营小百货. 由于不懂经商之道, 到 2014 年年底结账时, 亏损 13 570 元. 从 2015 年年初, 她改善经营策略, 到 2015 年年底结账时, 她惊奇地发现, 这一年不但补上了 2014 年亏损的钱, 而且还赚了 24 670 元. 请你帮助小明的妈妈把 2014 年和 2015 年的收入情况用正数和负数表示出来.

分析 盈利和亏损是一对具有相反意义的量, 可以先把盈利规定为正, 亏损规定为负, 再计算出 2015 年的盈利, 从而用正数、负数表示出来.

解: 把盈利规定为正, 则亏损就应视为负.

2015 年小明的妈妈盈利 $13\ 570 + 24\ 670 = 38\ 240$ (元).

所以小明的妈妈 2014 年的收入记为 -13 570 元, 2015 年的收入记为 +38 240 元.

类型四: 正数、负数的探究问题

例 7 观察下面依次排列的一列数, 请接着写出后面的 3 个数, 并求出第 15 个数、第 101 个数、第 2 016 个数.

(1) $-1, -2, +3, -4, -5, +6, -7, -8, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$

(2) $-1, \frac{1}{2}, -3, \frac{1}{4}, -5, \frac{1}{6}, -7, \frac{1}{8}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$

即学即练

5. 体育课上, 老师对七(2)班的女生进行仰卧起坐的测试, 以能做 24 个为标准, 超过的个数用正数表示, 不足的个数用负数表示. 其中 10 名女生的测试成绩(单位: 个)如下: 5, -2, -1, 3, 0, 10, 0, 7, -5, -1, 这 10 名女生的达标率为多少?

即学即练

6. 小乌龟从点 A 出发在一条直线上来回爬行, 下面是它的爬行情况: 先向右爬行了 3 cm, 再向左爬行了 1 cm, 接着又向右爬行了 5 cm, 后又向左爬行了 3 cm, 再向左爬行了 7 cm, 又向右爬行了 3 cm, 最后向左爬行了 10 cm.

(1) 请你用正数、负数表示小乌龟向右或向左爬行的路程(规定向右爬行记为正数, 向左爬行记为负数);

(2) 请你猜测一下, 小乌龟的最后位置离出发点有多远? 方向是在出发点 A 的右侧还是左侧?

分析 仔细观察各数的特点,尤其是符号的分布,从变化中发现一般规律.由第(1)题所给的依次排列的一列数中的前8个数可知:对于第 n (n 为正整数)个数,当 n 是3的整数倍时,此数为 $+n$.由第(2)题所给的依次排列的一列数中的前8个数可知:对于第 n (n 为正整数)个数,当 n 为奇数时,此数为 $-n$;当 n 为偶数时,此数为 $\frac{1}{n}$.

解:(1) $+9 \quad -10 \quad -11$

这列数中的第15个数为 $+15$,第101个数为 -101 ,第2016个数为 $+2016$.

(2) $-9 \quad \frac{1}{10} \quad -11$

这列数中的第15个数为 -15 ,第101个数为 -101 ,第2016个数为 $\frac{1}{2016}$.

即学即练

7. 下面排列的各组数,具有一定的规律性,请你根据规律写出后面的3个数,并求出第15个数、第100个数、第101个数.

(1) $0, -1, 0, -1, 0,$
 $-1, 0, -1, \underline{\hspace{1cm}},$
 $\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \dots;$

(2) $-1, 2, -3, 4, -5,$
 $6, -7, 8, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}},$
 $\underline{\hspace{1cm}}, \dots.$



我说你讲

帮你认识“具有相反意义的量”.



1. 概念:在现实生活中,存在着各种各样的量,其中有一种量,它们的属性相同,但表示的意义相反,我们把这样的量叫做具有相反意义的量.

2. 满足条件:(1)它们必须是同一属性的量,如向东运动和向西运动,上升和下降等;(2)它们的意义相反.



3. 正、负数表示:在现实生活中,人们习惯把零上、上升、向东、向右、前进、收入、高于海平面等量规定为正,而把零下、下降、向西、向左、后退、支出、低于海平面等规定为负.

4. 用正、负数表示具有相反意义的量的步骤:(1)找“基准”——表示正、负的相对标准;(2)明确哪一个表示正,那么另一个就表示负.





巩固练习

- 若规定收入为“+”，那么支出-50元表示()
 - 收入了50元
 - 支出了50元
 - 没有收入也没有支出
 - 收入了100元
- 下列说法正确的是()
 - 一个数前面加上“-”号，这个数就是负数
 - 零既不是正数也不是负数
 - 零既是正数也是负数
 - 若 a 是正数，则 $-a$ 不一定是负数
- 在两个不同时刻，对同一水池中的水位进行测量，记录如下：上升3 cm，下降6 cm，如果上升3 cm记为+3 cm，那么下降6 cm记为()
 - 6 cm
 - +6 cm
 - 6 cm
 - 6
- 某粮店出售的三种品牌的面粉袋上，分别标有质量为 (25 ± 0.1) kg、 (25 ± 0.2) kg、 (25 ± 0.3) kg的字样，从中任意拿出两袋，它们的质量最多相差()
 - 0.8 kg
 - 0.6 kg
 - 0.5 kg
 - 0.4 kg
- 某城市白天的最高气温为零上 6°C ，到了晚上8时，气温下降了 8°C ，则该城市当晚8时的气温为_____.
- 某水井水位最低时低于水平面5 m，记为-5 m，最高时低于水平面1 m，则水井水位 h m中 h 的取值范围是_____.
- 在一次数学测验中，七(1)班的平均分为

86分. 如果把高于平均分的部分记作正数，低于平均分的部分记作负数.

(1)李洋得了90分，应记作多少？

(2)刘红的分数被记作-5分，她实际得分多少？

(3)王明得了86分，应记作多少？

- 悟空随师父扫完金光塔回来，累得唐僧满头大汗，八戒见状，忙端茶向前献殷勤，并关切地问：“师父，您这是扫了多少地啊，累成这个样子？”还未等唐僧说话，悟空抢言道：“傻猪头，你算算吧，塔共六层，以 100 m^2 为标准，每层超过的平方米数记为正数，不足的平方米数记为负数，记录如下： $+30, +18, +10, 0, -15, -25$ 。”八戒听后傻了眼，嘟嘟囔囔地说：“这咋算呀……”请你帮八戒算一算吧.

1.2 有理数

知识详解

知识点 1

有理数的概念

(1) 正整数、0 和负整数统称为整数, 如 $-1, 0, 2$ 等.

(2) 正分数和负分数统称为分数, 如 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$.

(3) 整数和分数统称为有理数.

【解读】(1) 整数和分数统称为有理数, 注意概念中“统称”二字, 它与“整数和分数是有理数”有所不同. 因为整数也可以看作是分母为 1 的分数, 如果把整数包括在分数范围内, 后一种说法欠妥. 当然, 本章中的分数不包括整数.

(2) 分数与有限小数和无限循环小数可以互化, 但并非所有小数都能表示成分数, 例如无限不循环小数 π .

(3) 0 既不是正数也不是负数, 但它是整数.

例 1 下列说法正确的是()

- A. 正整数、正分数、0 统称为有理数
- B. 正整数、负整数统称为整数
- C. 整数、分数统称为有理数
- D. 0 不是整数

【分析】 本题主要考查有理数的概念及其分类. 对于有理数的分类, 要注意不重复、不遗漏. A 遗漏了负数; B 遗漏了 0; 0 是整数, 所以 D 也不对, 故答案为 C.

解: C.

知识点 2

有理数的分类和数集

引入负数后, 对数的认识扩充到有理数范围, 有理数可以按定义和性质符号两种标准来分类.

数集是具有某些共同特征的数的集合.

【解读】(1) 按照有理数的定义为标准分类, 有理数可分为整数和分数, 整数又可分为正整数、0 和负整数; 分数又可分为正分数和负分数.

方法点拨



有理数的概念可以从两个方面理解: 一是整数和分数统称为有理数; 二是有限小数(包括整数)和无限循环小数统称为有理数.

即学即练

1. 下列说法不正确的是

()

- A. 0 是自然数
- B. 自然数都是整数
- C. 整数都是自然数
- D. 分数都是有理数



(2) 按照有理数的性质符号为标准分类, 有理数可分为正有理数、0 和负有理数, 正有理数又可分为正整数和正分数, 负有理数又可分为负整数和负分数.

(3) 集合是指具有某一特征的一类事物的全体, 数集是具有某些共同特征的数的集合.

(4) 一个数集内不能有两个一样的数, 且每个数必须符合数集的特征. 数集既可以用大括号表示, 也可以用椭圆表示.

(5) 集合可分为有限集合和无限集合. 当集合中的元素为有限个时, 该集合就称为有限集合, 如数集 $\{1, 2, 3\}$ 中只有 1, 2, 3 三个元素, 它就是有限集合; 当集合中的元素有无限个时, 如正数集合, 它就叫做无限集合. 无限集合中的元素无法一一写出, 可用“...”代替.

例 2 把下列各数填入相应的集合框内: $-13.5, 2, 0, 0.128, 3.14, +27, -\frac{4}{5}, -15\%, -1\frac{1}{2}, \frac{22}{7}, 26\frac{1}{3}$.

正数集合 { };

负数集合 { };

整数集合 { };

分数集合 { };

非负整数集合 { }.

分析 本题主要考查有理数的分类. 首先要明确每个集合的含义, 如非负整数集合中包括正整数和 0.

解: 正数集合 $\{2, 0.128, 3.14, +27, \frac{22}{7}, 26\frac{1}{3}\}$;

负数集合 $\{-13.5, -\frac{4}{5}, -15\%, -1\frac{1}{2}\}$;

整数集合 $\{2, 0, +27\}$;

分数集合 $\{-13.5, 0.128, 3.14, -\frac{4}{5}, -15\%, -1\frac{1}{2}, \frac{22}{7}, 26\frac{1}{3}\}$;

非负整数集合 $\{2, 0, +27\}$.

知识点 3

数轴

数轴是规定了原点、正方向和单位长度的直线. 原点、正方向和单位长度是数轴的三要素, 原点是数轴上具有特别意义的点, 正方向一般向右, 同一条数轴上的单位长度应当一致. 如图 1.2-2 所示.



方法点拨

在对有理数分类时, 首先要确定分类的标准, 分类标准不同, 其结果也不一样. 分类要按照同一标准, 做到不重不漏.

即学即练

2. (1) 将下列各数填入相应的圈内(如图 1.2-1 所示):

$1, 2\frac{1}{2}, 5, 0, 1.5, +2, -3$.

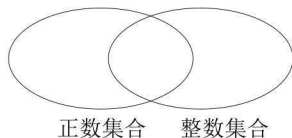


图 1.2-1

(2) 说出这两个圈的重叠部分表示的是什么数的集合.

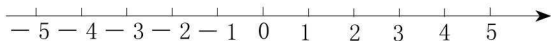


图 1.2-2

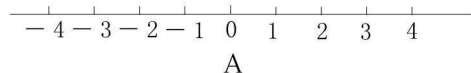
任何一个有理数都可以用数轴上的点表示. 设 a 为正数, 则数轴上表示数 a 的点在原点的右边, 与原点的距离是 a 个单位长度, 表示 $-a$ 的点在原点的左边, 与原点的距离也是 a 个单位长度.

【解读】(1) 数轴是一条直线, 两端不要描点, 以免画成射线或者线段.

(2) 零在数轴上对应的点是原点, 正数在数轴上对应的点在原点的右边, 负数在数轴上对应的点在原点的左边.

(3) 任何有理数都可以用数轴上的点来表示, 但数轴上的点不一定都表示有理数.

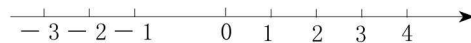
例 3 下列各项中, 所画数轴正确的是()



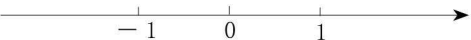
A



B



C



D

分析 A选项没有指明正方向; B选项漏掉了原点; C选项单位长度不统一; D选项具备数轴的三要素, 故D选项正确.

解: D.

知识点 4

相反数

像 2 和 -2 , 5 和 -5 这样, 只有符号不同的两个数叫做互为相反数, 我们把其中的一个数叫做另一个数的相反数.

【解读】(1) 一般情况下, a 和 $-a$ 互为相反数, a 的相反数可以表示为 $-a$, $-a$ 不一定是负数, 它的符号由 a 决定.

(2) 0 的相反数仍然是 0, 它是唯一一个相反数等于本身的数.

(3) 在数轴上分别位于原点的两旁, 到原点的距离相等的两个点所表示的数互为相反数, 如 $+2$ 和 -2 , 这是相反数的几何意义.

(4) 多重符号的化简: 相反数的意义是化简带“ $-$ ”号的多重

方法点拨



判断一条直线是否是数轴, 要看它是否具备三要素, 另外还要看它的单位长度是否一致, 数的标注是否正确等.

即学即练

3. 在数轴上画出表示下列各数的点.

3, -2 , -2.5 , $2\frac{1}{2}$, 0, 0.5.

方法点拨



准确地理解相反数的概念, 只有符号不同是指除了符号, 其余均相同.