

湘教版

湘教
考苑

单元学习 全优用书

一线名师的重要讲义

单元知识梳理

梳理单元知识重点，
对比历年热考题型，
巩固本单元的重点知识。

优生必看的精华笔记

重点知识详解

以教材单元为基本结构，
依据历年热考题型，
汇总本单元的知识重点。

紧贴考点的拓展演练

思维能力拓展

遵循教材和考纲，
以图标概述单元结构，
轻松把握知识要点。

DANYUAN ZHENGHE
YU CEPING

单元整合 与测评

7

数学

七年级上册

本书编写组 编

配套单元测试卷 + 期中测试卷 + 期末测试卷

图书在版编目(CIP)数据

单元整合与测评. 数学七年级. 上册: 湘教版/《单元整合与测评》编写组编. —长沙: 湖南教育出版社, 2015. 8
ISBN 978-7-5539-2612-4

I. ①单… II. ①单… III. ①中学数学课—初中—习题集
IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 188573 号

单元整合与测评

数 学 七 年 级 上 册 (湘 教 版)

本书编写组 编

责任编辑: 钟劲松

出版发行: 湖南教育出版社

地 址: 长沙市韶山北路 443 号

网 址: <http://www.hnepb.com>

电子邮箱: hnjycbs@sina.com

微信服务号: 多点学习

客 服: 电话 0731—85486979

经 销: 湖南省新华书店

印 刷: 湖南关山美印有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 8

字 数: 250 千字

版 次: 2015 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5539-2612-4

定 价: 15.00 元

本书如有印刷、装订错误, 可向承印厂调换

第一章 有理数

单元知识梳理	1
重点知识详解	2
1.1 具有相反意义的量	2
1.2 数轴、相反数与绝对值	5
1.3 有理数大小的比较	8
1.4 有理数的加法和减法	10
1.5 有理数的乘法和除法	13
1.6 有理数的乘方	17
1.7 有理数的混合运算	19
思维能力拓展	21

第二章 代数式

单元知识梳理	25
重点知识详解	26
2.1 用字母表示数	26
2.2 列代数式	28
2.3 代数式的值	30
2.4 整 式	32
2.5 整式的加法和减法	34
思维能力拓展	38

第三章 一元一次方程

单元知识梳理	42
重点知识详解	43
3.1 建立一元一次方程模型	43
3.2 等式的性质	45
3.3 一元一次方程的解法	46
3.4 一元一次方程模型的应用	49
思维能力拓展	51

第四章 图形的认识

单元知识梳理	54
重点知识详解	55
4.1 几何图形	55
4.2 线段、射线、直线	58
4.3 角	62
思维能力拓展	66

第五章 数据的收集与统计图

单元知识梳理	68
重点知识详解	69
5.1 数据的收集与抽样	69
5.2 统计图	72
思维能力拓展	75

第一章

有理数



单元知识梳理

知识点		内容	备注
正数和负数	正数	比 0 大的数叫做正数	0 既不是正数,也不是负数
	负数	比 0 小的数叫做负数	
数轴	数轴的三要素	原点、正方向、单位长度	通常规定向右的方向为正方向
	数轴与有理数	所有有理数都可以用数轴上的点来表示,但数轴上的点不一定都是有理数	
绝对值	概念	在数轴上表示数 a 的点与原点的距离,叫做 a 的绝对值,记作: $ a $	0 的绝对值是 0
	意义	一个正数的绝对值等于本身,一个负数的绝对值等于它的相反数	绝对值最小的数是 0
相反数		符号不同、绝对值相等的两个数互为相反数	若 a, b 互为相反数,则 $a+b=0$
有理数加法	符号相同的两数相加	和的符号与两个加数的符号一致,和的绝对值等于两个加数绝对值之和	加法的交换律: $a+b=b+a$
	符号相反的两数相加	当两个加数绝对值不等时,和的符号与绝对值较大的加数的符号相同,和的绝对值等于加数中较大的绝对值减去较小的绝对值;当两个加数绝对值相等时,两个加数互为相反数,和为零	加法的结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$ 一个数同零相加,仍得这个数
有理数减法		减去一个数,等于加上这个数的相反数	
有理数的乘法、除法、乘方	乘法法则	①同号两数相乘得正数,并且把绝对值相乘. ②任何数与 0 相乘都得 0. ③异号两数相乘得负数,并且把绝对值相乘	
	有理数的除法	同号两数相除得正数,异号两数相除得负数,并且把它们的绝对值相除 0 除以任何一个不等于 0 的数都得 0 除以一个非零数等于乘上这个数的倒数	除法可以转化为乘法,再进行计算
	有理数的乘方	求 n 个相同的因数的乘积运算,叫做乘方,乘方运算的结果叫做幂	正数的任何次幂都是正数,负数的奇数次幂是负数,负数的偶数次幂是正数



1.1 具有相反意义的量

知识 点拨

知识点 1 相反意义的量

在日常生活中,常会遇到这样一些量:

- (1)汽车向东行驶 3 km 和向西行驶 2 km.
- (2)温度是零上 10 °C 和零下 2 °C.
- (3)收入 500 元和支出 238 元.
- (4)水位升高 1.2 m 和下降 0.7 m.
- (5)买进 100 辆汽车和卖出 20 辆汽车.

这里出现的每一对量,虽然有着不同的具体内容,但有着一个共同的特点:它们都是具有相反意义的量.向东和向西、零上和零下、收入和支出、升高和下降、买进和卖出都具有相反的意义.

例 1 下列叙述中,表示相反意义的量的是()

- A. “前进 8 m”与“前进 6 m”
- B. “盈利 50 元”与“亏损 160 万元”
- C. “黑色”与“黄色”
- D. “你比我高 3 cm”与“我比你重 5 kg”

【点拨】在一对具有相反意义的量中,先规定其中一个为正,则另一个就用负表示.“正”和“负”是相对的.因为“盈利”与“亏损”表示相反意义,所以表示相反意义的量的是“盈利 50 元”与“亏损 160 万元”.

【答案】B

知识点 2 正数和负数

通常情况下为了便于区分具有相反意义的量之间相关关系,我们把其中一种意义的量规定为正的,用小学学过的数表示即是正数;把与它意义相反的量规定为负的,用过去学过的数(零除外)前面放上一个“-”号来表示,即为负数.

特别注意的是:

(1)为了强调,正数前面有时可以加上“+”号,如+3,+1.2,+ $\frac{2}{3}$,...,但通常把“+”号省略不写.“-”号不能省略.小

整合突破

1. 如果零上 2 °C 记做 +2 °C,那么零下 5 °C 记作

()

- A. -5 °C
- B. -2 °C
- C. +5 °C
- D. +2 °C

2. 飞机上升-40 m,就是

()

- A. 上升 40 m
- B. 下降 40 m
- C. 下降-40 m
- D. 先上升 40 m,再下降

40 m

3. 检测四个足球,把超过标准重量的克数记为正数,不足标准重量的克数记为负数,从轻重的角度看,最接近标准的球是

()

- A. -3.5
- B. +2.6
- C. -0.7
- D. +0.8

【答案】1. A 2. B 3. C

整合突破

4. 下列各数中,正数有

()

+4, -2.7, $7\frac{3}{5}$, $-\frac{1}{6}$, 0,

16, -105, 0.76, $\frac{1}{19}$

- A. 4 个
- B. 5 个
- C. 6 个
- D. 7 个

学学过的数除 0 外都是正数.

(2) 对于正数和负数的概念, 不能简单理解为: 带有“+”号的数是正数, 带“-”的数是负数, 这是不准确的提法.

(3) 认识 0 的意义的变化: 0 不仅仅表示没有, 它既不是正数也不是负数, 它是正数和负数的分界.

例 2 在 $1, -2, -5.5, 0, \frac{4}{3}, -\frac{5}{7}, 3.14$ 中, 负数的个数为 ()

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

【点拨】此题考查对正、负数意义的理解和掌握, 解答此题要根据负数的意义找出所有负数. 根据负数的意义, 小于 0 的数都是负数, 其中, $-2, -5.5, -\frac{5}{7}$ 小于 0, 所以有 3 个负数.

【答案】A

知识点 3 有理数及相关概念

整数和分数统称为有理数.

正整数(即不为 0 的自然数)、零和负整数统称为整数.

正分数和负分数统称为分数.

把具有相同特征的数放在一起, 就组成了这类数的一个集合, 简称数集.

正数和零统称为非负数; 负数和零统称为非正数; 正整数和零统称为非负整数.

注意:(1) 小学学过的整数是指自然数, 也就是正整数和 0, 在正整数前面加上“-”号, 就是负整数.

(2) 小学学过的分数(包括小数)实际上是正分数, 在正分数前面加上“-”号, 就是负分数.

例 3 下列说法正确的是 ()

- A. 一个数不是正数就是负数
B. 小数可以用分数来表示
C. 正数和分数统称为有理数
D. 有理数中存在最大的负整数和最小的正整数

【点拨】任意一个数可能是正数、负数或零, 故 A 错; 不是所有的小数都可以用分数来表示, 故 B 错; 整数和分数统称为有理数, 故 C 错; 有理数中最大的负整数是 -1 , 最小的正整数是 1 , 故 D 正确.

【答案】D

5. 一种巧克力的质量标识为“ 24 ± 0.25 g”, 则下列巧克力中合格的是 ()

- A. 23.70 g
B. 23.80 g
C. 24.51 g
D. 24.30 g

【答案】4. B 5. B

整合突破

6. 把下列各数分类: $-1, -9.8, 0, \frac{3}{7}, +108, -1\frac{3}{5}, -100, 0.3214, -0.002, 1, 15.49, -24, 956$.

正整数:

{ };

负整数:

{ };

正分数:

{ };

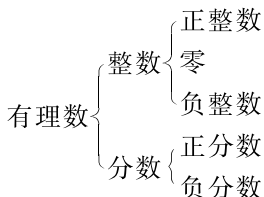
负分数:

{ }.

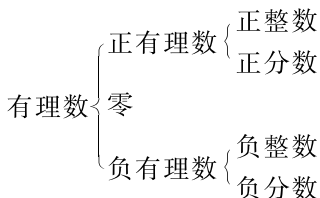
【答案】 $+108, 1, 956; -1, -100, -24; \frac{3}{7}, 0.3214, 15.49; -9.8, -1\frac{3}{5}, -0.002$

知识点 4 有理数的分类(难点)

(1)按数的“整分性”分类



(2)按数的“正负性”分类



注意:(1)有理数可按不同的标准分类,无论采用哪种方式分类,都要做到不重不漏,即每一个数必须属于某一类,也不能同时属于不同的两类.

(2)不管是哪种分类,有理数最终都分为正整数、零、负整数、正分数、负分数五类.

例 4 下列说法正确的是 ()

- A. 正整数和负整数统称整数
 B. 有理数分为正有理数和负有理数
 C. 有理数是指整数、分数、正有理数、负有理数和零这五类数
 D. 整数和分数统称有理数

【点拨】A、B 两选项都漏掉了零,对有理数进行分类时应按同一种标准,而 C 选项把有理数的两种分类标准混用.

【答案】D

知识点运用:

例 5 学校对七年级女生进行立定跳远测试,以能跳 160 cm 为达标,超过 160 cm 的用正数表示,不足 160 cm 的用负数表示,第一组 10 名女生成绩如下(单位:cm):

+2	-4	0	+5	+8	-7	0	+2	+10	-3
----	----	---	----	----	----	---	----	-----	----

这组有百分之几的学生达标?

【点拨】根据题意,用正数表示的是跳远成绩超过 160 cm 的,达标;用 0 表示的是跳远成绩正好为 160 cm 的,也是达标的.

解:从表格中看出,用正数表示的有 5 个,用 0 表示的有 2 个,即有 7 位女生达标.则达标率为 70%.

整合突破

7. 把下列各数分别填入相应的大括号里:

-2.5, 3.14, -2, +72,
 -0.3, 0.618, $\frac{22}{7}$, 0, -0.101, π .

正数:

{ };

非负整数:

{ };

整数:

{ };

负分数:

{ }.

8. 已知 a 是有理数,则下列判断:① a 是正数;② $-a$ 是负数;③ a 与 $-a$ 必然有一个负数,其中正确的有 _____ 个.

9. 学校对七年级男生进行立定跳远的测试,以能跳 1.7 m 及以上为达标,超过 1.7 m 的厘米数用正数表示,不足 1.7 m 的厘米数用负数表示.第一组 10 名男生成绩如下(单位:cm):

+3 -5 0 +6 +9 -8
 0 +3 +11 -4

第一组有百分之几的学生达标?

【答案】7. 3.14, +72, 0.618, $\frac{22}{7}$, π ,
 +72, 0 -2, +72, 0 -2.5,
 0.3, -0.101, 7.0 8.0 9. $\frac{7}{10} \times$
 100% = 70%

1.2 数轴、相反数与绝对值

知识 点拨

知识 点 1 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

注意:(1)数轴是一条直线,它可以向两方无限延伸;

(2)原点、正方向、单位长度是数轴的三要素,三者缺一不可.

数轴的画法:(1)画一条水平的直线;

(2)在这条直线上的适当位置选取一点 O 作为原点,并用原点表示数 0 ;

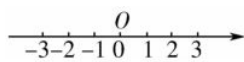


图 1-2-1

(3)通常把直线上从原点向右的方向规定为正方向,用箭头表示出来;(4)选取适当的长度作为单位长度,从原点向右,每隔一个单位长度取一点,依次表示为 $1, 2, 3, \dots$;从原点向左,每隔一个单位长度取一点,依次表示为 $-1, -2, -3, \dots$,就得到如图 1-2-1 所示的数轴.

注意:原点的选取、正方向的取向、单位长度大小的确定应根据实际需要而定.

例 1 图 1-2-2 中(1)~(5)表示的是不是数轴?若不是,请说明理由.

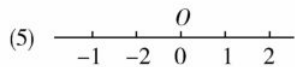
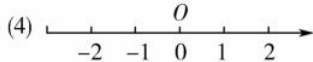
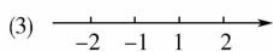
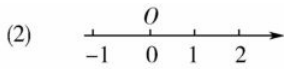
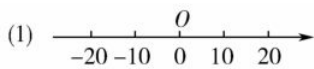


图 1-2-2

【点拨】要判断是不是数轴,只要看它是不是具备了原点、正方向和单位长度这三要素的直线.

【答案】(1)是数轴;(2)不是数轴,因为单位长度不一致;(3)不是数轴,因为没有原点;(4)不是数轴,因为这是一条射线,而数轴是一条直线;(5)不是数轴,有两处错误:一是没有方向,二是从原点向左依次应是 $-1, -2, -3, \dots$.

知识 点 2 数轴上的点与有理数之间的关系

数轴上有无数个点,且每一个点都表示一个数,不同的点所表示的数不同;每一个数只能用一个点来表示,不同的数可用不同的点来表示.

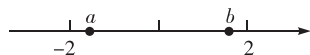
整合突破

1. 数轴上的点 A, B 的位置如图所示,则线段 AB 的长度为 ()



- A. -3 B. 5
C. 6 D. 7

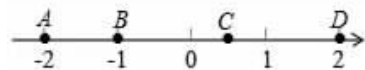
2. 有理数 a, b 在数轴上位置如图所示,则下列结论正确的是 ()



- A. $a+b > 0$
B. $a-b < 0$
C. $ab > 0$
D. $\frac{a}{b} > 0$

3. 如图,数轴上有 A, B, C, D 四个点,其中到原点的距离相等的两个点是 ()

- A. 点 B 与点 D
B. 点 A 与点 C
C. 点 A 与点 D
D. 点 B 与点 C



【答案】1. D 2. B 3. C

整合突破

4. 图中的点 A, B, C, D 各表示什么数?

任何一个有理数都能用数轴上唯一的一个点来表示,而数轴上的点表示的数不一定是有理数.

注意:原点右边的点表示正数,原点左边的点表示负数,零用原点表示.

例 2 画出数轴,并在数轴上标出表示下列各数的点:

$$6, -1.5, -3, 2\frac{1}{3}, 0.$$

【点拨】画一条水平的直线,取向右的方向为正方向(标上箭头);在直线适当的位置选取一点 O 为原点(本题所表示的数中,原点右边距原点最远的数是 6,原点左边距原点最远的数是 -3 ,因此原点可画在图的偏左部分),并用点 O 表示 0;选取适当的长度作为单位长度,从原点向右依次标上 1, 2, 3, \dots ,从原点向左依次标上 $-1, -2, -3, \dots$,在数轴上找出对应

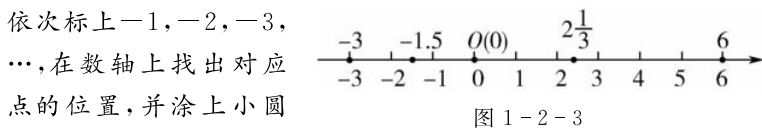


图 1-2-3

点.

【答案】如图 1-2-3 所示.

知识点 3 相反数

如果两个数只有符号不同,那么其中的一个数叫做另一个数的相反数,或者说它们互为相反数.如 $+3$ 和 -3 互为相反数, $+3$ 是 -3 的相反数, -3 是 $+3$ 的相反数.

0 的相反数是 0.

注意:(1)求一个数的相反数,只要在这个数的前面添上“ $-$ ”号即可, a 的相反数是 $-a$.

(2)表示互为相反数的两个点,在数轴上位于原点的两侧,并且与原点的距离相等,如图 1-2-4 所示, -1.5 和 $+1.5$ 互

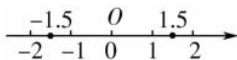


图 1-2-4

为相反数,表示这两个数的点到原点的距离都是 1.5 个单位长度.

例 3 填空:

(1) 2.5 的相反数是_____;

(2) _____是 -100 的相反数;

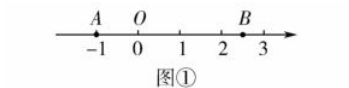
(3) $-5\frac{1}{3}$ 是_____的相反数;

(4) _____和 1.1 互为相反数;

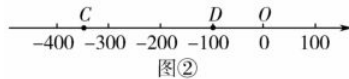
(5) 0 的相反数是_____;

(6)在同一条数轴上到原点的距离为 13 个单位长度的点表示的数是_____,它们是_____的数.

【点拨】(1) $2.5, -2.5$ 互为相反数;(2) $100, -100$ 互为相反



图①



图②

【答案】 $A: -1, B: 1.5,$
 $C: -350, D: -100.$

整合突破

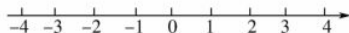
5. 2013 的相反数是

()

A. 2013 B. -2013

C. $\frac{1}{2013}$ D. $-\frac{1}{2013}$

6. 写出 $2, -3, \frac{3}{2}$ 的相反数,并在数轴上画出表示这六个数的点.



7. 已知数轴上 A, B 表示的数互为相反数,并且两点间的距离是 6,点 A 在点 B 的左边,则点 A, B 表示的数分别是_____.

【答案】5. B

6. $-2, 3, -\frac{3}{2}$, 图略

7. $-3, 3$

数;(3) $-5\frac{1}{3}$, $5\frac{1}{3}$ 互为相反数;(4) -1.1 , 1.1 互为相反数;(5)0的相反数是0;(6)同一条数轴上到原点的距离为13个单位长度的点,在原点左边表示的数是 -13 ,在原点右边表示的数是13,它们互为相反数.

【答案】(1) -2.5 ;(2)100;(3) $5\frac{1}{3}$;(4) -1.1 ;(5)0;(6)13和 -13 ,互为相反数.

知识点 4 绝对值的定义

(1)绝对值的代数意义:正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,0的绝对值是0.

(2)绝对值的几何定义:一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离.

(3)数 a 的绝对值记做 $|a|$,读作 a 的绝对值.

注意:(1)绝对值是数轴上表示一个数的点与原点的距离,因此离原点越远的点表示的数的绝对值越大;

(2)一个数是由它的符号和绝对值两部分组成的,确定一个数可以从符号和绝对值两个方面考虑.

例 4 求下列各数的绝对值.

$$-4, +\frac{3}{2}, 0, -0.5, 12.$$

【点拨】本题主要考查绝对值的意义,并会用运算符号来表示一个数的绝对值.

【答案】 $|-4|=4$, $|\frac{3}{2}|=\frac{3}{2}$, $|0|=0$, $|-0.5|=0.5$, $|12|=12$.

知识点 5 互为相反数的两个数的绝对值关系

互为相反数的两个数的绝对值相等;反过来,绝对值相等的两个数相等或互为相反数.

注意:(1)绝对值等于一个正数的数有两个,它们互为相反数;互为相反数的两个数的绝对值相等;绝对值等于0的数只有一个,就是0.

(2)因为正数的绝对值等于它本身,负数的绝对值等于它的相反数,所以两个绝对值相等的数,它们相等或者互为相反数.即如果 $|a|=|b|$,那么 $a=b$ 或 $a=-b$.

例 5 数轴的点 A 到原点的距离是8,则点 A 表示的数为()

A. 8 或 -8 B. 8 C. -8 D. 4 或 -4

【点拨】设点 A 在数轴上表示的数为 a ,根据绝对值的定义,绝对值等于一个正数的数有两个,它们互为相反数.

【答案】A

整合突破

8. 求下列各数的绝对值.

$$-2.5, +\frac{5}{4}, -0.12,$$

$$3.71, -\frac{2}{3}.$$

【答案】 $2.5, \frac{5}{4}, 0.12, 3.71, \frac{2}{3}$;

整合突破

9. $|-3|$ 的相反数是

()

- A. 3 B. -3
C. $|-3|$ D. 没有

10. 如果 a, b 表示的是有理数,并且 $|a|+|b|=0$,那么()

- A. a, b 互为相反数
B. $a=b=0$
C. a 和 b 的符号相反
D. a, b 的值不存在

知识点运用:

例6 李老师不小心把墨水洒在了如图1-2-5所示的数轴上. 请同学们帮助李老师把这条数轴补充完整, 并在补好的数轴上标出你喜欢的一个正整数、一个负整数、一个负分数.



图1-2-5

【点拨】根据数轴上的数的表示方法可知: 墨水覆盖的地方有3个整数, 分别是: 1, 0, -1.

解: 补全的数轴如图1-2-6所示, 标出的正整数是2, 负分数是 $-\frac{1}{2}$, 负整数是-2(答案不唯一).

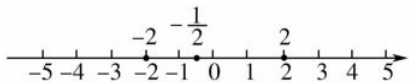


图1-2-6

例7 在数轴上有三个点A, B, C(如图1-2-7所示).

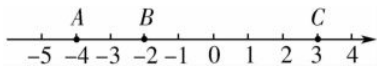


图1-2-7

(1) 写出数轴上距B点3个单位长度的点所表示的数;

(2) 怎样移动A, B, C中的两个点才能使三个点所表示的数相同(写出一种移动方法即可)?

【点拨】(1) 本题可直接根据数轴观察出A, B, C三点所对应的数. (2) 根据点的移动和数的大小变化规律即可回答. 此题方法不唯一, 移动其中任意两个点均可.

【答案】(1) 因为点B所表示的数是-2, 所以距点B 3个单位长度的点所表示的数为-5, 1.

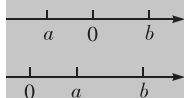
(2) 把A点向右移动2个单位长度, C点向左移动5个单位长度(答案不唯一).

11. 数轴上A, B, C, D分别表示a, b, c, d, 已知A在B右侧, C在B左侧, D在B, C之间, 则下列式子成立的是()

- A. $a < b < c < d$
 B. $b < c < d < a$
 C. $c < d < b < a$
 D. $c < d < a < b$

12. 已知 $|a+b| + |a-b| - 2b = 0$. 在数轴上给出a, b可能的位.

【答案】9. B 10. B 11. C 12.



1.3 有理数大小的比较

知识 点拨

知识点 1 正数与负数的大小比较

从一些生活实例中不难看出任何一个正数比任何一个负数都大, 当然首先就应知道小学所学习的一些数都是正数或0, 在小学就会进行对这些数大小的比较.

整合突破

1. 下列各数, 最小的是

()

- A. -3 B. 0
 C. $-\frac{7}{2}$ D. 0.001

例如:温度 $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ 比 $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ 高,珠穆朗玛峰比吐鲁番盆地高,从类似的大量事例受到启发:正数都比负数大,我们已经知道,正数都大于 0,负数都小于 0,也就是 0 大于负数,由此得出:

正数大于一切负数,一切负数小于 0

例 1 比较下列各组数的大小:

(1) -8.5 $\underline{\hspace{1cm}}$ 2 ; (2) 0 $\underline{\hspace{1cm}}$ -5 ; (3) $-\left(-\frac{1}{2}\right)$ $\underline{\hspace{1cm}}$ 0 ;

(4) $-(+3)$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $|-1.2|$.

【点拨】对(3)和(4)中的数先进行化简,再比较大小.

【答案】(1) $<$ (2) $>$ (3) $>$ (4) $<$

知识点 2 负数与负数的大小比较

两个负数的大小比较可从实际出发,如从温度、海平面下方的深度等来理解,结果会发现两个负数,绝对值大的反而小,绝对值小的反而大.另外,两个负数大小的比较与绝对值是紧密联系的,因此要掌握好绝对值的概念.此外,在以向右为正方向的数轴上的两点,右边的点表示的数比左边的点表示的数要大.利用数轴比较两个有理数的大小就很方便.

①两个负数,绝对值大的反而小.

②在以向右为正方向的数轴上,右边的数大于左边的数.

例 2 比较 $-\frac{1}{3}$ 和 -0.3 的大小.

【点拨】根据两个负数大小比较的步骤进行比较即可.

解:因为 $\left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, $|-0.3| = 0.3$, 而 $0.\dot{3} > 0.3$, 即

$\left|-\frac{1}{3}\right| > |-0.3|$, 所以 $-\frac{1}{3} < -0.3$.

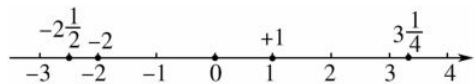
知识点 3 有理数的大小比较

在以向右为正方向的数轴上的两点,右边的点表示的数比左边的点表示的数大.

借助于数轴,可以方便、直观地比较两个有理数的大小.其方法是先在数轴上标出表示有理数的点,然后依据其在数轴上的位置来判断其大小.

例 3 将有理数 $-2, +1, 0, -2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{4}$ 用“ $<$ ”号连接起来.

【点拨】将各数标在数轴上,如图所示,由图可直观地得出各数的大小.



【答案】 $-2\frac{1}{2} < -2 < 0 < +1 < 3\frac{1}{4}$.

2. 比较大小:

(1) $-\frac{1}{10}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $-\frac{1}{9}$;

(2) $-(-0.5)$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $-\frac{1}{3}$.

【答案】1. $<$ 2. $<$, $>$

整合突破

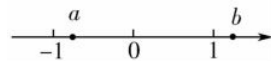
3. 下列说法正确的是 ()

- A. 0 是最小的有理数
- B. 在所有的负数中, -1 最小
- C. 0 是最小的整数
- D. 既没有最小的有理数, 也没有最大的有理数

【答案】D

整合突破

4. 有理数 a, b 在数轴上位置如图所示, 请把 $a, b, 0$ 用“ $>$ ”号连接起来.



例4 若 a 是小于 1 的正数, 试用“ $<$ ”将 $a, -\frac{1}{a}, \frac{1}{a}, -a, 0, -1, 1$ 连接起来.

【点拨】这个题目中要比较的数较多, 且含有字母, 直接比较较困难, 但 a 的范围由题已知, 可令 $a = \frac{1}{3}$, 则 $-\frac{1}{a} = -3, \frac{1}{a} = 3, -a = -\frac{1}{3}$, 从而比较出大小.

解: 利用特殊值法. 由于 a 是小于 1 的正数, 令 $a = \frac{1}{3}$,

$$\text{则 } -\frac{1}{a} = -3, \frac{1}{a} = 3, -a = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{因为 } -3 < -1 < -\frac{1}{3} < 0 < \frac{1}{3} < 1 < 3,$$

$$\text{所以 } -\frac{1}{a} < -1 < -a < 0 < a < 1 < \frac{1}{a}.$$

例5 正式篮球比赛时所用的篮球质量有严格规定, 下面是 6 个篮球的质量检验结果(用正数记超过规定质量的克数, 用负数记不足规定质量的克数): $-23, +10, -19, +25, +14, -35$. 如果你是某篮球队的教练, 你应为你的队员选从左到右数的第几号球. 并用你已学过的知识进行说明.

【点拨】解决此类问题的关键是找出绝对值最小的有理数. 绝对值越小, 说明误差越小, 所以先求已知几个数的绝对值, 选择绝对值最小的即可.

解: 应选从左边起第 2 号球. 理由是:

$$\text{因为 } |-35| > |25| > |-23| > |-19| > |14| > |10|,$$

所以应选从左边起第 2 号球.

5. 若 $0 < a < 1$, 则 $a, a^2, \frac{1}{a}$ 的大小关系是_____.

6. 若 a, b 都是小于 1 的正数, 且 $a > b$, 比较 $\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 的大小.

7. (1) 试用“ $<$ ”“ $>$ ”或“ $=$ ”“ \geq ”“ \leq ”填空:

$$\text{① } |(+4) + (+5)| \text{ _____ } | +4| + | +5|;$$

$$\text{② } |(-4) + (-5)| \text{ _____ } | -4| + | -5|;$$

$$\text{③ } |(+4) + (-5)| \text{ _____ } | +4| + | -5|;$$

$$\text{④ } |(-4) + (+5)| \text{ _____ } | -4| + | +5|.$$

(2) 根据(1)的结果, 请你总结任意两个有理数 a, b 的 和的绝对值与它们的绝对值的和的大小关系为 $|a + b|$ _____ $|a| + |b|$.

【答案】4. $b > 0 > a$ 5. $\frac{1}{a} > a > a^2$

$$6. \frac{1}{a} < \frac{1}{b} \quad 7. (1) =, =, <, <$$

$$(2) \leq$$

1.4 有理数的加法和减法

知识 点拨

知识点 1 有理数加法法则

- (1) 同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加;
- (2) 绝对值不相等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值;
- (3) 互为相反数的两个数相加等于 0;
- (4) 一个数同零相加仍得这个数.

例1 计算:

$$(1) (+2) + (-11); (2) (+20) + (+12); (3) \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right);$$

整合突破

1. 在括号里填上适当的数, 使下列等式成立.

$$(1) (-3) + (\quad) = -5;$$

$$(2) (\quad) + (-7) = +11;$$

$$(3) \frac{1}{6} + (\quad) = \frac{1}{2}.$$

$$(4)(-3.4) + (+4.3); (5)(-2.9) + (+2.9); (6)(-5) + 0.$$

【点拨】(1)、(4)两小题是异号两数相加,按照法则第2条求解;(2)、(3)两小题是同号两数相加,按照法则第1条求解;(5)小题按法则第3条求解;(6)小题按法则第4条求解.

$$\text{解:}(1)(+2) + (-11) = -(11-2) = -9.$$

$$(2)(+20) + (+12) = +(20+12) = +32 = 32.$$

$$(3)\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = -\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) = -\frac{7}{6}.$$

$$(4)(-3.4) + (+4.3) = +(4.3-3.4) = 0.9.$$

$$(5)(-2.9) + (+2.9) = 0.$$

$$(6)(-5) + 0 = -5.$$

知识点 2 有理数加法的运算律

(1)加法交换律: $a+b=b+a$;

(2)加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$.

在运用运算律时,一定要根据需要灵活运用,以达到简化的目的,通常有下列规律:

①互为相反数的两个数先相加——“相反数结合法”;

②符号相同的两个数先相加——“同号结合法”;

③分母相同的数先相加——“同分母结合法”;

④几个数相加得到整数,先相加——“凑整法”;

⑤整数与整数、小数与小数相加——“同形结合法”.

例2 计算: $(+6) + \left(+\frac{1}{4}\right) + (-3.3) + (+3) + (-6) + (+0.3) + (+8) + (+6) + (-16) + \left(-6\frac{1}{4}\right)$.

【点拨】根据算式的特点,可以先将正数和负数分别结合相加;另外我们还发现,在加数中,有的是互为相反数,有的是几个数相加得零,可以把它们分别结合再相加.

$$\begin{aligned} \text{解法 1:} & (+6) + \left(+\frac{1}{4}\right) + (-3.3) + (+3) + (-6) + (+0.3) \\ & + (+8) + (+6) + (-16) + \left(-6\frac{1}{4}\right) = \left[(+6) + \left(+\frac{1}{4}\right) + (+3) \right. \\ & \left. + (+0.3) + (+8) + (+6) \right] + \left[(-3.3) + (-6) + (-16) + \left(-6\frac{1}{4}\right) \right] \\ & = (+23.55) + (-31.55) = -8. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{解法 2:} & (+6) + \left(+\frac{1}{4}\right) + (-3.3) + (+3) + (-6) + (+0.3) \\ & + (+8) + (+6) + (-16) + \left(-6\frac{1}{4}\right) = \left[(+6) + \left(+\frac{1}{4}\right) + \left(-6\frac{1}{4}\right) \right] \\ & + \left[(-3.3) + (+3) + (+0.3) \right] + \left[(-6) + (+6) \right] + \left[(-16) + (+8) \right] \\ & = 0 + 0 + 0 + (-8) = -8. \end{aligned}$$

$$2. (1) 5.2 + (-7.1) = (\quad);$$

$$(2) (-1.125) + \left(+\frac{7}{8}\right) = (\quad);$$

$$(3) 9\frac{1}{7} + \left(-2\frac{1}{2}\right) = (\quad).$$

【答案】1. (1) -2 (2) 18 (3) $\frac{1}{3}$

2. (1) -1.9 (2) $-\frac{1}{4}$ (3) $6\frac{9}{14}$

整合突破

3. 计算:

$$(1) (-76) + (+27) + (+23) + (-24);$$

$$(2) \left(+1\frac{1}{2}\right) - (+5) + \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(+\frac{1}{4}\right) + \left(-5\frac{2}{3}\right);$$

$$(3) 4\frac{5}{12} + \left(-3\frac{3}{22}\right) + \left(-2\frac{5}{12}\right) + (-3.15) + \left(+1\frac{3}{22}\right).$$

【答案】3. (1) -50 (2) $-9\frac{3}{4}$
(3) -3.15

知识点 3 有理数的减法法则

减去一个数,等于加上这个数的相反数,用字母表示为 $a-b=a+(-b)$.

进行有理数的减法运算,需要注意的几点:

(1)在运用减法法则时,注意两个符号的变化,一是运算符号:减号变为加号,二是性质符号:减数变成它的相反数.

(2)减法法则不能与加法法则中的两个异号的数相加混淆.

例 3 计算:(1) $(-32)-(+5)$;(2) $(+2)-(-25)$.

【点拨】此题是有理数的减法运算,先按照减法法则将减法转化为加法,再按照有理数的加法进行计算.

$$\begin{array}{c} \text{减号变加号} \\ \downarrow \\ \text{解: (1) } (-32) - (+5) = (-32) + (-5) = -37. \\ \uparrow \\ \text{减数变相反数} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{减号变加号} \\ \downarrow \\ \text{(2) } (+2) - (-25) = (+2) + (+25) = 27. \\ \uparrow \\ \text{减数变相反数} \end{array}$$

知识点 4 加减法统一为加法

在进行有理数的加减混合运算时,可以通过有理数的减法法则把减法转化为加法,这就是把有理数的加减运算统一为加法运算,如: $(-8)-(-10)+(-6)-(+4)$ 是有理数的加减混合算式,通常利用有理数的减法法则将其转化为 $(-8)+(+10)+(-6)+(-4)$,统一为只有加法的运算.

在有理数加减运算中,通常把各个加数的括号和它前面的加号省略不写,如上式可写成 $-8+10-6-4$,变为省略括号和括号前面的加号的和的形式,称为代数和,读作“负 8、正 10、负 6、负 4 之和”,也可读作“负 8 加 10 减 6 减 4”.

例 4 将 $(+0.5)+(-2.3)-(+1.8)-(-0.2)-(+1)$ 写成省略加号的和的形式,并读出来.

【点拨】首先把加减法全部统一成加法,然后再省略加号和括号.

$$\begin{aligned} \text{解: } & (+0.5)+(-2.3)-(1.8)-(-0.2)-(+1) \\ & = (+0.5)+(-2.3)+(-1.8)+(+0.2)+(-1) \\ & = 0.5-2.3-1.8+0.2-1. \end{aligned}$$

读作“正 0.5、负 2.3、负 1.8、正 0.2、负 1 之和”,或“0.5 减 2.3 减 1.8 加 0.2 减 1”.

知识点运用:

例 5 阅读下面第(1)题中的计算方法,再计算第(2)题中式子的值.

整合突破

4. 计算:

(1) $(+7)-(-7)$;

(2) $(-13)-(+5)$;

(3) $(-\frac{1}{2})-(-\frac{3}{4})$.

【答案】(1)14 (2)-18 (3) $\frac{1}{4}$

整合突破

5. 计算:

(1) $(+7)+(-3)-(+5.5)-(-7.5)$;

(2) $(+16)+(-27)-(-6)+(15)+(+7)$.

【点拨】将带分数分解为一个整数和一个分数,然后重新组合分组:整数一组,分数一组,再分别计算求值.

$$(1) \text{ 计算: } -5\frac{5}{6} + (-9\frac{2}{3}) + 17\frac{3}{4} + (-3\frac{1}{2}).$$

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= [(-5) + (-\frac{5}{6})] + [(-9) + (-\frac{2}{3})] + \\ &+ [(+17) + (+\frac{3}{4})] + [(-3) + (-\frac{1}{2})] = [(-5) + (-9) + \\ &+ (+17) + (-3)] + [(-\frac{5}{6}) + (-\frac{2}{3}) + (+\frac{3}{4}) + (-\frac{1}{2})] = \\ &0 + (-1\frac{1}{4}) = -1\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 计算 } (-2008\frac{5}{6}) + (-2007\frac{2}{3}) + 4017\frac{2}{3} + (-1\frac{1}{2}).$$

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= (-2008) + (-\frac{5}{6}) + (-2007) + (-\frac{2}{3}) + 4017 + \\ &\frac{2}{3} + (-1) + (-\frac{1}{2}) = (-2008 - 2007 + 4017 - 1) + \\ &(-\frac{5}{6} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}) = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

6. 计算:

$$(1) -8\frac{3}{4} - 5\frac{7}{9} + 4\frac{1}{6} - 3\frac{2}{9};$$

$$(2) (-2015\frac{5}{6}) + (-2014\frac{2}{3}) + 4030\frac{3}{4} + (-1\frac{1}{2}).$$

【答案】5. (1) 6 (2) 17

6. (1) $-13\frac{7}{12}$ (2) $-1\frac{1}{4}$

1.5 有理数的乘法和除法

知识 点拨

知识点 1 有理数乘法法则

两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘.任何数同0相乘都得0.

(1)法则中的“同号得正,异号得负”是专指两数相乘,有理数乘法的运算步骤:①确定符号;②确定绝对值,计算结果.

(2)两数相乘时,第一个负因数可以不带括号,但后面的负因数必须带括号.

例1 计算:

$$(1) (-88) \times (-5); \quad (2) (-\frac{4}{9}) \times (+\frac{18}{19});$$

$$(3) (+1\frac{1}{5}) \times (-\frac{5}{36}); \quad (4) (-12.05) \times (-0.7).$$

【点拨】按照乘法法则,应先确定积的符号,再确定积的绝对值.

$$\text{解: (1)} (-88) \times (-5) = 88 \times 5 = 440.$$

$$(2) (-\frac{4}{9}) \times (+\frac{18}{19}) = -\frac{4}{9} \times \frac{18}{19} = -\frac{8}{19}.$$

整合突破

1. 计算:

$$(1) (-23) \times (-4);$$

$$(2) (+2\frac{2}{3}) \times (-\frac{6}{8});$$

$$(3) (-31.5) \times (+0.75).$$

【答案】(1) 92 (2) -2

(3) $-23\frac{5}{8}$