全国高考精准备考指南
理科数学

储瑞年 黄仁寿 夏远景 著

湖南教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国高考精准备考指南. 理科数学 / 储瑞年，黄仁寿，夏远景等编著. —长沙：湖南教育出版社，2016.1

ISBN 978-7-5539-3551-5

Ⅰ. ①全… Ⅱ. ①储… ②黄… ③夏… Ⅲ. ①中学数学—高中—升学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 318975 号

全国高考精准备考指南　理科数学

储瑞年　主编

策划编辑：胡　旺

责任编辑：邹楚林　甘　哲　邹伟华

责任校对：崔俊辉　刘　源

出版发行：湖南教育出版社（长沙市韶山北路 443 号）

网　　址：http://www.hneph.com

电子邮箱：hnjycbs@sina.com

微信服务号：多点学习

客　　服：电话 0731-85486979

经　　销：新华书店

印　　刷：湖南天闻新华印务有限公司

开　　本：16 开

印　　张：16.5

字　　数：230 000

版　　次：2016 年 1 月第 1 版　2016 年 1 月第 1 次印刷

书　　号：ISBN 978-7-5539-3551-5

定　　价：35.00 元

目 录 CONTENTS

绪　言……………………………………………………………… 1

第一章　关注试题差异　注重数学实质 ………………………… 3

第一讲　想与算 ……………………………………………… 3

第二讲　深与浅…………………………………………… 10

第三讲　繁与简…………………………………………… 16

第二章　揭示内在联系　构建知识网络………………………… 24

第一讲　函数与导数………………………………………… 24

第二讲　数列与函数………………………………………… 32

第三讲　三角函数与三角变换……………………………… 40

第四讲　平面向量与平面三角……………………………… 46

第五讲　空间图形与平面图形……………………………… 52

第六讲　空间图形与空间向量……………………………… 60

第七讲　直线与圆锥曲线…………………………………… 72

第八讲　解析几何与函数…………………………………… 78

第九讲　解析几何与向量…………………………………… 85

第十讲　统计与概率………………………………………… 91

第三章　注重数学思想　优化思维策略 …………………… 102
第一讲　函数与方程的思想 …………………… 102
第二讲　数形结合的思想 …………………… 109
第三讲　分类与整合的思想 …………………… 115
第四讲　转化与化归的思想 …………………… 121
第五讲　特殊与一般的思想 …………………… 127

第四章　理解能力立意　切实提升水平 …………………… 133
第一讲　空间想象能力 …………………… 133
第二讲　抽象概括能力 …………………… 140
第三讲　推理论证能力 …………………… 146
第四讲　运算求解能力 …………………… 152
第五讲　数据处理能力 …………………… 160
第六讲　应用意识和创新意识 …………………… 168

第五章　关注热点问题　探索思维规律 …………………… 176
第一讲　充分性和必要性问题 …………………… 176
第二讲　存在性和恒成立问题 …………………… 181
第三讲　不变性和不变量问题 …………………… 188
第四讲　猜归型和探索性问题 …………………… 194

2016 年全国高考模拟试卷（一） …………………… 201
2016 年全国高考模拟试卷（二） …………………… 208
2016 年全国高考模拟试卷（三） …………………… 215
参考答案 …………………… 221

绪 言

《国务院关于深化考试招生制度改革的实施意见》提出：2015 年起增加使用全国统一命题试卷的省份。湖南省 2016 年起高考使用“全国卷”，结束长达 12 年的自主命题，备考将迎来新的挑战.

教育部考试中心编定的《普通高等学校招生全国统一考试大纲（课程标准实验稿）》（以下简称《考试大纲》）明确指出：数学科的考试，按照“考查基础知识的同时，注重考查能力”的原则，确立以能力立意命题的指导思想，将知识、能力和素质融为一体，全面检测考生的数学素养. 数学科考试，要发挥数学作为主要基础学科的作用，要考查考生对中学的基础知识、基本技能的掌握程度，要考查考生对数学思想方法和数学本质的理解水平，要考查考生进入高等学校继续学习的潜能.

《考试大纲》明确规定了对数学基础知识、数学思想方法和数学能力，以及应用意识和创新意识的考查的具体要求.

对数学基础知识的考查，特别强调“既要全面又要突出重点；注重学科的内在联系和知识的综合性；从学科的整体高度和思维价值的高度考虑问题，在知识网络的交汇点处设计试题”.

对数学思想方法的考查，特别强调“是对数学知识在更高层次上的抽象和概括的考查”.

对数学能力的考查，特别强调综合性和应用性. “对推理论证能力和抽象概括能力的考查贯穿于全卷；对空间想象能力的考查主要体现在对文字语言、符号语言及图形语言的互相转化上；对运算求解能力的考查主要是对算法和推理的考查，考查以代数运算为主；对数据处理能力的考查主要是考查运用概率统计的基本方法和思想解决实际问题的能力.”

对应用意识的考查，强调要坚持“贴近生活，背景公平，控制难度”的原则.

对创新意识的考查，强调要注重问题的多样化，体现思维的发散性，要有反映数、形运动变化的试题以及研究型、探索型和开放型等类型的试题.

重读《2015 年普通高校招生全国统一考试（湖南卷）数学学科考试说明》，参考 2010—2015 年湖南高考新课程卷的试题，湖南卷与全国卷在试卷结构、考试内容与要求、试题命制等方面有一定的差异，主要表现在知识覆盖与层次要求，知识网络的构建，主干内容的权重，试题的情境设置与设问方式，以及综合性、开放性、探究性的设计等方面.

面对高考的重大改革，如何尽快适应改用全国卷的高考，是摆在湖南全省参加2016年高考的考生和指导高考的老师们面前必须认真思考、寻找有效对策的课题，任务十分迫切. 认真研究《考试大纲》，领悟全国卷命题的指导思想和原则，明确对知识技能、思想方法、数学能力的考查要求是首要之举. 通过对全国卷和湖南卷数学高考试题的案例分析，认识差异，调整复习方案与策略；认真反思，总结经验和教训，克服仅依赖大运动量训练、局限于单纯记忆、机械模仿的复习模式，使复习备考真正纳入科学备考的正确轨道，才能有效提高复习备考的成效，将复习备考提升到一个新的高度.

编写本书力求精准诠释数学学科考试大纲，有效应对数学学科统一高考. 全书共分五章，第一章“关注试题差异　注重数学实质”；第二章“揭示内在联系　构建知识网络”；第三章“注重数学思想　优化思维策略”；第四章“理解能力立意　切实提升水平”；第五章“关注热点问题　探索思维规律”. 采用专题讲解的方式，通过剖析典型试题，细化考查要求，探索应试对策. 在每个专题后面，精选一定数量的巩固练习，以求有助于考生领悟数学高考的命题原则与考查要求，检测复习成效.

第一章　关注试题差异　注重数学实质

重读《2015 年普通高校招生全国统一考试(湖南卷)数学学科考试说明》,参考 2010—2015 年湖南高考新课程卷的试题,湖南卷与全国卷在试卷结构、考试内容与要求、试题命制等方面有一定的差异,主要表现在知识覆盖与层次要求,知识网络的构建,主干内容的权重,试题的情境设置与设问方式,以及综合性、开放性、探究性的设计等方面.认真研究《考试大纲》,领悟全国卷命题的指导思想和原则,有效落实各项规定,克服仅依赖大运动量训练、局限于单纯记忆、机械模仿的复习模式,使复习备考真正纳入科学备考的正确轨道,将复习备考提升到一个新的高度.

第一讲　想与算

数学是一门思维的科学,思维能力是数学学科能力的核心.数学思维能力是以数学知识为素材,通过空间想象、直觉猜想、归纳抽象、符号表示、运算求解、演绎证明和模式构建等诸方面,对客观事物中的空间形式、数量关系和数学模式进行思考和判断,形成和发展理性思维,构成数学能力的主体.多考一点想的,少考一点算的,逐步成为命题的一种趋势.

例 1　如图 1－1－1,网格纸上小正方形的边长为 1,粗实线画出的是某多面体的三视图,则该多面体的各条棱中,最长的棱的长度为(　　)

A. $6\sqrt{2}$　　　　B. 6

C. $4\sqrt{2}$　　　　D. 4

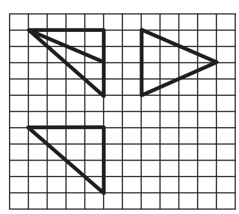


图 1－1－1

▶思路分析

要求最长的棱的长度,先要解决该几何体的形状及特征,根据三视图的定义及“长对正、宽相等、高平齐”的特点,结合该多面体的三视图的形状均为三角形,可判断该几何体为三棱锥(四面体),且长、宽、高均为 4 个单位长度,故可利用三视图定义构造棱长为 4 个单位长度的正方体来研究,利用三种视图的形状在正方体中找到该三棱锥的顶点,即可求得最长的棱

的长度.

【试题简答】

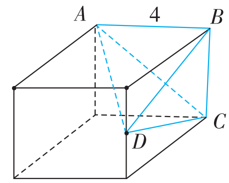


图 1-1-2

如图 1-1-2 所示,将该四面体置于棱长为 4 个单位长度的正方体中研究,该四面体为 $A-BCD$,且 $AB=BC=4$,D 为另一侧棱的中点,易求得 $AC=4\sqrt{2}$,$BD=CD=2\sqrt{5}$,$AD=6$,故最长的棱的长度为 6. 故选 B.

反思

此类题主要考查空间几何体的三视图,要利用三视图研究空间几何体的棱长、表面积、体积,关键在于利用三视图的定义,构造恰当的立方体,再结合三种视图的形状,在构造的立方体中找到该几何体的顶点,从而实现平面图形到空间图形的转化,此类方法也便于挖掘学生的空间想象能力.这与一些地方试题中单一考查三视图或根据三视图求简单几何体的体积、表面积相比,更能考查学生的空间想象能力与转化化归能力,突出对立体几何中核心概念的考查.

【对比试题】

一个几何体的三视图如图 1-1-3 所示(单位:m),则该几何体的体积为________m^3.

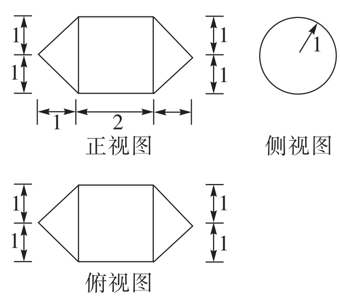


图 1-1-3

【答案】 $\frac{8}{3}\pi$. 单一考查根据三视图求简单几何体的体积. 由三视图可知,该几何体是中间为一个底面半径为 1 m,高为 2 m 的圆柱,两端是底面半径为 1 m,高为 1 m 的圆锥,所以该几何体的体积 $V=1^2\times\pi\times2+2\times\frac{1}{3}\times1^2\times\pi\times1=\frac{8}{3}\pi(m^3)$.

例 2 若 $S_1=\int_1^2 x^2\,dx$,$S_2=\int_1^2\frac{1}{x}\,dx$,$S_3=\int_1^2 e^x\,dx$,则 S_1,S_2,S_3 的大小关系为(　　)

A. $S_1<S_2<S_3$　　B. $S_2<S_1<S_3$

C. $S_2<S_3<S_1$　　D. $S_3<S_2<S_1$

▶ **思路分析一**

求定积分的问题,可利用牛顿-莱布尼茨公式作定量分析,从而比较 S_1,S_2,S_3 的大小.

【试题简答一】

利用牛顿-莱布尼茨公式有:$S_1=\int_1^2 x^2\,dx=\left.\frac{x^3}{3}\right|_1^2=\frac{7}{3}$, $S_2=\int_1^2\frac{1}{x}\,dx=\ln x\Big|_1^2=\ln 2$, $S_3=\int_1^2 e^x\,dx=e^x\Big|_1^2=e(e-1)$, $\ln 2<\ln e=1$, $\frac{7}{3}<2.5<e(e-1)\Rightarrow S_2<S_1<S_3$. 故选 B.

思路分析二

要比较 S_1，S_2，S_3 的大小，除了利用牛顿-莱布尼茨公式作定量分析，也可以利用定积分的几何意义作定性分析，转化为曲边梯形的面积，再结合图形，从而比较 S_1，S_2，S_3 的大小.

【试题简答二】

利用定积分的几何意义，将定积分 S_1，S_2，S_3 转化为曲边梯形的面积，如图 1－1－4 所示，观察三个曲边梯形的面积可得 $S_2<S_1<S_3$. 故选 B.

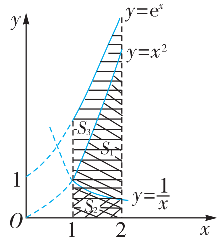


图 1－1－4

反思

此类题要比较 S_1，S_2，S_3 的大小，可利用思路一作定量分析，分别计算出 S_1，S_2，S_3 的值，再比较 S_1，S_2，S_3 的大小；也可利用定积分的几何意义作定性分析，将定积分 S_1，S_2，S_3 转化为曲边梯形的面积，画出图形后根据曲边梯形的面积比较 S_1，S_2，S_3 的大小；既考查定积分的计算与几何意义，还能涉及学生对函数图像的理解以及数形结合思想的运用，这跟一些地方试题相比，知识的覆盖更广，解决的方法更多样，考查的能力也更为全面. 定量分析法与定性分析法是数学思维中的基本方法，也是解决此类问题的常用方法.

【对比试题】

若 $\int_0^T x^2\,\mathrm{d}x=9$，则常数 T 的值为__________.

【答案】 3. 单一考查定积分的计算.

利用牛顿-莱布尼茨公式有：$\int_0^T x^2\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3\Big|_0^T=\frac{1}{3}T^3=9$，则 $T=3$.

例 3　已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x>3^x$；命题 q：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^3=1-x^2$，则下列命题中为真命题的是（　　）

A. $p\wedge q$　　B. $\neg p\wedge q$　　C. $p\wedge\neg q$　　D. $\neg p\wedge\neg q$

思路分析

本题涉及全称命题、特称命题的真假判断，要判断一个全称命题为假命题，可以代入恰当的特殊值说明命题不成立，也可以根据命题的特征，如本题中涉及的不等式、方程是否成立的问题，可利用函数、方程、不等式之间的相互转化，借助函数图像来判断；而要判断一个特称命题为真命题，同样可代入恰当的特殊值说明命题成立，也可以根据命题的特征，借助函数图像来判断. 而复合命题 $p\wedge q$ 当且仅当 p，q 同真时才为真，复合命题 $p\vee q$ 当且仅当 p，q 至少有一个为真时为真.

【试题简答】

解法一：令 $x=0\Rightarrow 2^x=3^x=1$，则 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x>3^x$ 为假命题.

解法二：结合指数函数 $y=2^x$ 与 $y=3^x$ 的图像，可知当 $x>0$ 时，$2^x<3^x$，则 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$2^x>3^x$ 为假命题.

如图 1－1－5，函数 $y=x^3$ 与 $y=1-x^2$ 的图像有交点，即方程 $x^3=1-x^2$ 有解，则 q：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^3=1-x^2$ 为真. 故 $\neg p\wedge q$ 为真命题，选 B.

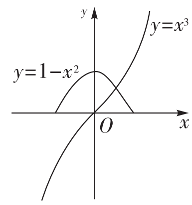


图 1－1－5

反思

此题考查了全称命题、特称命题以及复合命题 $p\wedge q$ 的真假判断方法，而分析命题的特征，利用函数思想将不等式问题转化为函数图像的问题，利用函数与方程思想将方程的根转化为函数图像的交点的方法，是一种非常重要的策略，体现了函数、方程、不等式三者之间的紧密联系，彰显函数与方程思想、数形结合思想的魅力. 这与很多地方试题中单一考查两种命题或几类命题间的关系相比，更能反映学生在数学知识交汇方面的处理能力，凸显了数学学习的实质.

【对比试题】

已知命题 p：若 $x>y$，则 $-x<-y$；命题 q：若 $x<y$，则 $x^2>y^2$.

在命题①$p\wedge q$；②$p\vee q$；③$p\wedge\neg q$；④$\neg p\vee q$ 中，真命题是（　　）

A. ①③　　B. ①④　　C. ②③　　D. ②④

【答案】C. 单一考查复合命题 $p\wedge q$，$p\vee q$，$\neg p$ 的真假判断.

利用不等式的性质可得命题 p 为真命题，命题 q 为假命题，故②③为真命题.

例 4　图 1－1－6 所示的程序框图，如果输入的 $t=0.01$，则输出的 $n=$（　　）

A. 5　　B. 6

C. 7　　D. 8

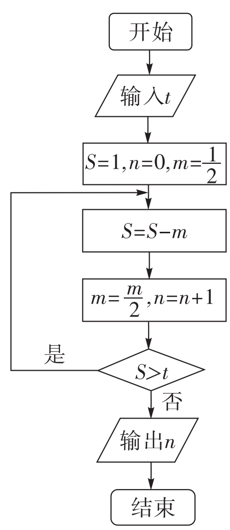


图 1－1－6

▶思路分析一

读程序框图，逐次执行循环体并写出循环过程，直到循环结束，即得输出答案.

【试题简答一】

逐次写出循环过程：

$S=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，$m=\frac{1}{4}$，$n=1$，$S>0.01$；

$S=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$，$m=\frac{1}{8}$，$n=2$，$S>0.01$；

$S=\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}, m=\frac{1}{16}, n=3, S>0.01$；

$S=\frac{1}{8}-\frac{1}{16}=\frac{1}{16}, m=\frac{1}{32}, n=4, S>0.01$；

$S=\frac{1}{16}-\frac{1}{32}=\frac{1}{32}, m=\frac{1}{64}, n=5, S>0.01$；

$S=\frac{1}{32}-\frac{1}{64}=\frac{1}{64}, m=\frac{1}{128}, n=6, S>0.01$；

$S=\frac{1}{64}-\frac{1}{128}=\frac{1}{128}, m=\frac{1}{256}, n=7, S<0.01$，循环结束. 故输出的 n 值为 7. 故选 C.

▶思路分析二

语句“$S=S-m$”的本质体现为数列求和，可以将其转化为数列知识求解.

【试题简答二】

该框图所涉及的算法为求 $S=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\cdots-\frac{1}{2^n}$ 的值，

当 $S=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\cdots-\frac{1}{2^7}$ 时，$S=\frac{1}{128}<0.01$，此时 $n=7$. 故选 C.

反思

本题主要考查对程序框图及算法的理解，既可反复执行循环体，写出循环过程，也可利用程序框图中的算法，结合循环体与计数变量、控制条件转化为数列问题得到答案，让不同层次的考生得到不同的体验. 这与一些地方试题中要求学生读、写程序或程序框图相比，更能考查算法的实质，既考查了基本知识，又彰显了数学的魅力.

【对比试题】

设 a 是一个各位数字都不是 0 且没有重复数字的三位数. 将组成 a 的 3 个数字按从小到大排成的三位数记为 $I(a)$，按从大到小排成的三位数记为 $D(a)$（例如 $a=815$，则 $I(a)=158$，$D(a)=851$）. 阅读如图 1－1－7 所示的程序框图，运行相应的程序，任意输入一个 a，输出的结果 $b=$__________.

【答案】495.

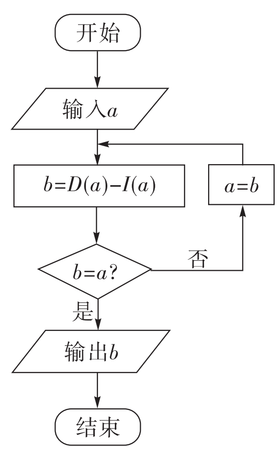


图 1－1－7

例 5　记不等式组 $\begin{cases} x\geqslant 0, \\ x+3y\geqslant 4, \\ 3x+y\leqslant 4 \end{cases}$ 所表示的平面区域为 D. 若直线

$y=a(x+1)$与 D 有公共点，则 a 的取值范围是__________.

▶思路分析

解决线性规划的问题，首先要理解二元一次不等式的几何意义，画出二元一次不等式组所表示的平面区域，而题中要求 a 的取值范围，关键在于理解含参数的二元一次方程中参数的几何意义，再结合图形即可解决问题.

【试题简答】

作出题中不等式组所表示的可行域如图 1－1－8 中阴影部分所示.

因为直线 $y=a(x+1)$过定点 $C(-1,0)$，表示绕定点 $C(-1,0)$旋转的直线，由图并结合题意可知 $k_{BC}=\frac{1}{2}$，$k_{AC}=4$，

所以要使直线 $y=a(x+1)$与平面区域 D 有公共点，则 $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 4$.

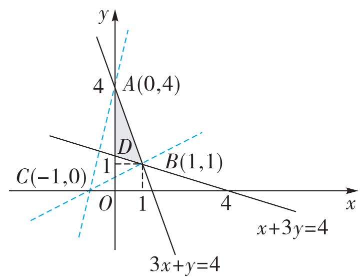


图 1－1－8

反思

本题考查的是线性规划问题. 二元一次不等式组表示的图形是平面区域，考查对二元一次不等式几何意义的理解，动直线 $y=a(x+1)$恒过定点 $C(-1,0)$，可表示绕定点 $C(-1,0)$旋转的直线，考查的是对直线方程点斜式的理解，利用图形来解决是研究此类问题的重要方法. 这跟一些地方试题中过多引入参数或者复杂的目标函数，甚至考查非线性规划问题相比，夯实了基本知识的考查，轻巧自然地汇合了相关知识，引人思考又不偏离方向.

【对比试题】

已知 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-y-1\leqslant 0,\\2x-y-3\geqslant 0,\end{cases}$当目标函数 $z=ax+by(a>0,b>0)$在该约束条件下取到最小值 $2\sqrt{5}$时，a^2+b^2 的最小值为（　　）

A. 5　　B. 4　　C. $\sqrt{5}$　　D. 2

【答案】B.

例 6　若函数 $f(x)=(1-x^2)(x^2+ax+b)$的图像关于直线 $x=-2$ 对称，则 $f(x)$的最大值是__________.

▶思路分析一

由函数 $f(x)$的图像关于直线 $x=-2$ 对称，有 $f(-2+x)=f(-2-x)$，则 $f(x-2)$为

偶函数，进而可利用特值法或者未知数的奇次方的系数为 0，迅速求出 a,b，再利用导数研究函数的单调性与最值即可求得 $f(x)$的最大值.

【试题简答一】

依题意，$f(x)$的图像关于直线 $x=-2$ 对称，有 $f(-2+x)=f(-2-x)$，则 $f(x-2)$为偶函数，于是 $f(x-2)=(-x^2+4x-3)(x^2+(a-4)x+4-2a+b)$的展开式中 x^3 的系数 $8-a=0$，得 $a=8$；x 的系数为 $28+4b-11a=0$，得 $b=15$. 则 $f'(x)=-4x^3-24x^2-28x+8=-4(x+2)(x^2+4x-1)=0$，得 $x_1=-2+\sqrt{5}$，$x_2=-2-\sqrt{5}$处有最大值，代入 $f(x)$求得最大值为 16.

▶思路分析二

依题意，$f(x)$的图像关于直线 $x=-2$ 对称，令 $f(x)=0$，有 $x=1$ 或 $x=-1$，利用对称性可知，$x=-3$，$x=-5$ 也是方程 $f(x)=0$ 的根，这样就将四次方程的问题转化为二次方程的问题，利用韦达定理可迅速求出 a,b，再将 4 个因式恰当组合，可将函数 $f(x)$视为两个二次函数复合而成，设法寻找中间变量 t，使 t 为 x 的二次函数，y 又是 t 的二次函数，就可以用二次函数的知识和方法解决问题，从而避免了需对三次导函数进行分析的麻烦，真正实现“多想少算”.

【试题简答二】

依题意，$f(x)$的图像关于直线 $x=-2$ 对称，令 $f(x)=0$，有 $x=1$ 或 $x=-1$，利用对称性可知，$x=-3$，$x=-5$ 也是方程 $f(x)=0$ 的根，则 $x^2+ax+b=0$ 有两根 $x=-3$，$x=-5$. 于是利用韦达定理有 $a=8$，$b=15$，则 $f(x)=-(x+1)(x-1)(x+5)(x+3)$，整理得 $y=f(x)=-(x^2+4x-5)(x^2+4x+3)$. 令 $t=x^2+4x$，则 $y=-(t-5)(t+3)=-t^2+2t+15=-(t-1)^2+16$. 由 $t=x^2+4x\geqslant -4$，可知：当 $t=1$ 时，$y=f(x)$有最大值为 16.

反思

本题着眼于函数的基本性质的考查，可用多种方法研究题中参数的值，既可利用方程思想求得参数的值，也可利用函数性质实现方程降次的转化；而对于函数最值的探求，可利用导数求函数的最值，也可根据函数特征，将高次函数转化为低次的通过复合而成的函数，注重学生的转化化归能力与基本运算变形能力的培养，体现了“多考一点想的，少考一点算的”这一命题思路，突出函数核心概念在中学数学的地位，提升了数学学习的素养. 这与一些地方试题中考查一些过于复杂的导数运算，注重变形技巧有差别.

【对比试题】

设函数 $f(x)$满足 $x^2f'(x)+2xf(x)=\dfrac{e^x}{x}$，$f(2)=\dfrac{e^2}{8}$，则 $x>0$ 时，$f(x)$(　　)

A. 有极大值，无极小值　　B. 有极小值，无极大值

C. 既有极大值又有极小值　　D. 既无极大值也无极小值

【答案】D.

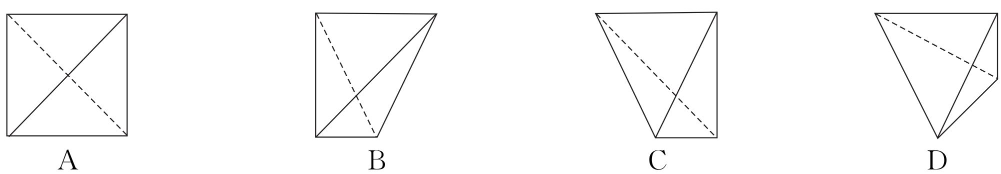
巩固练习

1. 已知命题 p：$\exists x\in\mathbf{R}, x-2>\lg x$，命题 q：$\forall x\in\mathbf{R}, x^2>0$，则(　　)

A. 命题 $p\vee q$ 是假命题　　B. 命题 $p\wedge q$ 是真命题

C. 命题 $p\vee\neg q$ 是假命题　　D. 命题 $p\wedge\neg q$ 是真命题

2. 一个四面体的顶点在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中的坐标分别是(1,0,1),(1,1,0),(0,1,1),(0,0,0)，画该四面体三视图中的正视图时，以 zOx 平面为投影面，则得到的正视图可以为(　　)



3. x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\leqslant 0,\\ x-2y-2\leqslant 0,\\ 2x-y+2\geqslant 0,\end{cases}$ 若 $z=y-ax$ 取得最大值的最优解不唯一，则实数 a 的值为(　　)

A. $\frac{1}{2}$ 或 -1　　B. 2 或 $\frac{1}{2}$　　C. 2 或 1　　D. 2 或 -1

4. 已知 a 为常数，函数 $f(x)=x(\ln x-ax)$ 有两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，则(　　)

A. $f(x_1)>0, f(x_2)>-\frac{1}{2}$　　B. $f(x_1)<0, f(x_2)<-\frac{1}{2}$

C. $f(x_1)>0, f(x_2)<-\frac{1}{2}$　　D. $f(x_1)<0, f(x_2)>-\frac{1}{2}$

第二讲　深与浅

重读《考试大纲》，结合各地方考试说明，比较全国高考试题与各地方自主命的试题，不难发现很多试题在考查知识深浅上有差别，落实基本知识、基本概念的考查，突出核心知识、

核心概念的考查，与“多考一点想的，少考一点算的”相结合，合理控制知识的深浅程度，注重相关知识的交汇命题，是全国高考试题的一大特色.

例 1　若 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x-1\geqslant 0,\\ x-y\leqslant 0,\\ x+y-4\leqslant 0,\end{cases}$则$\dfrac{y}{x}$的最大值为__________.

思路分析

线性规划问题，关键在于理解目标函数或目标变量的几何意义，而$\dfrac{y}{x}$的几何意义为点(x,y)与坐标原点连线的斜率，而要求$\dfrac{y}{x}$的最大值即求可行域内任一点到原点的连线的斜率的最大值.

【试题简答】

画出可行域，如图 1－2－1 中阴影部分所示.

由$\begin{cases}x=1,\\ x+y-4=0,\end{cases}$得 $C(1,3)$.

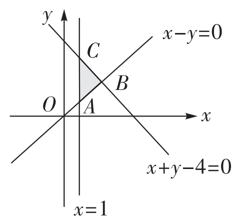


图 1－2－1

由题可知可行域上的 C 点与坐标原点连线的斜率最大，且最大值为 3，故$\dfrac{y}{x}$的最大值为 3.

反思

线性规划问题在知识层面上重点是研究线性约束条件与目标函数的几何意义，关键在于理解目标函数或目标变量的几何意义，并将其转化为直线的斜率、直线在坐标轴上的截距、两点间距离等问题，充分体现了数与形的有机结合，这与一些地方试题中引入过多的参数，甚至加上一些不必要的计算有差异.

【对比试题】

当实数 x,y 满足$\begin{cases}x+2y-4\leqslant 0,\\ x-y-1\leqslant 0,\\ x\geqslant 1\end{cases}$时，$1\leqslant ax+y\leqslant 4$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是__________.

【答案】$\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$.

例 2 如图 1－2－2，在矩形区域 $ABCD$ 的 A，C 两点处各有一个通信基站，假设其信号覆盖范围分别是扇形区域 ADE 和扇形区域 CBF（该矩形区域内无其他信号来源，基站工作正常）. 若在该矩形区域内随机地选一地点，则该地点无信号的概率是（　　）

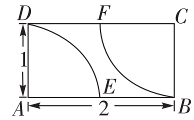


图 1－2－2

A. $1-\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{2}-1$　　C. $2-\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

▶思路分析

此题考查概率计算中的几何概型，几何概型的概率计算可归为长度之比、面积之比或体积之比，据题意可知该地点无信号的概率即为无信号的区域面积与总区域的面积之比.

【试题简答】

依题意，无信号的区域是矩形区域 $ABCD$ 中除去两个扇形之外的部分，所求概率 $P=\frac{S_{多边形DFBE}}{S_{矩形ABCD}}=\frac{2\times1-\frac{1}{4}\pi\times1^2\times2}{2\times1}=1-\frac{\pi}{4}$. 故选 A.

反思

几何概型作为一种重要的概率模型，重在理解其定义与计算方法，一般都是转化为长度之比、面积之比或体积之比，本题凸显几何概型的主体地位，这与一些试题中常将几何概型与一些边缘知识相结合来考查有区别.

【对比试题】

在如图 1－2－3 所示的正方形中随机投掷 10 000 个点，则落入阴影部分（曲线 C 为正态分布 $N(0,1)$ 的密度曲线）的点的个数的估计值为（　　）

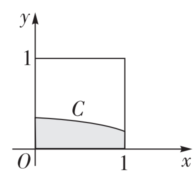


图 1－2－3

A. 2 386　　B. 2 718

C. 3 413　　D. 4 772

【答案】C. 考查几何概型与正态分布的交汇. 利用正态分布的知识求得阴影部分的面积大约为 0.341 3，则落入阴影部分的点的个数的估计值为 3 413.

例 3 已知集合 $A=\{1,3,\sqrt{m}\}$，$B=\{1,m\}$，$A\cup B=A$，则 $m=$（　　）

A. 0 或 $\sqrt{3}$　　B. 0 或 3　　C. 1 或 $\sqrt{3}$　　D. 1 或 3

▶思路分析

一个转化（$A\cup B=A$ 转化为 $B\subseteq A$），一点注意（用集合中元素的互异性检验）.

【试题简答】

由 $A\cup B=A$ 得 $B\subseteq A$，所以有 $m=3$ 或 $m=\sqrt{m}$. 由 $m=\sqrt{m}$ 得 $m=0$ 或 1. 经检验，$m=1$ 时 $B=\{1,1\}$，矛盾. 所以 $m=0$ 或 3，故选 B.

反思

考查集合元素的性质和集合的关系，解题的突破口为集合元素的互异性和集合的包含关系，强调对集合中基本概念的理解. 本题合理地将基础知识进行整合，形式简单且主旨明确，不像某些试题把主体设置在运算上.

【对比试题】

已知全集为 $\mathbf{R}$，集合 $A=\left\{x\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x\leqslant 1\right.\right\}$，$B=\{x|x^2-6x+8\leqslant 0\}$，则 $A\cap \complement_{\mathbf{R}}B=($　　$)$

A. $\{x|x\leqslant 0\}$　　B. $\{x|2\leqslant x\leqslant 4\}$

C. $\{x|0\leqslant x<2$ 或 $x>4\}$　　D. $\{x|0<x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 4\}$

【答案】C. 考查集合的运算、指数不等式以及一元二次不等式的解法.

例 4　设复数 z 满足 $(1-\mathrm{i})z=2\mathrm{i}$，则 $z=($　　$)$

A. $-1+\mathrm{i}$　　B. $-1-\mathrm{i}$　　C. $1+\mathrm{i}$　　D. $1-\mathrm{i}$

▶**思路分析**

考查复数的四则运算，主要考查复数的除法，分子分母同乘以分母的共轭复数，再按乘法法则计算后化简即可.

【试题简答】

由 $(1-\mathrm{i})z=2\mathrm{i}$ 有，$z=\frac{2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\frac{2\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\frac{2\mathrm{i}-2}{2}=\mathrm{i}-1$，故选 A.

反思

有关复数的概念、几何意义与四则运算的考查在全国高考试题中常以简单甚至单一的形式考查，只要了解复数的概念、几何意义与四则运算等基础内容，知识层面上不必像部分地方试题那样深挖复数的几何意义等概念.

【对比试题】

复数 $z=\mathrm{i}(1+\mathrm{i})$（i 为虚数单位）在复平面上对应的点位于（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【答案】B. 考查复数的运算及复数的几何意义.