

JIAOCAIJIEDU

教材 解读

源于教材 高于教材

数学

八年级下册 湘教版

8



湖南教育出版社

JIAOCAIJIEDU

教材 解读

源于教材 高于教材

数学 八年级下册 湘教版



湖南教育出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

教材解读. 数学八年级. 下册: 湘教版 / 《教材解读》编写组编. — 长沙: 湖南教育出版社, 2016. 1
ISBN 978-7-5539-3510-2

I. ①教… II. ①教… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 000232 号

教材解读 数 学

八年级下册 (湘教版)
《教材解读》编写组 编

责任编辑: 邹伟华

出版发行: 湖南教育出版社出版发行 (长沙市韶山北路 443 号)

网 址: <http://www.hnepb.com>

电子邮箱: hnjycbs@sina.com 微信号: 多点学习

客 服: 电话 0731-85486979

总 经 销: 湖南省新华书店经销

印刷装订: 益阳市顺鑫印务有限公司印制

开 本: 787×1092mm 1/16

印 张: 8

字 数: 160 千字

版 次: 2016 年 1 月第 1 版 2016 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5539-3510-2

定 价: 18.80 元

(本书若有印刷、装订错误, 可向承印厂调换)

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点：

1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了课文讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

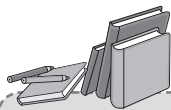
3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

4. 体例实

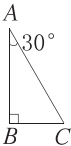
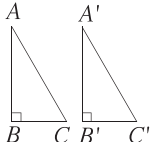
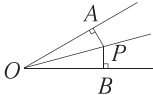
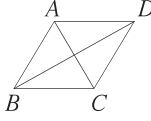
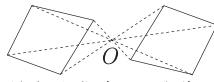
结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。



知识背囊

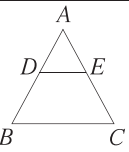
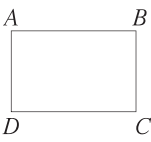
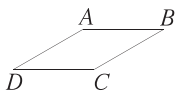
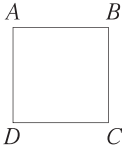
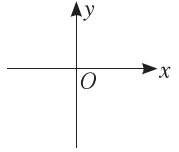
本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内容	举例	名师点拨
1. 直角三角形的性质定理	在直角三角形中，如果一个锐角等于 30° ，那么它所对的直角边等于斜边的一半	 $\angle A = 30^\circ,$ $BC = \frac{1}{2}AC$	该性质定理只能用于直角三角形，由角的关系可以转化为边的关系
2. 勾股定理	直角三角形的直角边 a ， b 的平方和，等于斜边 c 的平方	$a^2 + b^2 = c^2$	已知直角三角形任意两边长，可求出第三边的长
3. 斜边、直角边定理	斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等	 <p>在$\text{Rt}\triangle ABC$和$\text{Rt}\triangle A'B'C'$中，$AB=A'B'$， $AC=A'C'$，则$\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle A'B'C'$</p>	直角三角形全等的判定方法共有5种：SAS，ASA，AAS，SSS，HL
4. 角平分线的性质定理和判定定理	角平分线上的点到角两边的距离相等；角的内部到角的两边距离相等的点在这个角的平分线上	 <p>如图，若点P在$\angle AOB$的平分线上， $PA \perp OA$，$PB \perp OB$，则$PA=PB$；若$PA=PB$，$PA \perp OA$，$PB \perp OB$，则点P在$\angle AOB$的平分线上</p>	角平分线的性质定理可以用来证明线段相等或角相等；证明某点在角平分线上时，三个条件（两距离，一相等）缺一不可
5. 多边形的内角和与外角和	多边形的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ；多边形的外角和等于 360°	六边形的内角和为 720° ，外角和为 360°	由已知边数可求内角和，反之已知内角和可列方程求边数
6. 平行四边形	平行四边形对边平行且相等；平行四边形对角线互相平分，平行四边形两组对角相等	 <p>如图，在$\square ABCD$中，$AB \parallel DC$， $AD \parallel BC$，AC和BD互相平分，$\angle A = \angle C$，$\angle B = \angle D$</p>	平行四边形邻边之和等于平行四边形周长的一半
7. 中心对称	成中心对称的两个图形中，对应点的连线经过对称中心，且被对称中心平分；成中心对称的图形是全等图形	 <p>如图，两图形成中心对称，点O是对称中心</p>	中心对称的两个图形，对应线段平行且相等



本书必背概念、性质、公式及定理



知识点	内容	举例	名师点拨
8. 中心对称图形	在平面内，如果一个图形绕一个点 O 旋转 180° ，所得到的像与原来的图形互相重合，那么这个图形叫作中心对称图形， O 点叫作对称中心	圆、正方形等都是中心对称图形	必须满足三点：①中心对称图形是一个图形；②中心对称图形围绕一点旋转 180° ；③旋转后的图形与原来的图形重合
9. 三角形的中位线	连接三角形两边中点的线段叫作三角形的中位线；三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半	 <p>DE是$\triangle ABC$的中位线，$DE \parallel BC$，$DE = \frac{1}{2}BC$</p>	中位线在证明线段相等、平行和求线段长度时有重要作用
10. 矩形	有一个角是直角的平行四边形叫作矩形 矩形的性质：对边平行且相等；四个角都相等；对角线相等且平分；既是轴对称图形又是中心对称图形		矩形是特殊的平行四边形
11. 菱形	一组邻边相等的平行四边形叫作菱形 菱形的性质：对边平行，四边相等；对角相等，邻角互补；对角线互相垂直平分；既是轴对称图形，又是中心对称图形；菱形的面积=底 \times 高=对角线乘积的一半		菱形是特殊的平行四边形，故菱形具备所有平行四边形的性质，且有比平行四边形更特殊的性质
12. 正方形	一组邻边相等的矩形叫作正方形 正方形的性质：四边相等、邻边垂直、对边平行；四个角都是直角；对角线相等，互相垂直平分，每条对角线平分一组对角；既是轴对称图形又是中心对称图形		正方形不仅是特殊的平行四边形，而且是特殊的矩形，还是特殊的菱形
13. 平面直角坐标系	两条互相垂直的数轴，一条叫横轴，一条叫纵轴，它们的交点 O 为这两条数轴的原点，横轴向右为正方向，纵轴向上为正方向，这样建立的两条数轴构成平面直角坐标系，记作 Oxy		两坐标的交点为平面直角坐标系的原点，建立的坐标系的平面叫坐标平面



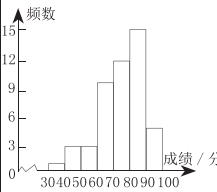
本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内容	举例	名师点拨
14. 点的坐标	对于坐标平面内任意一点 P ，过点 P 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足在 x 轴、 y 轴上对应的数分别为 a 、 b 。 a 、 b 分别叫作点 P 的横坐标、纵坐标，有序实数对 (a, b) 叫作点 P 的坐标	<p>点P的坐标为$(2, 3)$</p>	坐标平面内的点的坐标是有序实数对
15. 象限	在平面直角坐标系中，两条坐标轴（即横轴和纵轴）把平面成四个区域，我们把这四个区域分别称为第一、二、三、四象限		四个象限的符号特征分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限 $(-, +)$ ；第三象限 $(-, -)$ ；第四象限 $(+, -)$
16. 轴对称坐标的表示	点 $A(a, b)$ 关于 x 轴对称的坐标是 $A_1(a, -b)$ ；关于 y 轴对称的坐标是 $A_2(-a, b)$ ；关于原点对称的坐标是 $A_3(-a, -b)$	点 $(3, 4)$ 关于 x 轴对称的坐标是 $(3, -4)$ ；关于 y 轴对称的坐标是 $(-3, 4)$ ；关于原点对称的坐标是 $(-3, -4)$	根据点的轴对称变换可得出图形的轴对称变换
17. 平移的坐标表示	一般地，在平面直角坐标系中，将点 (a, b) 向右或向左平移 k 个单位，其像的坐标为 $(a+k, b)$ 或 $(a-k, b)$ ；将点 (a, b) 向上或向下平移 k 个单位，其像的坐标为 $(a, b+k)$ 或 $(a, b-k)$	点 $(3, 4)$ 向右平移一个单位为 $(4, 4)$ ；向上平移一个单位为 $(3, 5)$	平移后，对应点所连线段平行或在一条直线上且相等；对应线段平行且相等；对应角相等；平移只改变图形的位置，不改变图形的形状和大小
18. 与坐标有关的距离	点 $P(a, b)$ 到 x 轴的距离为 $ b $ ，到 y 轴的距离为 $ a $ ，到原点的距离为 $OP = \sqrt{a^2 + b^2}$ （由勾股定理可得）	点 $(3, 4)$ 到 x 轴的距离为4；到 y 轴的距离为3，到原点 O 的距离为5	两点间的距离公式本质上是对勾股定理的运用，其基本方法是构造直角三角形



本书必背概念、性质、公式及定理



知识点	内容	举例	名师点拨
19. 函数	一般地，如果变量 y 随变量 x 而变化，并且对于 x 每取一个值， y 都有唯一的一个值与它对应，那么称 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$ ，这时把 x 叫作自变量， y 叫作因变量	在函数 $y=5x+4$ 中， x 是自变量， y 是因变量，4是常量	在某一变化过程中，取值会发生变化的量称为自变量，取值固定不变的量称为常量（或常数）
20. 一次函数	如果函数关系式是关于自变量的一次式，那么这样的函数称为一次函数，它的一般形式是 $y=kx+b$ （ k, b 为常数， $k \neq 0$ ）. 特别地，当 $b=0$ 时，一次函数 $y=kx$ （ k 为常数， $k \neq 0$ ）也叫作正比例函数，其中 k 叫作比例系数	$y=5x+4$ 是一次函数； $y=x$ 是正比例函数	一次函数的自变量的取值范围是全体实数，但从实际问题中归纳出的一次函数，它的自变量的范围往往有一定的限制
21. 频数	频数表示每个对象出现的次数，频数的实质是某一数据在整个实验过程中出现的次数	已知有一组数：6 6 8 9 7 5 4 3，其中数字“6”的频数是2	所有对象的频数和等于频数总数
22. 频率	频率就是每个对象出现的频数与数据总数的比值，即频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总数}}$	已知有一组数：6 6 8 9 7 5 4 3，其中数字“6”的频率0.25	所有对象的频率之和为1
23. 频数直方图	为了直观地表示一组数据的分布情况，可以以频数分布表为基础，绘制频数分布直方图（简称直方图），它是条形统计图的一种. 频数直方图中各部分的意义如下：横轴表示分组的情况；纵轴表示频数；条形图是主体部分，每一条是立于横轴之上的一个矩形，底边之长即这组的组距，矩形的高为对应的频数	 <p>如图，该频数直方图以10为组距，分为7组，反映了成绩在30~100分的各组的学生人数的情况</p>	频数直方图中矩形高度或面积的变化就反映了频数在各组中的分布情况



▼ 第1章 直角三角形

- 1.1 直角三角形的性质和判定 (I) /1
- 1.2 直角三角形的性质和判定 (II) /8
- 1.3 直角三角形全等的判定 /12
- 1.4 角平分线的性质 /16
- 第1章复习 /20
- 第1章检测 /21

▼ 第2章 四边形

- 2.1 多边形 /23
- 2.2 平行四边形 /28
- 2.3 中心对称和中心对称图形 /35
- 2.4 三角形的中位线 /40
- 2.5 矩形 /44
- 2.6 菱形 /49
- 2.7 正方形 /54
- 第2章复习 /60
- 第2章检测 /61

▼ 第3章 图形与坐标

- 3.1 平面直角坐标系 /63

- 3.2 简单图形的坐标表示 /70
- 3.3 轴对称和平移的坐标表示 /73
- 第3章复习 /77
- 第3章检测 /78

▼ 第4章 一次函数

- 4.1 函数和它的表示法 /80
- 4.2 一次函数 /87
- 4.3 一次函数的图象 /91
- 4.4 用待定系数法确定一次函数表达式 /96
- 4.5 一次函数的应用 /99
- 第4章复习 /103
- 第4章检测 /104

▼ 第5章 数据的频数分布

- 5.1 频数与频率 /106
- 5.2 频数直方图 /110
- 第5章复习 /113
- 第5章检测 /114
- 期末检测 /116

第一章



直角三角形

帕斯卡是法国著名的数学家、物理学家、哲学家和散文家。帕斯卡小的时候，父亲希望他好好研究文学，从而将家里所有的数学书都藏了起来。父亲的这一做法反而引起了帕斯卡对数学的兴趣，他开始偷偷研究数学。有一天他问父亲什么是几何，父亲很简单地回答说：“几何就是画图时能帮助人作出正确又美观的图。”于是帕斯卡开始在地上画图。12岁时，帕斯卡告诉父亲说：“三角形内角和总是 180° 。”父亲听了以后激动不已，搬出自己所有的数学书给帕斯卡看。在其父精心教导下，帕斯卡很小时就精通欧几里得几何，他自己独立地发现了欧几里得前 32 条定理，而且顺序也完全正确。后来通过不断地自学研究，帕斯卡成了非常有成就的数学家、物理学家和哲学家。

那么，你怎么来证明三角形的内角和是 180° 吗？

参考答案 长方形的四个角都是直角，长方形的四个角的和一定是 360° 。把长方形沿对角线一分为二，就变成两个直角三角形，每个直角三角形的内角和就是 $360^\circ \div 2 = 180^\circ$ 。

任意一个直角三角形都可以看做是由长方形剪开的，所以任意直角三角形的内角和一定是 180° ，任何一个锐角三角形都可以沿高分成两个直角三角形，两个直角三角形的和 $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ ，而其中有两个直角拼在一起成了一条直线，所以真正作为锐角三角形的三个内角的和就是 $360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$ 。同样的道理可以说明钝角三角形内角和也是 180° 。

1.1

直角三角形的性质和判定 (I)



知识详解

知识点 1

直角三角形的性质定理 1 和判定定理

性质 1: 直角三角形的两个锐角互余。

判定定理: 有两个角互余的三角形是直角三角形。用几何语言表示: 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 那么 $\triangle ABC$ 为直角三角形。

【解读】 两锐角互余, 既是直角三角形的判定条件, 也是直角三角形关于角的性质。

例 1 如图 1.1-1 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 2 \angle ACB$, $\angle ACD =$

要点提示

直角三角形是由一个直角和两个锐角组成的, 是一个特殊的三角形。

150°,那么△ABC是()

- A. 锐角三角形
- B. 直角三角形
- C. 钝角三角形
- D. 不能确定

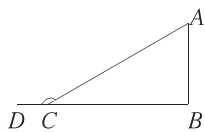


图1.1-1

分析 由已知可得: $\angle ACD = 150^\circ$, $\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$, $\therefore \angle A = 2\angle ACB = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$, 故选B.

解:B.

知识点 2

直角三角形的性质定理 2

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

【解读】(1) 此性质应用的前提条件是在直角三角形中,而在非直角三角形中,一边上的中线不等于这边的一半.

(2) 此性质用几何语言表达:如图 1.1-3,在Rt△ABC中,D为斜边AB的中点,则 $CD = \frac{1}{2}AB$.

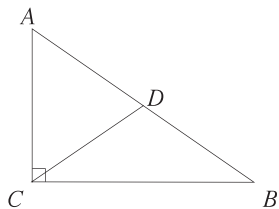


图 1.1-3

例 2 如图 1.1-4,在△ABC中, $\angle ACB = 90^\circ$,D是AB边的中点, $\angle CDA = 130^\circ$,则 $\angle B =$ _____, $\angle A =$ _____.

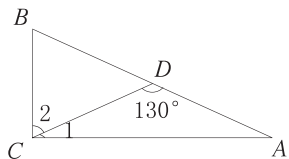


图 1.1-4

分析 $\because D$ 为Rt△ABC中斜边AB的中点, $\therefore CD = \frac{1}{2}AB = BD = DA$, $\therefore \angle B = \angle 2$, $\angle A = \angle 1$. 又 $\because \angle CDA = 130^\circ$, $\therefore \angle B = 65^\circ$. 故 $\angle A = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$.

解:65° 25°

即学即练

1. 如图 1.1-2 所示,在 Rt△ABC 中, $DE \perp AC$ 于点 E, $AD \perp BC$ 于点 D, 试找出图中与 $\angle B$ 相等的角.

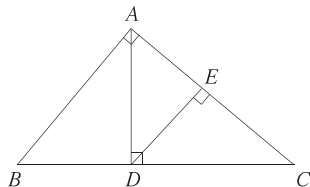


图1.1-2

即学即练

2. 如图 1.1-5 所示,在四边形 ABCD 中, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, M 为 AC 的中点. 求证 $BM = DM$.

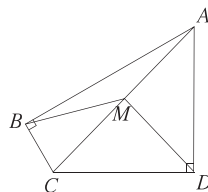


图1.1-5

知识点 3

直角三角形的性质定理 3

直角三角形中,如果一个锐角等于 30° ,那么它所对的直角边等于斜边的一半.

【解读】用几何语言表示:如图 1.1-6,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 则 $AC = \frac{1}{2}AB$ (或 $AB = 2AC$).

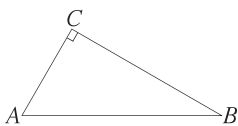


图 1.1-6

例 3 已知直角三角形的一条直角边长为 10 cm, 它所对的角为 60° , 求斜边上的高.

【分析】根据直角三角形的性质定理 3 求解.

解:如图 1.1-7, 过点 C 作 AB 的垂线 CD , 垂足为 D .

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,

$\angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle A = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$\therefore \angle A = 30^\circ, AC = 10 \text{ cm}$,

$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ cm}$.

即斜边上的高为 5 cm.

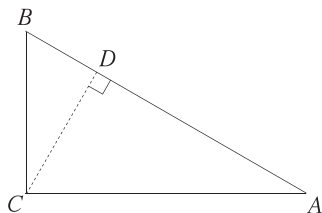


图 1.1-7

知识点 4

直角三角形的性质定理 4

在直角三角形中,如果一条边等于斜边的一半,那么这条直角边所对的角等于 30° .

【解读】在直角三角形中,当斜边上的中线等于较短的直角边的长时,该直角三角形必有一个锐角等于 30° , 另一锐角必为 60° .

例 4 如图 1.1-8, CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中斜边上的高, 将 $\triangle BCD$ 沿 CD 折叠, B 点恰好落在 AB 的中点 E 处, 则 $\angle A$ 的度数为 ()

A. 25° B. 30° C. 45° D. 60°

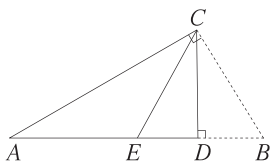


图 1.1-8

即学即练

3. 已知直角三角形的斜边长为 4 cm, 其中一个角为 30° , 求这个角所对应的直角边的长度.

即学即练

4. 三角形的单个内角的度数之比为 $1:2:3$, 最大边长是 8 cm, 则最小的边长是 _____.

分析 由折叠知 $CB = CE$, 又点 E 为斜边 AB 的中点, $\therefore CE = \frac{1}{2}AB$, $\therefore CB = \frac{1}{2}AB$, 故 $\angle A = 30^\circ$.

解: B.

知识点 5 运用直角三角形判断线段的位置关系

判断两条直线的位置关系, 可以利用直角三角形的角之间的特殊关系, 从而计算两条直线的夹角.

【解读】 判定一个三角形是否为直角三角形, 既可以通过这个三角形有一个角是直角来判定(直角三角形的定义), 也可以通过有两个角度数之和为 90° 来判定.

例 5 如图 1.1-9 所示, 线段 AB, CD , 怎样判定这两条线段是否互相垂直呢? 比较小丽和小明的操作方法, 看看谁的正确.

小丽: 延长 AB , 与 CD 相交于点 E , 通过判断 $\angle BED$ 是否为 90° 来确定 AB 与 CD 是否垂直.

小明: 延长 AB , 与 CD 相交于点 E , 连接 AD , 通过判断 $\angle A$ 与 $\angle D$ 是否互余来确定 AB 与 CD 是否垂直.

分析 本题既可以直接用一个角是直角来证明垂直, 同时也可以用两角之间的互余关系来证明垂直.

解: 两人的说法都正确, 小丽的方法是根据垂直的定义得到的, 而小明的方法则是先确定三角形的形状, 再确定直角.

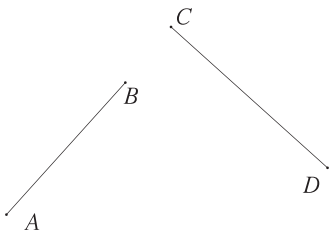


图 1.1-9

即学即练

5. 直角三角形的两锐角平分线相交所成的角的度数为 ()

- A. 45° B. 135°
C. 45° 或 135° D. 都不对

拓展提升

类型一: 直角三角形的性质

例 6 如图 1.1-10 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, BT 是 $\angle ABC$ 的平分线, $BT = 4$, 则 AC 等于 ()

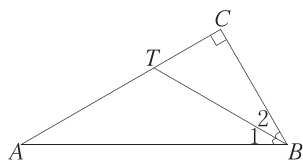


图 1.1-10

即学即练

6. 如图 1.1-11 所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , CE 为斜边 AB 上的中线, 且 $CD = 4$, $CE = 5$, 求 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的面积.

A. 2 cm B. 3 cm C. 5 cm D. 6 cm

分析 由 $\angle A = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, 知 $\angle ABC = 60^\circ$. 由 BT 平分 $\angle ABC$, 知 $\angle 1 = \angle 2 = 30^\circ$. 故在 $\text{Rt} \triangle TBC$ 中, $\angle 1 = 30^\circ$, $\therefore TC = \frac{1}{2}BT = 2$. 而 $\angle A = \angle 2 = 30^\circ$, 故 $AT = BT = 4$, $\therefore AC = AT + TC = 6$, 故选 D.

解: D.

类型二: 直角三角形的判定

例 7 如图 1.1-12 所示, $AB \parallel CD$, $\angle BAC$ 和 $\angle DCA$ 的平分线相交于 H 点, 那么 $\triangle AHC$ 是直角三角形吗? 为什么?

分析 要判断 $\triangle AHC$ 的形状, 首先观察它的三个内角, 其中 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 与已知条件角平分线有关, 而两条角平分线分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle DCA$, 这两个角是同旁内角, 于是联系上已知条件中的 $AB \parallel CD$.

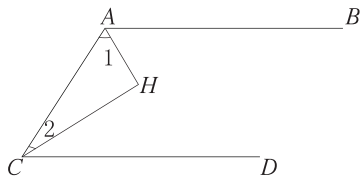


图 1.1-12

解: $\triangle AHC$ 是直角三角形, 理

由如下:

$$\because AB \parallel CD, \therefore \angle BAC + \angle DCA = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle BAC,$$

$$\angle 2 = \frac{1}{2} \angle DCA,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle DCA).$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

$\therefore \triangle AHC$ 是直角三角形.

类型三: 直角三角形性质的应用

例 8 去郊游时, 看见广场有一高塔 CD , 在平地一点 A 测得塔顶 C 的仰角为 15° , 向塔底 D 前进 a m 到 B 点, 再测塔顶 C 的仰角为 30° , 则高塔 CD 的高为多少米? (注: 视线在水平线上方时, 视线与水平线的夹角叫仰角)

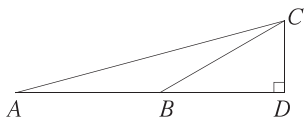


图 1.1-14

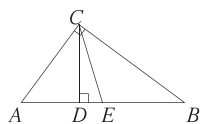


图 1.1-11

即学即练

7. 如图 1.1-13 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 2\angle A$, $AB = 2BC$, 求证 $\angle C = 90^\circ$.

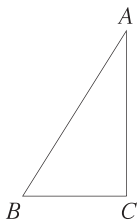


图 1.1-13

即学即练

8. 如图 1.1-15 所示, 一根长为 $2a$ 的木棍 (AB) 斜靠在地面 (OM) 垂直的墙 (ON) 上, 设木棍的中点为 P , 若木棍的 A 端沿墙下滑, 且 B 端沿地面向右滑行.

分析 本题考查直角三角形的性质及实际应用. 要求高塔 CD 的高, 需知 BC 的长. 由 $\angle CBD = 30^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, 可知 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 即 $BC = AB$, 这是解此题的关键.

解: 如图 1.1-14 所示, $\because \angle A = 15^\circ$,

$$\angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CBD - \angle A = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形,

即 $AB = BC = a$ m.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$$\angle CBD = 30^\circ, BC = a \text{ m},$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} a (\text{m})$$

\therefore 塔高为 $\frac{1}{2} a$ m.

(1) 请判断木棍滑动的过程中, 点 P 到 O 的距离是否变化, 并简述理由;

(2) 在木棍滑动的过程中, 当滑动到什么位置时, $\triangle AOB$ 的面积最大? 简述理由, 并求出面积的最大值.

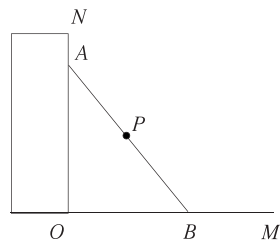


图 1.1-15

我说你讲

直角三角形的性质.



直角三角形中的两个锐角互余, 既是直角三角形的判定条件, 也是直角三角形关于角的性质.

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 此性质定理的逆命题也成立.



在直角三角形中, 如果一个锐角等于 30° , 那么它所对的直角边等于斜边的一半.

在直角三角形中, 如果一条直角边等于斜边的一半, 那么这条直角边所对的角等于 30° .




巩固练习

1. 如图1.1-16所示, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 和 F 分别在 CD 、 BC 上, 且 $BF=CE$, 连接 BE , AF , 相交于点 G , 则下列结论中不正确的是 ()

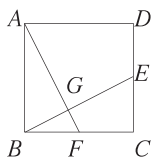


图 1.1-16

- A. $BE=AF$
 B. $\angle DAF=\angle BEC$
 C. $\angle AFB=\angle BEC=90^\circ$
 D. $AG\perp BE$
2. 如图1.1-17所示, $AB=AC$, $BE\perp AC$ 于点 E , D 是 AB 的中点, 且 $DE=BE=\frac{1}{2}AB$, 则 $\angle C$ 的度数是 ()

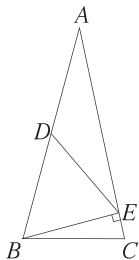


图 1.1-17

- A. 65° B. 70°
 C. 75° D. 80°
3. 如图1.1-18所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 则 $x=$ _____.

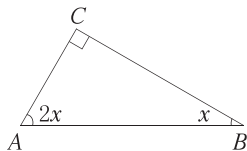


图 1.1-18

4. 若直角三角形斜边为6, 则这个直角三角

形斜边上的中线长为_____.

5. 若等腰三角形一腰上的高等于腰长的一半, 则这个三角形的底角是多少度?

6. 如图1.1-19所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, D 是 AC 的中点, $DE\parallel AB$ 交 BC 于点 E , 则 DE 与 AB 有怎样的数量关系? 并说明理由.

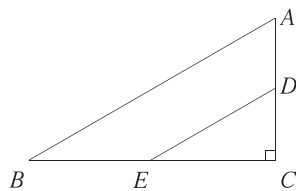


图 1.1-19

7. 如图1.1-20所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD\parallel BC$, $\angle C=60^\circ$, $\angle DBC=60^\circ$, $BC=12\text{ cm}$, 求 AD 的长.

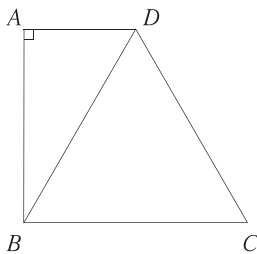


图 1.1-20