

维诺图及其 应用研究

蔡强 李海生 毛典辉 著



中国轻工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

维诺图及其应用研究/蔡强, 李海生, 毛典辉著. —北京:
中国轻工业出版社, 2015.3
ISBN 978-7-5184-0345-5

I. ①维… II. ①蔡… ②李… ③毛… III. ①空间测量
IV. ①P236

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 004243 号

责任编辑: 张文佳 责任终审: 张乃东 封面设计: 锋尚设计
版式设计: 王超男 责任校对: 吴大鹏 责任监印: 张 可

出版发行: 中国轻工业出版社 (北京东长安街 6 号, 邮编: 100740)
印 刷: 北京中献拓方科技发展有限公司
经 销: 各地新华书店
版 次: 2015 年 3 月第 1 版第 1 次印刷
开 本: 720 × 1000 1/16 印张: 12
字 数: 230 千字
书 号: ISBN 978-7-5184-0345-5 定价: 36.00 元
邮购电话: 010-65241695 传真: 65128352
发行电话: 010-85119835 85119793 传真: 85113293
网 址: <http://www.chlip.com.cn>
Email: club@chlip.com.cn
如发现图书残缺请直接与我社邮购联系调换
131492K6X101HBW

内容简介

Voronoi 图是一种常用的非结构网格形式，它可以很好地逼近边界，描述结构复杂的空间。还由于其具有数学基础好，对网格的局部控制能力强等优良特性，近年来受到了众多领域研究人员的关注。本专著力图阐明维诺图（Voronoi Diagram）生成理论及其应用于煤层气藏探测、物流领域路径规划等多个领域，对于相关领域发展具有积极作用。主要内容如下：

（1）对维诺图的生成机理进行研究，与已有算法相比，提出更快更广泛有效的二维限定 Voronoi 网格的生成算法以及改进的 Power 图生成算法。

（2）改进了限定 Voronoi 图生成算法，实现对煤层气试井控制方程的数值求解，并与基于 Delaunay 三角形网格的试井方程求解结果进行比较，证明了限定 Voronoi 图可以更加精确地模拟复杂煤层气藏且能提高试井方程求解速度。

（3）针对流场中渗流体流动的求解，在调研国内外有限体积法（finite volume method, FVM）文献基础上，深入研究了基于 Delaunay 网格的有限体积法和基于 Voronoi 图的有限体积法，提出了一种新的方法 L-FVM（Laplace 空间的 FVM），进行了算法对比，表明计算速度明显提高。

（4）利用 Voronoi 图与 Delaunay 三角网格的对偶图的特性，进一步设计并实现了高质量的空间散乱点集的并行 Voronoi 图算法。随后，引入加密圈，采用几何区域分解策略实现一种改进的二维限定区域的 Delaunay 网格的并行的算法。

（5）设计并实现了基于 Voronoi 图的层次邻近搜索算法。首先划分路网空间，将划分后的子区域映射为高层次上的点，然后进行一次搜索，找到粗粒度空间中的最优解区域集；然后在该区域集上进行二次搜索，利用基于 Voronoi 图的邻近搜索算法来求解起点与终点之间的最优路径。该算法优点是通过空间划分，高层区域搜索，使得路网搜索范围减小，提高算法效率。

本书可供计算几何、地理信息系统、机器人、移动通信、石油地质勘探、物流供应链监控及其相关领域的科研人员及高等学校相关专业师生参考使用。

前言

PREFACE

网格生成技术是研究如何将给定的空间离散为简单几何单元的方法。Voronoi 图是一种常用的非结构网格形式，它可以很好地逼近边界，描述结构复杂的空间。还由于其具有数学基础好，对网格的局部控制能力强等优良特性，近年来受到了众多领域研究人员的关注，在科学计算可视化、石油地质勘探、地理信息系统、气候的变迁、蛛网蜂巢的结构、生物外观轮廓线及中轴、通信基础设施的架设和覆盖、物流供应链监控、医学图像处理等领域有着明显的应用前景。

本书是课题组近 5 年的阶段性研究成果，这里首先要感谢北京航空航天大学机械自动化学院唐荣锡教授和计算机学院杨钦教授给予作者的指导、支持和帮助。感谢北京工商大学计算机与信息工程学院作者所在的课题组李楠副教授、曹健副教授、祝晓斌博士等的支持。感谢课题组李奇、周航、牛丛丛、曾宇航、陈亚、刘亚奇硕士等同学做出的贡献，程白羽硕士生也为成文做出了贡献。尤其感谢北京市自然科学基金委员会的经费支持。本书的出版还得到了中国轻工业出版社李颖的大力支持，这里表示深深感谢！

由于限定 Voronoi 图理论及应用仍处于不断发展和完善阶段，加之成书时间仓促，作者水平有限，书中难免存在不足之处，敬请读者批评并指正。

作 者

2013 年 12 月于北京

目录

CONTENTS

第1章 引论	1
1.1 引言	1
1.2 维诺 (Voronoi) 图基本概念和性质	4
1.3 Voronoi 图生成技术	6
1.4 Voronoi 图的国内研究现状	10
1.5 本书的组织	10
第2章 限定 Voronoi 剖分相关理论	12
2.1 Delaunay 三角化	12
2.2 带权的 Delaunay 三角化和 Power 图	17
2.3 平面限定 Delaunay 三角剖分	21
2.4 限定 Voronoi 图的生成	23
第3章 煤层气数值试井中限定 Voronoi 图的应用	28
3.1 引言	28
3.2 煤层气数值试井	30
3.3 改进的二维 Voronoi 梯形检测带细分算法	34
3.4 基于 Delaunay 三角形网格的试井方程求解	46
3.5 基于限定 Voronoi 图的试井方程求解	49
3.6 算法结果比较	52
第4章 基于 Delaunay 网格的 FVM 和 L-FVM	55
4.1 引言	55
4.2 有限体积法 (Finite Volume Method, FVM) 概述	56
4.3 基于 Delaunay 网格的 FVM	64
4.4 基于 Delaunay 网格的 L-FVM (Laplace 空间的 FVM)	68

4.5 基于 Delaunay 网络的 FVM 与 L-FVM 比较	71
第5章 基于 Voronoi 图的 FVM 和 L-FVM	77
5.1 引言	77
5.2 基于 Voronoi 图的 FVM	78
5.3 基于 Voronoi 图的 L-FVM	81
5.4 基于 Voronoi 图的 FVM 与 L-FVM 比较	81
5.5 基于 Voronoi 图的 FVM 与基于 Delaunay 网络的 FVM 比较	88
第6章 多核 CPU 下二维并行 Delaunay 网络的生成	93
6.1 引言	93
6.2 并行网络生成及其 OpenMP 技术的研究	94
6.3 点集 Delaunay 网络和 Voronoi 图的并行生成	99
6.4 多核 CPU 下二维并行 Delaunay 网络的生成	110
6.5 并行 Delaunay 三角网络的应用	120
第7章 基于 Voronoi 图的最短路径算法	127
7.1 引言	127
7.2 经典的路径规划算法	130
7.3 交通路网建模	136
7.4 道路网络权值的计算——基于灰色均生函数的路阻函数模型	147
7.5 基于 Voronoi 图的最短路径算法	155
参考文献	171

第 1 章

引 论

【内容摘要】本章概述了维诺 (Voronoi) 图的基本概念、发展历史及研究现状, 介绍了相关的基础概念。

1.1 引言

1.1.1 研究背景

网格自动生成技术是研究如何将给定的空间离散为简单几何单元的方法, 最早源于 20 世纪 50 ~ 60 年代的有限元分析。网格单元有矩形/立方体、三角形/四面体和四边形/六面体等多种形式。由于三角形/四面体是单纯形, 具有较好的灵活性, 可以描述结构复杂的空间, 因此, 三角/四面体网格生成技术在许多领域都具有广泛的应用, 并受到了广泛的关注。

由于四面体单元的四个面都是三角形, 因此, 一般将三角网格和四面体网格统称为三角网格, 四面体网格是三维空间的三角网格。

Delaunay 三角/四面体网格是维诺 (Voronoi) 图的对偶, 由俄国数学家 B. Delaunay 于 1934 年提出。与一般的三角/四面体网格相比, Delaunay 三角/四面体网格具有较大的优势, 主要表现在以下两个方面:

(1) Delaunay 三角/四面体网格是一个空间优化结构。在生成点集的三角网格时, 有多种方法将点连成三角形或四面体。但在利用三角网格进行分析计算时, 为了提高计算精度, 往往希望网格单元尽量饱满, 而把点连成 Delaunay 三角形或四面体, 就最能满足这个需求。

(2) Delaunay 三角网格的可操作性较好。Delaunay 三角网格具有严格的数学定义和完备的理论基础, 一般情况下具有唯一性。在对已经生成的 Delaunay

三角网格进行加点、减点操作时,有可靠的理论依据和简单的方法,可以确保得到的新网格仍然是 Delaunay 三角网格。而一般的三角网格则没有这些优点。

1.1.2 研究意义

作为 Delaunay 三角网格的几何对偶图——Voronoi 图是一种重要的空间几何划分,是空间信息的载体,在求解点集或者其他几何对象与距离有关的问题中,具有重要的作用^[1]。它广泛应用于天文、生态、考古、疾病流行与控制、材料、信号编码、石油地质勘探、地理信息系统、气候、蛛网蜂巢的结构、生物外观轮廓线及中轴、通信基础设施的架设和覆盖、物流供应链监控、医学图像处理等自然科学和社会科学的诸多领域,是当前计算几何学科的一个研究热点。

Voronoi 图的早期研究主要源于德国数学家 P. G. Dirichlet 和俄国数学家 G. F. Voronoi 的工作。1850 年,Dirichlet 研究了平面点的领域问题^[2],Voronoi 1908 年将其结果推广到 n 维空间^[3]。B. N. Delaunay 1929 年给出“Dirichlet 区域”(Dirichlet domain)的概念。1932 年“Voronoi 区域”(Voronoi region)概念的提出,标志着 Voronoi 图作为计算几何的一个分支正式诞生。1934 年,B. Delaunay 将 Voronoi 区域相邻的点连接起来得到 Voronoi 图的对偶图——Delaunay 三角网格(图 1-1)。

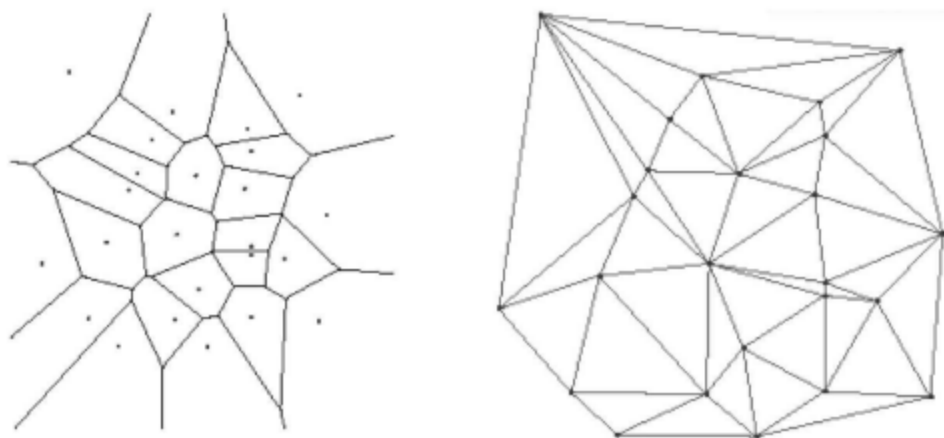


图 1-1 点集对应的 Voronoi 图和 Delaunay 三角网格

Voronoi 图的应用领域非常广泛,在 Voronoi 图明确定义以前,1644 年法国数学家 Descartes (笛卡尔)发表的太阳系及其周边天体的分布图就是一种 Voronoi 图^[4],而且是一种加权 Voronoi 图,如图 1-2 所示。

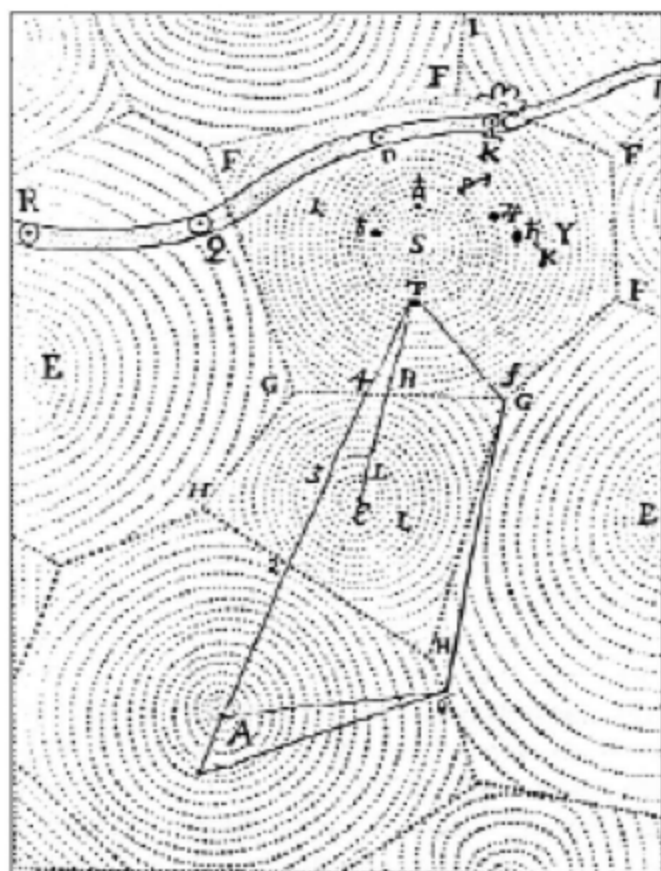


图 1-2 Descartes 的天体分布图

S 表示银河系中的太阳，E 表示星系的其他恒星，RDQ 表示彗星运行的轨迹，多边形区域表示天堂。

1855 年英国霍乱调查委员会 (Cholera Inquiry Committee) 发布的《1854 年秋季 Westminster 的 St. James 教区霍乱爆发的报告》及 John Snow 绘图表示 Broad Street Pump 周围霍乱死亡者的空间分布时都用到了 Voronoi 图，被称为“最著名的 19 世纪的疾病地图”。100 余年后，Voronoi 图在流行病学和地图学上得到了更多的应用^[5~8]。1909 年俄罗斯的 Boldyrev、1920 年美国的 Davis 和 Harding 应用 Voronoi 区域研究某个区域沉积物的储量估计方法；1911 年荷兰气象学家 Thiessen 使用 Voronoi 区域作为辅助工具计算某区域降水平均值^[9]；受 Thiessen 的启发，Horton 在 1917 年开发出了精确的计算程序^[10]；Whitney 在 1929 年将该程序称为“Thiessen 方法”，从此“Thiessen 多边形” (Thiessen polygon) 这个术语广为人知^[11]。应用 Voronoi 图研究结晶生长性质也是早期应

用研究之一, 物理学家 Wigner 和 Seitz 在 1933 年研究了金属钠的化学性质, 用 Voronoi 区域来描述分布在三维空间中一个栅格内的点, 现在称其为“Wigner - Seitz 区域” (Wigner - Seitz regions)^[12]。Venables 和 Ball 在 1971 年确定了 Voronoi 区域和在石墨上生长的氙晶体的“接近捕获区域” (approximate capture zone) 的相似性^[13]。Bogue (1949) 和 Snyder (1962) 研究了美国大城市中心的 Voronoi 多边形, 它被看作是这些中心的实际市场区域^[14,15]。Goodchild 和 Massam (1969) 用 Voronoi 多边形来进行城市里的公共服务设施的定位设计^[16]。20 世纪 90 年代以后, Voronoi 图在地理信息系统中发挥了重要作用^[17]。1965 年 Slepian 应用 Voronoi 图研究信号的发射和接受区域^[18], Conway 和 Sloane 在 1982 年称这种区域为“Voronoi 蜂窝” (Voronoi Honeycomb)^[19]。1965 年 Brown、1966 年 Mead、1967 年 Jack 应用 Voronoi 图研究“植物多边形” (plant polygons)^[20~22], 1985 年 Hoofd 将其拓展到植物组织毛细管区域的研究^[23]。1980 年, Tanemura 和 Hasegawa 根据特定点 (巢穴、栖息地、食物储藏点) 的位置来定义动物的领地^[24]。1992 年和 1996 年 Byers 使用点集的 Voronoi 图作为起点来考察不同种群的树皮甲虫对松树侵害的空间特征^[25,26]。Cunlife (1971)、Renfrew (1979)、Ruggles 和 Church (1996) 等分别应用 Voronoi 图研究了南英格兰的铁器时代、古希腊克里特文明、墨西哥盆地的 Aztec 遗址等早期文明的可能领地结构^[27~29]。除了上述学科领域以外, Voronoi 图还在生物学、化学、流体力学、医学等诸多领域得到广泛应用^[30,31], 最近在艺术方面也开展了应用研究。众多领域的应用有力地推动了 Voronoi 图的研究。

1.2 维诺 (Voronoi) 图基本概念和性质

1.2.1 Voronoi 图的概念

1850 年, Dirichlet^[2] 在研究平面点的邻域问题时, 提出了 Dirichlet 的概念。他指出: 如果平面上 N 个点的点集 $P = \{P_i \mid i=1, \dots, N\}$ 中没有重复的点, 那么, P_i 点的邻域由邻近 P_i 的所有空间中的点组成, 且邻域中的点到达 P_i 的距离小于到达点集中其他点的距离。

1908 年, Voronoi^[3] 将 Dirichlet 的研究成果扩展到高维空间, 因此, Dirichlet 图也被称为 Dirichlet/Voronoi 图, 简称为 Voronoi 图或维诺图。

平面二维空间中 Voronoi 图的定义如下:

设 $d(x, P_i)$ 表示 x 到 P_i 的欧氏距离, 则定义点 P_i 的邻域 V_i 为 $V_i = \{x \in R^d \mid d(x, P_i) < d(x, P_j), j \neq i\}$, Voronoi 图是点集中所有点的邻域的并集 (Union)。这时的 Voronoi 图是一阶 Voronoi 图, 如果将一阶 Voronoi 图推广到高维空间, 那么得到的是高阶 Voronoi 图。例如, 二阶 Voronoi 图是指距离点集 P 中的 2 个点最邻近的点的轨迹。

根据上述定义, 点 P_i 的 Voronoi 多边形称为第 i 个 Voronoi 多边形生长元, 也称为点 P_i 的 Voronoi 多边形的核。同理, 点集 $P = \{P_i \mid i = 1, \dots, N\}$ 称为点集 P 的 Voronoi 多边形生长元集。

如图 1-3 所示, 图中域 $V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6$ 内的任意点到 P_2 点的距离都小于该点到点集中其他点 $P_i (i \neq 2)$ 的距离, 域 $V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6$ 称为 P_2 的邻域, 其边界称为对应于 P_2 点的 Voronoi 多边形的生长点。

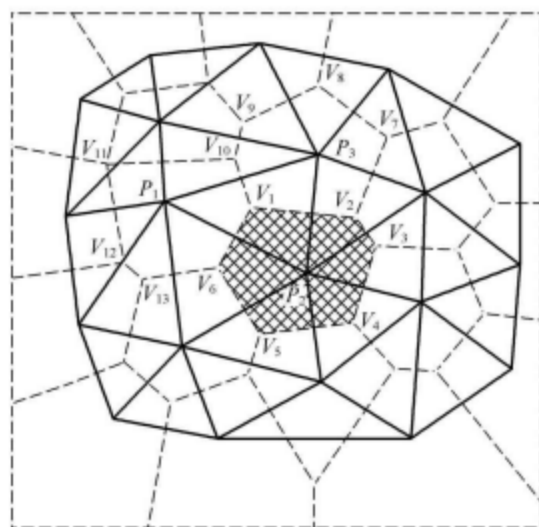


图 1-3 二维情形的 Dirichlet/Voronoi 图

在三维空间中, P_i 的邻域是由 P_i 与其相邻点连线的垂直平分面围成的凸多面体, 称为对应于 P_i 的 Voronoi 多面体, Voronoi 多面体的每个边界面都是垂直平分面的一部分。1970 年 Miles 经过统计研究, 表明三维 Voronoi 多面体边界面个数的数学期望值的上限为 27.07。

1.2.2 Voronoi 图的性质

在二维平面中, 如果点集 P 中无四点共圆, 那么点集 P 的 Voronoi 图有如

下重要特性:

(1) 2 个相邻的 Voronoi 多边形单元的 Voronoi 边是两个单元生长元连线的垂直平分线。

(2) Voronoi 多边形单元是 $n-1$ 个半平面的交集, 是凸集。

(3) 点集 P 的 Voronoi 图中每个顶点恰好为 3 个边的公共顶点, 并且是 3 个 Voronoi 多边形的公共顶点。这 3 个 Voronoi 多边形所对应的点集中的点所连成的三角形称为和这个维诺顶点对应的 Delaunay 三角形, 即 Delaunay 三角形是 Voronoi 多边形的对偶图。

(4) 在点集 P 中, 若 V 是一个 Voronoi 顶点, 则任意 3 个点所确定的圆 C 不包含点集中的其他点。

(5) 包含 N 个点的点集 P 的 Voronoi 多边形至多可有 $2n-5$ 个顶点和 $3n-6$ 条边。

(6) 在点集 P 中, 点 P_i 的每一个最近邻近点确定 Voronoi 多边形的一条边。

(7) 当 P_i 是点集 P 凸包边界上一点时, Voronoi 多边形是无界的。

1.3 Voronoi 图生成技术

本节讨论的是普通 Voronoi 图, 以区别于加权 Voronoi 图、限定 Voronoi 图等概念。

Voronoi 图的应用与其生成算法密切相关, 计算机能够自动生成复杂空间的 Voronoi 图, 对 Voronoi 图的应用有很大影响^[4]。Voronoi 图计算机自动生成方法的研究源于 20 世纪 70 年代: 1975 年 Shamos 和 Hoey 在《IEEE Symposium on Foundation of Computer Science》上联合发表的论文“Closest-point problems”是 Voronoi 图研究的里程碑, 在此之前没有应用计算机自动生成 Voronoi 图, 研究主要是 Voronoi 图的特性及其初步应用。20 世纪 70 年代以后, 随着计算机自动生成 Voronoi 图技术的研究, Voronoi 图的研究进入快速发展阶段, 尤其是地理信息系统的出现, 促进了 Voronoi 图的系统、深入研究。

普通 Voronoi 图的生成算法主要有:

1.3.1 二维点集的 Voronoi 图生成

此处指的是生长元为点集的普通二维 Voronoi 图, 主要有以下 7 种方法^[4,17,34]。

(1) 半平面法 (half plane method)。半平面法是根据 Voronoi 图的定义计算半平面的交集,但由于半平面交集的计算过程中存在计算误差和舍入误差,Rhynsburger (1973) 认为这种算法效率很低,鲁棒性不好,只有理论意义,因此在实际过程中很少采用。Crain (1978)、Boots 和 Murdoch (1983)、Quine 和 Watson (1984) 等将其用于一些特别的模拟场合,目的并不是构造 Voronoi 图,而是生成 Voronoi 多边形的很多例子,以便得到统计数据,比如每个多边形边数的分布。

对于计算效率,主要取决于计算半平面的交集这个过程。最“笨”的方法就是两两求交,计算效率为 $O(n^3)$;如果采用 Preparata 提出的改进方法^[36],计算效率为 $O(n^2 \log n)$ 。

(2) 散步法 (walking method)。如同一个旅行者一样,散步法沿着和 Delaunay 图相关的 Voronoi 图的边,逐次生成 Voronoi 顶点和 Voronoi 边。这是基于 Delaunay 三角剖分和 Voronoi 图的对偶性质。本方法是由于 Lawson 在 1977 年提出这种 Delaunay 三角化的方法后,Brassel、Reif (1979) 和 Cromley、Grogan (1985) 再度提出的。Maus (1984) 利用存储桶 (bucketing) 技术构造了一个平均复杂度为 $O(n)$ 的算法。该算法也未得到广泛使用。

(3) 换边法 (flip method)。换边法类似于 Delaunay 三角剖分中的换边法^[37]。首先对点集的凸包进行初始三角剖分,然后换边得到 Delaunay 三角剖分,从而得到 Voronoi 多边形,最终对偶得到 Voronoi 图。

该方法时间复杂度为 $O(n^2)$,在实际中有不少应用例子。

(4) 增量法 (incremental method)。增量法是 1978 年由 Green 和 Sibson 提出的,在实际应用中是最有效的生成方法。很多学者对其进行了研究,而其数值上健壮的算法由 Sugihara 和 Iri 先后在 1988 年和 1989 年提出的。

该方法先对 2 或 3 个生长点构建简单的 Voronoi 图,随后每次加入 1 个生长点就修改 Voronoi 图,至点集中的所有点全部加入完毕。

算法流程参考图 (图 1-4):

步骤 1: 搜索新加入点 (图中为空心圆表示的 P_i) 最近的生长点 P_i (图中在上部),即原来已经生成的 Voronoi 多边形 $V(P_i)$ 包含了新加入点 P_i 。

步骤 2: 在 $V(P_i)$ 中作 P_i 和 P_i 两点连线的中垂线,找到该中垂线和 Voronoi 多边形 $V(P_i)$ 的 2 条边的交点 (图中为位于右边的 w_1 和位于左边的 w_2),而 w_1 和 w_2 是新得到的 Voronoi 多边形 $V(P_i)$ 的 2 个顶点。

步骤 3: 根据 w_2 找到相应的 $V(P_i)$ 的邻近多边形 $V(P_j)$,然后找到 $V(P_i)$ 中和 w_2 依次相邻的左侧的顶点,直到多边形 $V(P_i)$ 封闭。

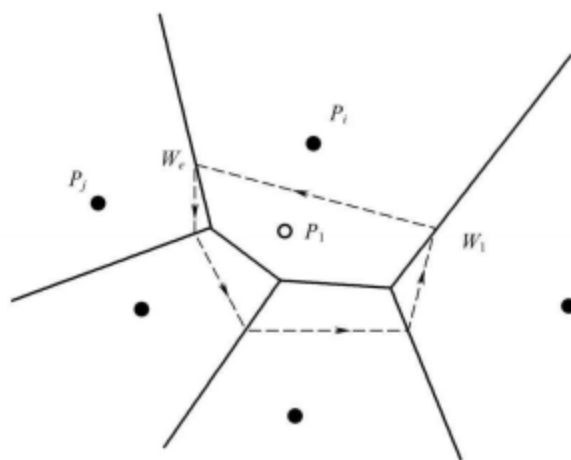


图 1-4 增量法的流程

步骤 4: 修改和 $V(P_i)$ 相邻的所有 Voronoi 多边形。

该方法中, 步骤 1 中搜索最近生长点的算法需要特殊处理, Okabe^[4] 采用的是带存储桶 (bucket) 的四叉树数据结构。

该方法时间复杂度最坏情况是 $O(n^2)$, 平均为 $O(n)$ 。

(5) 分治法 (divide-and-conquer method)。分治法是计算几何中常用的一种方法, 类似于凸壳计算的分治法, 是由 Shamos 和 Hoey 在 1975 年提出的, 而健壮的算法由 Ooishi (1990)、Sugihara 等 (1990)、Ooishi 和 Sugihara (1995) 先后完善。首先将点集分为若干部分, 对每部分生成其局部 (子) Voronoi 图, 最后将所有子 Voronoi 图合并得到整个点集的 Voronoi 图。

分治法的难处在于拼合, 若能很好地解决拼合问题, 在超大规模数据空间的并行处理中将具有很好的发展前景。该方法的时间效率为 $O(n \log n)$ 。

(6) 平面扫描法 (plane sweep method)。平面扫描法是二维平面的一种 Voronoi 生成方法, 也是一种经典的计算几何方法。Fortune 在 1986 年和 1987 年提出将其用于直接生成 Voronoi 图, 所以后人称其为 “Fortune 算法”。算法设置一条垂直的扫描线, 自上而下扫过整个平面, 沿着这条扫描线就生成了 Voronoi 图。该算法最坏情况下的优化复杂度为 $O(n \log n)$ 也未得到广泛使用。

(7) 升维法 (lift-up method)。升维法也是一种经典的计算几何方法^[36], 充分利用了凸壳的性质。Brown (1979; 1980)、Aurenhammer 和 Edelsbrunner (1984)、Buckley (1988) 使用的是平面到球的变换, 而 Edelsbrunner 和 Seidel (1986)、O’ Rourke 等 (1986) 使用的是平面到抛物面的变换。如图 1-5 所示, 将二维平面上的点抬升到三维的抛物面上, 计算抛物面上点集的三维凸

包。处理后再投射回二维平面得到 Voronoi 图。该方法可以扩展到任意维空间。

Okabe^[4]指出,点集 Voronoi 图的生成最坏情况下至少需要 $O(n \log n)$ 的时间,而平均情况下最少需要 $O(n)$ 的时间。Aronov^[19]提出一个猜想:在一个合理的距离函数类集合和一个合理的生长点类集合情况下, R^d 空间中 n 个互不相连的生长点的 Voronoi 图最大复杂度为 $\Theta(n^{d-1})$ ^[38]。

上述 7 种方法可分为 2 类^[4]:一类是直接法,即直接生成 Voronoi 图,如半平面法、增量法、分治法、扫描线法;另一类是间接法,即利用 Voronoi 图的对偶性,先生成 Delaunay 三角形,然后构造 Voronoi 图,如散步法、换边法、升维法。

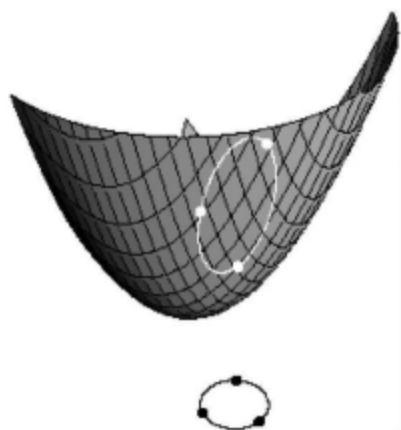


图 1-5 升维法原理

1.3.2 三维点集的 Voronoi 图生成

普通三维 Voronoi 图的生成并不复杂,在没有限定条件的情况下,只要先进行点集的 Delaunay 四面体剖分,然后将共顶点四面体的外心相连,就得到一般的 Voronoi 多面体,(如图 1-6)。

针对点集的 Delaunay 四面体剖分算法相对比较成熟,因此在不计入限定条件的情况下,三维 Voronoi 图的生成相对容易。

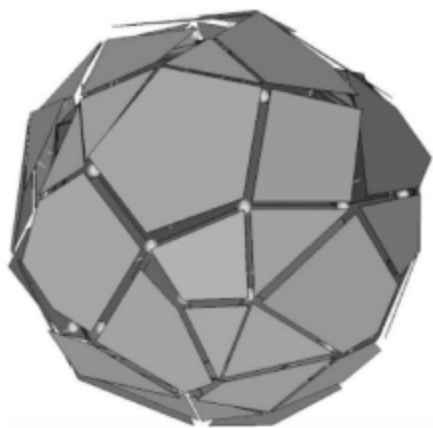


图 1-6 三维点集的 Voronoi 图



图 1-7 线段的 Voronoi 图^[39]

1.3.3 二维线段、域的 Voronoi 图生成

对于线段和域的 Voronoi 图生成也有一些方法,只是此时的 Voronoi 区域不再是多边形, Voronoi 边不一定还是直线段,如图 1-7 所示。生成的方法详见文献^[4,17,34,35,39]。

1.4 Voronoi 图的国内研究现状

近年来,国内对 Voronoi 图的研究比较多,主要研究单位和研究内容有:武汉测绘科技大学,研究重点在 GIS 领域^[17];西南交通大学、石油大学和北京大学,研究空间数据结构^[40~42];北京航空航天大学^[24],研究轮廓加工刀位轨迹生成^[43];上海交通大学,研究机器人装配与移动定位^[44,45];天津大学,研究图像与信号处理^[46];西北工业大学,研究航路规划^[47];山东大学,研究虚拟漫游基础技术^[48]等。另外中国科技大学在晶粒微观结构方面^[49]也有一定研究成果。

但是,目前主要的研究还是关注于点集的 Voronoi 网络剖分。

1.5 本书的组织

本书内容安排如下:

第 1 章,概述了 Voronoi 图的研究背景及研究应用现状,指出 Voronoi 图是当今许多学科研究的基础,指出其研究中存在的问题,引出相关概念。

第 2 章,讲述了 Voronoi 图的基础知识,介绍了其基本概念和基本性质,还介绍了其基本生成方法。另外,介绍了限定 Voronoi 图的对偶形式——限定 Delaunay 三角化的一些知识。

第 3 章,煤层气数值试井中限定 Voronoi 图的应用。在分析已有的煤层气数值试井的解决方案,对已有的 Voronoi 梯形检测带细化算法进行改进;在此基础上提出分别基于 Delaunay 三角形网格和限定 Voronoi 图的试井方程求解方案,并对这 2 个算法进行了对比。

第 4 章,研究 Delaunay 网格在有限体积法 (Finite Volume Method, FVM) 上的应用,分别提出基于 Delaunay 网格的 FVM 和 L-FVM (Laplace 空间的 FVM),并对这 2 者进行了算法对比。

第 5 章,研究 Voronoi 图在有限体积法 (Finite Volume Method, FVM) 上

的应用,分别提出基于 Voronoi 图的 FVM 和 L-FVM (Laplace 空间的 FVM),并将这两者的算法与上一章的算法进行了对比。

第6章,研究点集 Delaunay 网格和 Voronoi 图的并行生成技术,提出多核 CPU 下二维并行 Delaunay 网格的生成算法。

第7章,研究了基于 Voronoi 图的最短路径生成算法。在讨论已有经典的路径规划算法后,研究了交通路网的建模问题。然后提出基于 Voronoi 图的邻近搜索算法和层次邻近搜索算法,提高了算法效率。