JIAOCAIJIEDU

教材解读

源于教材 高于教材

数学 八年级下册 RJ版

SHU XUE 8

湖南教育出版社

JIAOCAIJIEDU

教材解读

源于教材 高于教材

数学 八年级下册 RJ版

SHU XUE 8

湖南教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

教材解读．数学八年级．下册：RJ版/《教材解读》编写组编．—长沙：湖南教育出版社，2016.1
ISBN 978-7-5539-3513-3

Ⅰ．①教… Ⅱ．①教… Ⅲ．①中学数学课－初中－教学参考资料 Ⅳ．①G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2016）第000231号

教材解读
数　学
八年级下册（RJ版）
《教材解读》编写组　编

责任编辑：邹伟华
出版发行：湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路443号）
网　　址：http://www.hneph.com
电子邮箱：hnjycbs@sina.com　　微信号：多点学习
客　　服：电话 0731-85486979
总 经 销：湖南省新华书店经销
印刷装订：长沙银都印务有限公司印制

开　　本：787×1092mm　1/16
印　　张：8
字　　数：160千字

版　　次：2016年1月第1版　　2016年1月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5539-3513-3
定　　价：18.80元

（本书若有印刷、装订错误，可向承印厂调换）

PREFACE 前言

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点:

1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了课文讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

4. 体例实

结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。

知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内　容	举　例	名师点拨
1. 二次根式的三个性质	(1) $\sqrt{a}\geqslant 0(a\geqslant 0)$； (2) $(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$； (3) $\sqrt{a^2}=\|a\|=\begin{cases}a(a\geqslant 0),\\-a(a<0)\end{cases}$	(1) $\sqrt{6}\geqslant 0$；(2) $(\sqrt{3})^2=3$； (3) $\sqrt{(-3)^2}=\|-3\|=3$, $\sqrt{3^2}=\|3\|=3$	(1)在具体问题中，若已知$\sqrt{a}$，则有$a\geqslant 0$； (2)平方在根号内时，出来要戴上一条围巾“$\|\ \|$”
2. 二次根式的乘除	(1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ $(a\geqslant 0，b\geqslant 0)$. (2) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ $(a\geqslant 0，b>0)$.	$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$， $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{3}{5}}$	(1)两个二次根式相乘(除)，把被开方数相乘(除)，根指数不变； (2)除法中特别注意分母中的$b>0$； (3)二次根式的运算结果都要化到最简
3. 二次根式的加减	$m\sqrt{a}\pm n\sqrt{a}=(m\pm n)\sqrt{a}$ $(a\geqslant 0)$	$2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$	被开方数相同的最简二次根式类似于同类项
4. 勾股定理	如果直角三角形的两条直角边长分别为a,b，斜边长为c，那么$a^2+b^2=c^2$，即直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方	在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=3$，$BC=4$，则$AB^2=AC^2+BC^2=25$，所以$AB=5$	勾股定理揭示了直角三角形三边之间的关系，应用勾股定理时，要注意确定哪条边是直角三角形的最长边（斜边）
5. 勾股定理的逆定理	如果三角形的三边长a,b,c满足$a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形	在△ABC中，$AC=5$，$BC=12$，$AB=13$，因为$AC^2+BC^2=AB^2$，所以△ABC是以AB为斜边的直角三角形	利用三角形的三边关系判别三角形的形状时，需先确定最长边，再计算最长边的平方是否等于其他两边的平方和
6. 勾股数	能够成为直角三角形三条边长的三个正整数，称为勾股数	3, 4, 5是勾股数，而0.3, 0.4, 0.5不是勾股数	勾股数必须都是正整数
7. 平行四边形的性质	（1）对边平行；（2）对边相等；（3）对角相等；（4）邻角互补；（5）对角线互相平分	若四边形$ABCD$是平行四边形，对角线AC,BD相交于点O，则有：(1) $AB\parallel CD$；(2) $AB=CD$；(3) $\angle BAD=\angle BCD$等	注意四边形的对边、对角与三角形的对边、对角的区别
8. 矩形的性质	（1）具有平行四边形的所有性质；（2）四个角都是直角；（3）对角线相等；（4）是轴对称图形，有两条对称轴	若▱$ABCD$是矩形，对角线AC,BD相交于点O，则有：(1) $AB\parallel CD$，$BC\parallel AD$；(2) $AC=BD$等	有关矩形的问题可以转化为直角三角形或等腰三角形的问题来解决

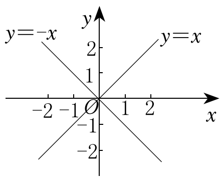
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内　容	举　例	名师点拨
9. 菱形的性质	(1)具有平行四边形的所有性质； (2)四条边都相等； (3)对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角； (4)是轴对称图形，有两条对称轴，对称轴是对角线所在的直线	若▱$ABCD$是菱形，对角线AC, BD相交于点O，则有： (1)$AB\parallel CD$，$BC\parallel AD$等； (2)$AB=BC=CD=DA$； (3)$AC\perp BD$，AC平分$\angle BAD$和$\angle BCD$，BD平分$\angle ADC$和$\angle ABC$	菱形的两条对角线将菱形分成了四个全等的直角三角形
10. 正方形的性质	(1)具有矩形、菱形的所有性质； (2)四条边都相等，四个角都是直角； (3)两条对角线相等，并且互相垂直平分，每一条对角线平分一组对角； (4)是轴对称图形，有四条对称轴	若▱$ABCD$是正方形，对角线AC，BD相交于点O，则 (1)$AB=BC=CD=DA$； (2)$\angle BAD=\angle ABC=\angle BCD=\angle ADC=90^\circ$； (3)$\angle BAC=\angle CAD=45^\circ$	其他平行四边形所具有的性质，正方形都具有
11. 平行四边形的判定	(1)两组对边分别平行的四边形是平行四边形； (2)两组对边分别相等的四边形是平行四边形； (3)一组对边平行且相等的四边形是平行四边形； (4)两组对角分别相等的四边形是平行四边形； (5)对角线互相平分的四边形是平行四边形	在四边形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，则四边形$ABCD$是平行四边形	平行四边形的定义也是一种判定方法，在进行判定时，要根据已知条件灵活选择判定方法
12. 矩形的判定	(1)有一个角是直角的平行四边形是矩形； (2)有三个角是直角的四边形是矩形； (3)对角线相等的平行四边形是矩形； (4)对角线相等且互相平分的四边形是矩形	在▱$ABCD$中，若$\angle A=90^\circ$，则四边形$ABCD$为矩形	矩形的定义也是一种判定方法
13. 菱形的判定	(1)有一组邻边相等的平行四边形是菱形； (2)四条边都相等的四边形是菱形； (3)对角线互相垂直的平行四边形是菱形； (4)对角线互相垂直且平分的四边形是菱形	在▱$ABCD$中，若$AB=BC$，则四边形$ABCD$为菱形	证明一个四边形是菱形时，通常先证其是平行四边形，再证其是菱形

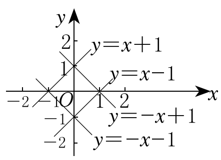
本书必背概念、性质、公式及定理

知识背囊

知识点	内　容	举　例	名师点拨
14. 正方形的判定	(1)有一个角是直角、一组邻边相等的平行四边形是正方形; (2)一组邻边相等的矩形是正方形; (3)一个角是直角的菱形是正方形; (4)既是矩形又是菱形的四边形是正方形; (5)对角线垂直且相等的平行四边形是正方形	在▱$ABCD$中，若$AB=BC$，且$\angle A=90°$，则四边形$ABCD$是正方形	判定一个四边形是正方形，先判定它是矩形，再判定它是菱形(或先判定它是菱形，再判定它是矩形)
15. 特殊四边形的面积公式	(1) $S_{平行四边形}$=底×高 (2) $S_{矩形}$=长×宽 (3) $S_{菱形}$=底×高=$\frac{1}{2}$×两条对角线乘积 (4) $S_{正方形}$=边长×边长	(1)若四边形$ABCD$为平行四边形，AE是BC边上的高，则$S_{▱ABCD}=BC\cdot AE$; (2)若四边形$ABCD$为矩形，则$S_{矩形ABCD}=AB\cdot BC$; (3)若四边形$ABCD$为菱形，对角线AC, BD相交于点O，则$S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD$; (4)若四边形$ABCD$为正方形，则$S_{正方形ABCD}=AB^2$	求不规则图形的面积时，常将不规则图形转化为规则图形进行计算
16. 三角形中位线定理	三角形的中位线平行于三角形的第三边，并且等于第三边的一半	若D, E分别是$\triangle ABC$中AB, AC的中点，则$DE \underline{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}BC$	应用时需先判断是否为三角形的中位线
17. 直角三角形斜边上中线的性质	直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半	在Rt $\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，D是AC边上的点，若$AD=DC$，则$BD=\frac{1}{2}AC$	在直角三角形中，有斜边中点时，常作斜边的中线
18. 正比例函数的性质	正比例函数$y=kx$（k是常数，$k\neq0$）的图象是一条经过原点的直线. 当$k>0$时，直线$y=kx$经过第一、三象限，从左向右上升，即y随x的增大而增大；当$k<0$时，直线$y=kx$经过第二、四象限，从左向右下降，即y随x的增大而减小		(1)画正比例函数图象时，只需要找到除原点以外的满足函数解析式的另外一点，然后过此点与原点画直线即可； (2)比例系数k的符号决定其图象的走向，由此，可以通过分析比例系数$k>0$或$k<0$，得出直线$y=kx$的大致位置以及上升或下降情况

知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

<table>
<tr><th>知识点</th><th>内　容</th><th>举　例</th><th>名师点拨</th></tr>
<tr><td>19. 一次函数的性质</td><td>一次函数$y=kx+b$（k, b是常数，$k\neq 0$）的图象是一条直线. 当$k>0$, $b>0$时，直线$y=kx+b$经过第一、二、三象限；当$k>0$，$b<0$时，直线$y=kx+b$经过第一、三、四象限，图象均从左向右上升，y随x的增大而增大；当$k<0$，$b>0$时，直线$y=kx+b$经过第一、二、四象限；当$k<0$，$b<0$时，直线$y=kx+b$经过第二、三、四象限，图象均从左向右下降，y随x的增大而减小</td><td>
</td><td>(1)画一次函数图象时，过任意满足函数解析式的两点作直线即可；
(2)直线$y=kx+b$与直线$y=kx$平行，则直线$y=kx+b$可由直线$y=kx$向上($b>0$)平移或向下($b<0$)平移$|b|$个单位长度得到；
(3)一次函数图象的位置与k, b的符号有关</td></tr>
<tr><td>20. 平均数的计算</td><td>已知两组数据x_1, x_2, …，x_n和y_1, y_2, …，y_n的平均数分别是$\bar{x}$和$\bar{y}$，a和b为两个常数，则下列结论成立：
（1）一组新数据ax_1，ax_2，…，ax_n的平均数为$a\bar{x}$；（2）一组新数据x_1+b，x_2+b，…，x_n+b的平均数为$\bar{x}+b$；（3）一组新数据ax_1+by_1，ax_2+by_2，…，ax_n+by_n的平均数为$a\bar{x}+b\bar{y}$</td><td>若某组数据x_1, x_2, …, x_n的平均数是14，则$4x_1$, $4x_2$, …，$4x_n$的平均数是56</td><td rowspan="2">当一组数据较大时，可以按照简化平均数的计算方法，将每个数据同时减去一个与它们的平均数接近的常数a，得到一组新数据$x_1'=x_1-a$，$x_2'=x_2-a$，…，$x_n'=x_n-a$，$\overline{x'}=\bar{x}-a$则原数据x_1, x_2, …，x_n与新数据x_1', x_2', …，x_n'的方差相等</td></tr>
<tr><td>21. 方差的计算</td><td>设数据x_1, x_2, …，x_n的平均数为$\bar{x}$，方差为s^2，则：
$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$；
$s^2=\frac{1}{n}\left[\left(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2\right)-n\bar{x}^2\right]$</td><td>若某组数据$x_1$, x_2, …, x_n的方差是a，则$4x_1+2$, $4x_2+2$, …，$4x_n+2$的方差是$16a$</td></tr>
<tr><td>22. 用样本估计总体</td><td>当总体数量较大，或因某些原因而无法进行一一考察时，我们可以从中抽取出一部分对象，对该部分对象进行考察，了解其性质特征，从而估计总体的性质特征</td><td>随机调查了某校九年级20名学生的睡眠时间，所得数据整理如下：
<table>
<tr><th>睡眠时间 /h</th><th>学生人数</th></tr>
<tr><td>6</td><td>8</td></tr>
<tr><td>7</td><td>6</td></tr>
<tr><td>8</td><td>4</td></tr>
<tr><td>9</td><td>2</td></tr>
</table>
据此估计九年级学生的平均睡眠时间大约是7h</td><td>在统计中，通常用样本估计总体，其一般思路是：先计算出样本的平均数，然后用所得的样本平均数来估计总体的平均数，并按要求进行相关的计算</td></tr>
</table>

目录 CONTENTS

第十六章 二次根式

如图所示，同学们，你们知道为什么$\sqrt{27}$对$\sqrt{3}$说“我们是一家人”吗？为什么$\sqrt{20}$说自己是$\sqrt{5}$的“亲人”呢？

我们是一家人！

我的亲人在哪儿呢？

嘿，我在这儿呢！

$\sqrt{3}$　　$\sqrt{27}$　　$\sqrt{5}$　　$\sqrt{20}$

参考答案 因为$\sqrt{27}$可以化简为$3\sqrt{3}$，所以$\sqrt{27}$和$\sqrt{3}$可以合并，即它们是一家人；而$\sqrt{20}$可以化简为$2\sqrt{5}$，所以$\sqrt{20}$是$\sqrt{5}$的“亲人”.

16.1 二次根式

知识详解

知识点 1　二次根式

一般地，我们把形如$\sqrt{a}(a \geq 0)$的式子叫做二次根式，“$\sqrt{\ }$”称为二次根号.

【解读】(1)二次根式的定义是从形式上界定的，即必须含有二次根号“$\sqrt{\ }$”.

(2)“$\sqrt{\ }$”的根指数是2，即“$\sqrt[2]{\ }$”，一般省略根指数2，写作“$\sqrt{\ }$”.

(3)二次根式的被开方数既可以是一个数，也可以是一个含有字母的式子，但在实数范围内，被开方数必须为非负数.

例1 式子：$\sqrt{a+3}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt[3]{2}$，$\sqrt{(-5)^2}$，$\sqrt{x^2-2x+1}$，$\sqrt{-6}$，其中一定是二次根式的式子是______________.

分析 根据二次根式的定义，$\sqrt{3}$，$\sqrt{(-5)^2}$，$\sqrt{x^2-2x+1}$是二次根式，因为它们都含有二次根号，且被开方数都是非负数；$\sqrt{a+3}$在$a+3<0$时不是二次根式；$\sqrt[3]{2}$的根指数是3，不符合

方法点拨

判断一个式子是否为二次根式，一定要紧扣定义. 首先判断其是不是符合“$\sqrt{\ }$”的形式，其次考察被开方数是否为非负，二者缺一不可.

二次根式的定义；$\sqrt{-6}$ 中数值小于0，不是二次根式.

解:$\sqrt{3}$，$\sqrt{(-5)^2}$，$\sqrt{x^2-2x+1}$.

知识点 2　二次根式有意义的条件

二次根式有意义的条件是被开方数必须是非负数.

【解读】对于既含有二次根式，又含有分母的代数式，求字母的取值范围时，既要保证二次根式有意义，又要保证分母不能为0.

例 2 当x是怎样的实数时，下列各式在实数范围内有意义？

(1)$\sqrt{-2x-4}$；　(2)$\sqrt{\dfrac{1}{3x-4}}$；　(3)$\sqrt{3-x}+\sqrt{x-2}$.

分析 利用二次根式有意义的条件，建立关于x的不等式或不等式组，还需要注意分式中的分母不能为零.

解:(1)由$-2x-4\geqslant 0$，得$x\leqslant -2$.

(2)由$\dfrac{1}{3x-4}\geqslant 0$，且$3x-4\neq 0$，得$x>\dfrac{4}{3}$.

(3)由$3-x\geqslant 0$，且$x-2\geqslant 0$，得$2\leqslant x\leqslant 3$.

知识点 3　二次根式的性质

1. $\sqrt{a}\geqslant 0$，其中$a\geqslant 0$，$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$的最小值是0.

2. $(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$.

3. $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geqslant 0),\\-a(a<0).\end{cases}$

【解读】(1)$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$表示a的算术平方根，而正数的算术平方根是正数，0的算术平方根是0，所以非负数的算术平方根是非负数，即$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$是一个非负数.

(2)$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$也可以反过来应用，即若$a\geqslant 0$，则$a=(\sqrt{a})^2$.

【拓展】几个常见的非负数形式：$\sqrt{a}$，$|a|$，a^2；若$\sqrt{a}+|b|+c^2=0$，则$a=0$，$b=0$，$c=0$，即若几个非负数的和等于0，则这几个非负数均为0.

例 3 计算：

(1)$\left(\sqrt{\dfrac{5}{6}}\right)^2$；　(2)$\sqrt{(-6)^2}$；　(3)$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$；

(4)$\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-4x+4}(1\leqslant x\leqslant 2)$.

即学即练

1. 下列各式中，一定是二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{-6}$　B. $\sqrt[3]{4}$

C. $\sqrt{5x}$　D. $\sqrt{a^2+1}$

即学即练

2. 使代数式$\dfrac{\sqrt{2x+1}}{x-1}$有意义的x的取值范围是（　　）

A. $x\geqslant -\dfrac{1}{2}$且$x\neq 1$

B. $x\neq 1$

C. $x\geqslant -\dfrac{1}{2}$

D. $x>-\dfrac{1}{2}$且$x\neq 1$

要点提示

化简形如$\sqrt{a^2}$的式子时，先转化为$|a|$，再根据a的符号去绝对值符号.

分析 第(1)题直接利用性质$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$化简即可．第(2)、(3)题利用性质$\sqrt{a^2}=|a|$化简即可．第(4)题先将被开方数变形成完全平方式，再利用上述性质化简．

解：(1)$\left(\sqrt{\dfrac{5}{6}}\right)^2=\dfrac{5}{6}$．

(2)$\sqrt{(-6)^2}=|-6|=6$．

(3)因为$2-\sqrt{5}<0$，所以$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}=|2-\sqrt{5}|=\sqrt{5}-2$．

(4)因为$1\leqslant x\leqslant 2$，所以$x-1\geqslant 0$，$x-2\leqslant 0$．

所以$\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-2)^2}$
$=|x-1|+|x-2|=x-1+2-x=1$．

例 4 若a，b为实数，且$|a+1|+\sqrt{b-1}=0$，则$(ab)^{2013}$的值是(　　)

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. ± 1

分析 因为$|a+1|+\sqrt{b-1}=0$，且$|a+1|\geqslant 0$，$\sqrt{b-1}\geqslant 0$，所以$\begin{cases}a+1=0,\\ b-1=0.\end{cases}$得$\begin{cases}a=-1,\\ b=1.\end{cases}$所以$(ab)^{2013}=(-1\times 1)^{2013}=(-1)^{2013}=-1$．

解：C.

知识点 4　代数式

1. 代数式：用基本运算符号(包括加、减、乘、除、乘方及开方)把数或表示数的字母连接起来的式子叫做代数式．

2. 列代数式：按照题目给定的各个量之间的关系，用基本运算符号把数或表示数的字母连接起来，得到所求的代数式．

【解读】(1)单独一个数或字母也是代数式．

(2)代数式中不能含有“$=$”“$>$”“$<$”“$\geqslant$”“$\leqslant$”等关系符号．

(3)列代数式的方法有：①直接法：根据问题的语言叙述直接写出代数式；②公式法：根据几何图形的周长，面积及体积等公式列出代数式；③探究规律法：将蕴含在一组数或一组图形中的排列规律用代数式表示出来．

例 5 列代数式：

(1)把x本本子分给若干名学生，若每人 8 本还剩余 2 本，则学

即学即练

3. 计算：

(1) $\sqrt{(-17)^2}-(\sqrt{13})^2$；

(2) $\sqrt{x^2-8x+16}$．

即学即练

4. 已知a，b为等腰三角形的两边之长，且满足$2\sqrt{3a-6}+3\sqrt{2-a}=b-3$，求此等腰三角形的周长．

方法点拨

列代数式的常用方法：根据题中给出的一个量的值，用 x 等字母表示另一个量的值，然后根据三者之间的相等关系表示第三个量．

生人数是______________.

（2）一个圆柱的底面半径是 r cm，高是 7 cm，则它的表面积是____________ cm^2.

（3）观察下列图形中点的个数，若按其规律再画下去，可以得到第 n 个图形中所有点的个数为______.

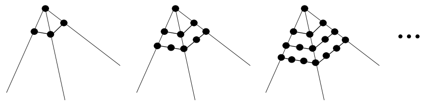


图 16.1-1

分析 (1)所有学生一共分得$(x-2)$本本子，故学生人数是$\frac{x-2}{8}$.(2)由圆柱的表面积公式，得这个圆柱的表面积是$(2\pi r^2+14\pi r)\text{ cm}^2$.(3)第 1 个图形有 $1+3=4$ 个点，第 2 个图形有 $1+3+5=9$ 个点，第 3 个图形有 $1+3+5+7=16$ 个点……因为 $4=2^2=(1+1)^2$, $9=3^2=(2+1)^2$, $16=4^2=(3+1)^2$……所以第n个图形有$(n+1)^2$个点.

解:(1)$\frac{x-2}{8}$　(2)$2\pi r^2+14\pi r$　(3)$(n+1)^2$

即学即练

5. 列代数式：

（1）三角形的高是底的$\frac{1}{2}$，若该底边长为x cm，则这个三角形的面积是______cm^2；

（2）按下图所示的方法排列黑色小正方形地砖，则第n个图案中黑色小正方形地砖的块数是__________.（用含n的式子表示出来）

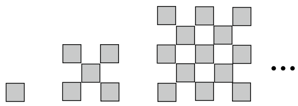


图 16.1-2

拓展提升

类型一：二次根式被开方数的非负性的应用

例 6 已知$y=2\sqrt{2x-1}+3\sqrt{1-2x}+\frac{1}{3}$，求$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的值.

分析 要求代数式$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的值，必须先求x,y的值. 由于已知条件只有一个等式且没有给出任何字母的数值，因此解本题的关键是运用被开方数的非负性列出不等式组确定x的取值范围，然后进一步确定x及y的值，最后才能代入求值.

解:由被开方数的非负性，得$\begin{cases}2x-1\geqslant 0,\\1-2x\geqslant 0.\end{cases}$即$\begin{cases}x\geqslant\frac{1}{2},\\x\leqslant\frac{1}{2}.\end{cases}$

所以$x=\frac{1}{2}$.

将$x=\frac{1}{2}$代入已知条件，得$y=\frac{1}{3}$.

所以$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2+3=5$.

即学即练

6. 若$y=\sqrt{1-3x}+\sqrt{3x-1}-\frac{1}{3}$，则代数式$(x-y)^{2015}$的值是________.

类型二：结合数轴利用 $\sqrt{a^2}=|a|$ 化简求值

例 7 已知实数 a、b、c 在数轴上的位置如图 16.1-3 所示，化简：$\sqrt{a^2}-|a+c|+\sqrt{(c-b)^2}-|-b|$.

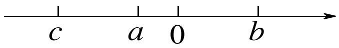


图 16.1-3

分析 由数轴上点的位置可判断出 a,b,c 的取值范围，进一步确定 $a+c,c-b$ 等式子的符号，然后再利用二次根式的非负性及绝对值的性质化简即可.

解：根据数轴可知，$c<a<0<b$，∵ $a+c<0,c-b<0$，$-b<0$，∴ $\sqrt{a^2}=|a|=-a$，$|a+c|=-(a+c)$，$\sqrt{(c-b)^2}=|c-b|=b-c$，$|-b|=b$.

$$\begin{aligned}\therefore \text{原式}&=|a|+(a+c)+b-c-|-b|\\&=-a+a+c+b-c-b\\&=0.\end{aligned}$$

即学即练

7．实数 a 在数轴上的位置如图 16.1-4 所示，则 $\sqrt{(a-4)^2}+\sqrt{(a-11)^2}$ 化简后为（　　）

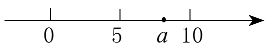


图 16.1-4

A. 7　　B. -7

C. $2a-15$　　D. 无法确定

类型三：$\sqrt{a^2}=|a|$ 与三角形三边关系的综合运用

例 8 在△ABC中，a,b,c是三角形的三边长，化简：$\sqrt{(a+b+c)^2}+\sqrt{(a-b-c)^2}+\sqrt{(b-a-c)^2}+\sqrt{(c-b-a)^2}$.

分析 由于三角形三边均为正数，可确定 $a+b+c>0$. 又根据三角形的三边关系可知 $a-b-c<0$，$b-a-c<0$，$c-b-a<0$，这样由 $\sqrt{a^2}=|a|$ 先去二次根号，再去绝对值符号，即可化简.

解：由三角形三边关系可得 $a+b+c>0,a-b-c<0,b-a-c<0,c-b-a<0$.

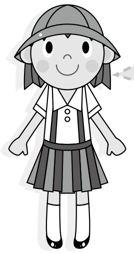
$$\begin{aligned}&\sqrt{(a+b+c)^2}+\sqrt{(a-b-c)^2}+\sqrt{(b-a-c)^2}+\sqrt{(c-b-a)^2}\\&=|a+b+c|+|a-b-c|+|b-a-c|+|c-b-a|\\&=a+b+c-(a-b-c)-(b-a-c)-(c-b-a)\\&=a+b+c-a+b+c-b+a+c-c+b+a\\&=2a+2b+2c.\end{aligned}$$

即学即练

8. 在△ABC中，a，b，c是三角形的三边长，化简：$\sqrt{(a-b+c)^2}-2|c-a-b|$.

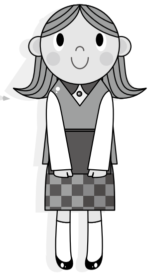
我说你讲

$(\sqrt{a})^2(a\geqslant 0)$ 与 $\sqrt{a^2}$ 有什么不同？



意义不同：$(\sqrt{a})^2$ 表示非负数 a 的算术平方根的平方；$\sqrt{a^2}$ 表示 a 的平方的算术平方根.

a 的取值范围不同：$(\sqrt{a})^2$ 中的 a 只能取非负数；$\sqrt{a^2}$ 中的 a 可以取全体实数.



运算顺序不同：$(\sqrt{a})^2$ 是先求非负数 a 的算术平方根，再进行平方运算；$\sqrt{a^2}$ 是先算平方，再求 a^2 的算术平方根.

结果不同：当 $a\geqslant 0$ 时，$(\sqrt{a})^2=\sqrt{a^2}=a$;

当 $a\leqslant 0$ 时，$\sqrt{a^2}=-a$，$(\sqrt{a})^2$ 无意义.

巩固练习

1. 已知 $\sqrt{5-2x}$ 是二次根式，那么 x 的取值范围是(　　)

A. $x>\frac{5}{2}$　　B. $x<\frac{5}{2}$

C. $x\geqslant\frac{5}{2}$　　D. $x\leqslant\frac{5}{2}$

2. 已知式子 $\sqrt{x-1}-\sqrt{1-x}$ 有意义，则 x 的取值范围是(　　)

A. $x=1$　　B. $0<x<1$

C. $x\geqslant 1$　　D. $x\leqslant 1$

3. 如果 $|x+2|+\sqrt{y-3}=0$，那么 $y^x=$________.

4. 一物体由静止开始沿斜坡下滑的距离 s（单位：m）与运动时间 t（单位：s）满足关系 $s=\frac{1}{3}t^2$，如果用含有 s 的式子表示 t，则 $t=$________.

5. 实数 a、b 在数轴上的位置如图16.1-5，化简 $\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}-\sqrt{(a-b)^2}$.

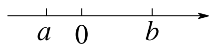


图16.1-5

6. 学校准备在旗杆附近修建一个面积为81 m^2 的花坛，现有两种设计方案：

方案一：建成正方形；方案二：建成圆形.

如果请你决策，从节省材料的角度考虑，你选择哪一种方案？请说明理由（π取3.14）.

16.2 二次根式的乘除

知识详解

知识点 1　二次根式的乘法法则

一般地，二次根式的乘法法则是$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geqslant0,b\geqslant0)$，即两个二次根式相乘，把被开方数相乘，根指数不变.

要点提示

如果根号前有系数，就把各个系数相乘，仍作为二次根号前的系数.

【解读】(1) $a\geqslant0,b\geqslant0$是公式成立的必要条件，否则$\sqrt{a}$、$\sqrt{b}$就没有意义，等式就不能成立.

(2)公式中的a,b既可以是数字，也可以是代数式，但都必须是非负的.

(3)二次根式的乘法法则公式可以推广到多个非负因式的情况. $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}=\sqrt{abc}$(其中$a\geqslant0,b\geqslant0,c\geqslant0$).

例 1 计算：

(1)$\sqrt{3}\times\sqrt{15}$；　　(2)$\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{64}$；

(3)$5\sqrt{xy}\cdot\sqrt{\frac{1}{y}}$；　　(4)$6\sqrt{27}\times(-2\sqrt{3})$.

分析 (1)(2)两题直接利用公式$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geqslant0,b\geqslant0)$进行计算；(3)(4)两题要利用乘法交换律和结合律，将两个系数和两个二次根式分别相乘，同时注意确定积的符号. 要注意的是：当被开方数的积中有开得尽方的因数或因式时一定要开方.

解：(1)$\sqrt{3}\times\sqrt{15}=\sqrt{3\times15}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$；

(2)$\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{64}=\sqrt{\frac{1}{4}\times64}=\sqrt{16}=4$；

(3)$5\sqrt{xy}\cdot\sqrt{\frac{1}{y}}=(5\times1)\times\sqrt{xy\cdot\frac{1}{y}}=5\sqrt{x}$；

(4)$6\sqrt{27}\times(-2\sqrt{3})=[6\times(-2)]\times\sqrt{27\times3}=-108$.

即学即练

1. 计算：

(1)$6\sqrt{8}\times(-\sqrt{2})$；

(2)$\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{27}{125}}$.

知识点 2　积的算术平方根

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant0,b\geqslant0)$，即积的算术平方根等于积中各因式算术平方根的积.

要点提示

在运用积的算术平方根时要注意被开方数一定要是乘积的形式.

【解读】(1)公式中的a,b可以是数，也可以是代数式，但必须满