



Study on Fuzzy Value-at-Risk-based  
Portfolio Selection Optimization  
and Their Applications

# 基于模糊风险值的 投资组合优化及应用

| 李 菀 ◎ 著 |

■ 本书基于模糊投资组合研究现状，提出模糊风险值来度量投资风险，并在交易成本、投资退出风险，多期动态投资组合等方面对模糊投资组合优化进行了拓展性研究。

 中国金融出版社

# 基于模糊风险值的 投资组合优化及应用

李 菀 著

---

 中国金融出版社

责任编辑：肖丽敏  
责任校对：张志文  
责任印制：裴刚

### 图书在版编目（CIP）数据

基于模糊风险值的投资组合优化及应用（Jiyu Mohu Fengxianzhi de Touzi Zuhe Youhua ji Yingyong）/李莅著. —北京：中国金融出版社，2018.6  
ISBN 978 - 7 - 5049 - 9511 - 7

I. ①基… II. ①李… III. ①投资风险—研究 IV. ①F830.59

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 058727 号

出版 **中国金融出版社**

发行

社址 北京市丰台区益泽路 2 号

市场开发部 (010)63266347, 63805472, 63439533 (传真)

网上书店 <http://www.chinafph.com>

(010)63286832, 63365686 (传真)

读者服务部 (010)66070833, 62568380

邮编 100071

经销 新华书店

印刷 保利达印刷有限公司

尺寸 169 毫米×239 毫米

印张 9

字数 150 千

版次 2018 年 6 月第 1 版

印次 2018 年 6 月第 1 次印刷

定价 35.00 元

ISBN 978 - 7 - 5049 - 9511 - 7

如出现印装错误本社负责调换 联系电话 (010)63263947

# 前 言

投资组合优化问题是现代金融学和现代投资组合理论研究的核  
心问题，该问题研究的是如何把投资者的财富合理地分配到不同的  
资产中去，进而实现资金稳定快速增长并控制投资风险的目的。  
1952 年美国经济学家 Markowitz 在资产组合选择一文中首次从风险资  
产的收益率与风险之间的关系出发，讨论了不确定经济系统中最优  
资产组合问题。至此学界对于投资组合的优化研究迅速开展。本书  
基于模糊投资组合研究现状，从以下五个方面对模糊投资组合优化  
进行拓展研究：（1）模糊 VaR；（2）交易成本；（3）技术分析；  
（4）退出时间风险；（5）多期投资组合。

本书中我们通过构建一系列的模糊投资组合来更准确地预测未  
来收益与潜在风险，来对以上内容展开研究：（1）模糊 VaR 多目标  
投资组合模型（A Fuzzy VaR - based Multi - objective Portfolio Selec-  
tion Model）；（2）基于交易成本的多目标投资组合模型（A multi -  
objective portfolio selection Model with Transaction Costs）；（3）基于技  
术分析的模糊双变量投资组合模型（Portfolio Selection Models with  
Technical Analysis - based Fuzzy Bivandom Variables）；（4）退出风险  
下的模糊投资组合模型（Exit Strategy - based Fuzzy Portfolio Selection  
Models）；（5）基于模糊随机不确定性下的多期投资组合优化选择模  
型（Multi - Objective Portfolio Selection Model）。此外，为了对上述模

型进行求解，我们相应地改进基于模糊模拟的粒子群算法以解决上述问题。

本书由南京财经大学金融学院资助出版，深表感谢。由于笔者学术浅薄，该书中尚有很多不足之处，望批评指正。

# 目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究现状与动机	3
1.3 研究结构	4
第 2 章 文献综述与理论基础	8
2.1 文献回顾	8
2.2 理论基础	12
2.2.1 模糊集	12
2.2.2 模糊随机变量	17
第 3 章 基于模糊风险值的多目标投资组合模型	20
3.1 背景	20
3.2 问题阐述	22
3.2.1 研究动机	22
3.2.2 构建模型	23
3.3 模型求解方法	24
3.3.1 特殊情形下的求解方法	24
3.3.2 一般情形下的解决方案	28
3.4 数值示例	32
3.5 IPSO 表现	34
3.5.1 与其他算法相比较	34
3.5.2 VaR - MOPSM 优化结果与现存模糊投资组合优化模型的	

比较 .....	35
3.6 VaR - MOPSM 与传统方法的实证比较 .....	38
3.7 小结 .....	42
<b>第4章 带有交易成本的多期模糊投资组合模型 .....</b>	<b>43</b>
4.1 背景介绍 .....	43
4.2 问题描述 .....	44
4.2.1 分段式线性交易成本 .....	44
4.2.2 数学模型 .....	45
4.3 改进算法 .....	47
模糊模拟 .....	47
4.4 数值实例 .....	49
4.4.1 10 只股票—数据实验 .....	49
4.4.2 FMOPSM - TC 和其他模型比较 .....	51
4.5 小结 .....	54
<b>第5章 基于技术分析与模糊双重随机变量的投资组合模型 .....</b>	<b>56</b>
5.1 背景知识 .....	56
5.2 问题阐述 .....	57
5.2.1 动机: 技术分析 .....	57
5.2.2 模糊双重随机变量的证券收益 .....	59
5.2.3 模型构建 .....	60
5.3 求解方法 .....	66
5.3.1 模糊随机模拟 .....	67
5.3.2 改进的粒子群算法 .....	68
5.4 数值实验 .....	69
5.4.1 FBVaR - PSM 和 FBS - PSO 的数值检验 .....	70
5.4.2 FBVaR - PSM 和 FPSM - VaR 比较 .....	72
5.5 小结 .....	74
<b>第6章 退出策略对模糊投资组合优化的影响评估 .....</b>	<b>75</b>
6.1 背景知识 .....	75

6.2 问题描述	76
6.2.1 研究动机	76
6.2.2 数学模型	77
6.2.3 退出策略下的模糊投资组合模型	78
6.2.4 EL 和 EP 属性分析	81
6.3 ES - FPSMs 和 FPSMs 求解	83
6.3.1 基于 EL 和 EP 的模糊模拟	83
6.3.2 粒子群优化算法	84
6.4 数值实验讨论	85
6.4.1 实验 I : ES - FPSMs 和 FPSMs 区别	85
6.4.2 实验 II : 关于退出策略进一步研究	92
6.5 纽约股票市场上的真实应用	94
6.6 小结	98
<b>第 7 章 基于模糊随机不确定性下的多期投资组合优化选择模型</b>	<b>100</b>
7.1 背景知识	100
7.2 研究动机	101
7.2.1 股票收益—模糊随机变量	101
7.2.2 动态风险/期望值	102
7.3 数学模型	104
7.3.1 数学模型	105
7.3.2 属性分析	106
7.4 一般解决算法	110
7.4.1 模糊随机模拟	111
7.4.2 MF - PSO 算法	112
7.5 实验结果	113
7.5.1 问题描述	113
7.5.2 MFPS 和 MF - PSO 表现	114
7.5.3 MFPS 和其他现存模型之间的数值比较	118
7.6 小结	122

第 8 章 结论与展望 .....	123
8.1 结论 .....	123
8.2 未来展望 .....	124
参考文献 .....	125

# 第1章 绪 论

## 1.1 研究背景

投资组合优化问题是现代金融学和现代投资组合理论研究的核心问题。该问题研究的是如何把投资者的财富合理地分配到不同的资产中去，进而实现资金稳定快速增长并控制投资风险的目的。1952年美国经济学家 Markowitz 在资产组合选择一文中首次从风险资产的收益率与风险之间的关系出发，讨论了不确定经济系统中最优资产组合问题。Markowitz 提出的经典均值—方差(M-V)模型是以资产期望收益来度量“收益”，以资产收益的方差作为风险度量，在风险一定的情况下，追求资产组合期望收益的最大化；或者在资产组合期望收益一定的情况下，追求风险最小化的投资组合策略。资产组合均值—方差理论是现代投资组合理论，也是整个金融理论的奠基石。在 M-V 模型基础上，对于投资组合最优配置问题引起不少学者的广泛关注，并且取得了丰富的研究成果，20世纪60年代产生了 Sharpe 的资本资产定价理论、Fama 的有效市场假说，70年代产生了 Ross 的套利定价理论、Black-Scholes 期权定价公式、Merton 的连续时间金融理论以及 Jensen 和 Meckling 的委托代理理论、90年代 Kahneman 和 Tversky 开创的行为金融理论以及以在险价值为基础的风险管理理论。

资产组合理论有着很广泛的实际应用，主要有以下两个方面：第一，资产的最优配置，也就是依据决策人对风险的承受能力和对收益的预期程度的不同按一定的优化准则选择最优资产组合，在一般基金的管理、保险基金的管理、养老基金的管理、企业的投融资等方面有着较为广泛的应用。第二，资产的风险管理。风险管理除了主动规避风险的方法外，最主要的风险管理技术有两种：一是通过构造资产组合来分散风险，二是利用衍生产品构造适当的套期比

对资产进行套期保值。事实上，这两种风险管理的技术方法都充分运用了资产组合理论。

由于证券市场是高度复杂系统，证券收益和风险都是不确定的，这使投资者要在一个不确定环境下作出投资决策。在决策分析中事件不确定性是一种普遍存在的现象。通常来说，事件的不确定性大概可以分为两大类，即随机不确定性和模糊不确定性。事件的随机不确定性是指事件发生与否的不确定性，通常是用概率论来进行描述；而事件的模糊不确定性是指其本身所处系统状态的复杂性及投资者思维判断的主观性导致的边界不明确的不确定性，它是以模糊集合理论来进行刻画。随机不确定性是指事件外在因果不确定性，而模糊不确定性是指事件内在结构不确定性。从信息论的角度来分析，随机性仅涉及信息的量，而模糊性则牵涉到信息的含义，由此可见，模糊性是比随机性更深刻的不确定性。特别是在主观认识领域，模糊性比随机性显得更加重要。

在现实金融市场中，投资者在决策过程中，经常受到心理、经验、意见等多重因素影响，而这些因素多是模棱两可、含混不清的。Huang 概括总结了影响投资回报的主要有如下三大类因素：一是经济环境影响，包括财政政策、货币政策、通货膨胀和一些国家发生的政治事件比如选举、动乱等。二是债券所在行业的影响，诸如一些促进行业发展或者阻碍其发展的因素，如进出口指标、税费调整、供不应求还是供大于求，还有政府政策等。三是公司业绩表现，公司业绩好坏直接影响该公司股票收益。投资者是非常敏感的，有时候一些小道消息都会大幅度地影响投资者们的决策。

事实上，我们不难发现投资决策过程就是一个投资者主观认识的过程。投资者要依靠股票的历史价格、专家意见和知识，按照个人风险偏好来作出投资决策。通常情况下证券投资涉及社会、经济、政策、法规等多个领域。证券投资的不确定性也涵盖了多个方面。比如说股票未来的成交量、股票未来的收益等。证券市场错综复杂、瞬息万变，使投资者对收益目标值的满意程度会经常发生变化。鉴于以上事实，投资者很难在瞬息万变的证券市场中准确预测证券收益的概率分布。因此，资产收益很大程度上表现为模糊不确定性，证券市场中存在着大量模糊现象。如何在一个模糊不确定环境中进行合理的投资决策呢？一般来说，需要投资者将定量分析方法和定性分析方法相结合，有效地利用好专家的知识和经验，掌握好已有的市场投资信息，结合个人的风险偏好，这样才能作出正确的投资决策。

## 1.2 研究现状与动机

如何描述证券收益的模糊性呢? 1965年, Zadeh 首先提出模糊集的概念, 利用隶属函数来刻画元素对集合隶属程度的连续过渡性, 进而构建了模糊集合理论, 提供了对模糊现象进行定量分析的办法。为了区分随机性和模糊性, Zadeh 在 1978 年提出了可能性理论。可能性理论被称为模糊集理论发展的里程碑。1978 年诺贝尔经济学奖得主 H. samllson 曾经批评经典的决策理论的诸多假定太过严格, 难以在现实中实现, 他建议用满意原则替代优化原则, 从管理科学的角度对决策理论和方法提出了类似模糊化的要求。参照多目标决策原理, Bellman 和 Zaden, Nahmias 提出了模糊决策的基本模型, 将决策者不能精确定义的概念、参数以及时间都作为模糊集合进行处理。这种灵活的选择方式与柔性的数据结构大大加强了模型适应现实的能力。然而, 可能性测度一个最大弱点就是没有自对偶性, 这样就导致存在极端情况的可能性, 即一种方案成功的可能性为 100%, 其失败的可能性也同样可能为 100%。这样就需要有一种测度体系, 既与概率论平行又可以刻画模糊变量, Liu 于 2002 年提出可信性测度的概念, 之后对其逐步完善, 并最终建立可信性理论。

模糊投资组合的研究始于 20 世纪 90 年代, Junzo Watada 研究了当证券收益为模糊状况下的组合优化模型, 之后大量的研究成果, 集中在模糊环境下推广 Markowitz 的均值—方差思想, 比如 Tanaka 和 Guo、Wang 和 Zhu、Zhang 等、Bilbao-Tero、Lacagnina 和 Pecorella、Huang 等分别提出了不同模糊情况下的均值—方差模型, Fang 等、Vercher 等、Gupta 等提出了不同模糊情况下的均值—半绝对偏差模型。Huang 提出了基于可信性测度的模糊均值—半方差、均值—风险等模型, 并运用混合遗传算法求解, W. G. Zhang 提出了均值—标准差模糊投资组合模型, Li 等提出了均值—方差—偏度、均值—熵、均值—又熵模糊投资组合模型。与此同时, 一些学者研究随机、模糊混合环境下的投资组合决策, 如 Ammar、Hao 提出了模糊随机投资组合模型, Hasuike 等提出了随机模糊投资组合模型。

如何准确地预测投资未来的风险和收益是投资组合理论的核心问题, 学者们研究了更多有效的风险度量方法, 下偏风险便是其中一种, 下偏风险 (Downside Risk) 包括 (CVaR, VaR, CaR, EaR), 指投资收益率低于目标收

益率的概率或者程度,作为不同于方差的风险测量方法,它能够更直观地反映出投资的可能最大损失,有助于投资者作出投资决策。S. Wang 把 VaR 应用到模糊集中,作为一个风险度量,根据投资者指定一定的风险水平下,构建了基于模糊风险值 (Fuzzy VaR) 的投资组合模型, B. Wang 构建了基于模糊 VaR 的多目标投资组合模型,并用模糊模拟和粒子群算法来解决该组合模型。Jianwei Gao 用模糊 CVaR 替代方差,建立了均值 - CVaR 模型。此外,研究人员发现投资者风险偏好也在很大程度上影响投资决策, R - C Tsaur 对投资者行为进行分析,研究了三种不同类型的投资态度对投资决策的影响。李婷考虑了背景风险对投资组合的影响。

然而,迄今为止,大部分的投资组合模型仍假定投资环境具有随机不确定性,并且基于概率论来处理这种不确定性。然而,在现实生活中模糊性比随机性的应用更为广泛,尤其是在主观认识领域,模糊性比随机性的应用更为广泛。我国的证券市场与西方金融市场相比较,仍然处于起步阶段,历史数据本来就比较缺乏,即使是有限的历史数据,也因为金融市场的快速发展而显得作用不大。再加上新兴市场国家各种制度和法规的缺乏、投资产品不丰富、金融对冲工具缺少等诸多问题,使依赖于历史数据建立起来的数学模型往往会偏离实际情况。在现实投资中,投资者们往往会依赖专家的投资意见,然而专家给出的意见往往是“10%左右,大约3个百分点”之类的基于历史数据和个人经验估计出的非精确数值,具有主观不确定性。传统的随机方法很难准确描述证券未来的收益概率分布,而模糊投资组合优化方法能够反映社会、心理、历史价格、专家意见等多种主观因素,更好地适应我国金融市场的实际情况,从而有助于投资者作出合理的投资决策。而目前为止,基于模糊方法建立投资组合模型的相关研究还不够充分,有待更广泛深入的研究。

### 1.3 研究结构

鉴于上述分析,我们发现目前有关模糊投资组合的研究刚刚起步,仍在探索阶段。基于模糊投资组合研究现状,本书从以下方面对模糊投资组合研究进行扩展讨论:(1)模糊在险值;(2)交易成本;(3)技术分析;(4)退出时机风险;(5)动态投资组合。基于模糊集理论,我们提出了模糊在险值,且根据投资现实,解决实际投资问题,构建了相关模型。此外,针对上述不同模

型，我们也对相关启发式算法进行了改进，本书结构为以下内容：

第1章绪论部分着重介绍本研究背景、研究现状与动机、研究内容、研究方法以及创新点。

第2章文献回顾及理论基础。理论知识部分介绍本书的理论基础，包括模糊变量、可能性理论、可信性理论以及模糊随机变量及其相关定义和运算，为后续研究奠定理论基础。

第3章我们提出了模糊风险值 (fuzzy VaR)，并构建了模糊多目标模型 VaR - MOPSM。该模型以期望值、方差和模糊风险值为标准来评估投资组合。模糊风险值在一定的置信水平下能够表明最大的投资损失，并且期望值和方差能够保证收益的稳定性。使用 VaR - MOPSM，投资者能够在未来收益与潜在风险之间达到平衡，从而作出更合适的投资决策。VaR - MOPSM 是一个非线性的多目标优化问题，不能通过线性规划或其他简易算法来解决。在本章中我们提出了基于模糊模拟的粒子群算法。粒子群算法在处理优化问题方面的有效性已被证明，但是面临着局部收敛的问题，本章中利用逃跑速度和粒子初始位置来解决局部收敛问题。此外，多目标模型被分解为三个单目标模型，我们得到各自的优化结果，构成理想帕累托解，接着我们使用距离度量来评估 IPSO 下产生的最优化选择。在本章最后一部分，我们通过一些实证和数值实验来对 VaR - MOPSM 与传统模型进行比较。

第4章基于前面提出的模糊多目标投资组合模型，我们构建了带有交易成本的模糊多目标投资组合模型 (FMOPSM - TC)，其中我们视交易成本为分段式线性函数。与之前考虑交易成本的研究相比，我们构建的模型在以下方面有所创新：第一，FMOPSM - TC 中我们使用模糊风险值为风险度量，其可以直接反映投资最大损失；第二，不同于相关研究中把交易成本视为固定值，本章中交易成本为分段式线性函数，随着交易量的变化而改变，更加贴近现实；第三，本章还考虑了不同类型的投资者的风险态度，并且在算法方面，我们可以基于不同投资者风险偏好得出不同投资建议。此外，我们介绍了基于模糊模拟的多目标粒子群算法，不同于改进的粒子群算法，我们加入了风险态度系数考虑不同投资者的风险偏好。最后本章进行了数值实验来检验相关模型和算法，并对不同模型 FMOPSM 和 FMOPSM - TC 进行了比较，结果证明所提出的 FMOPSM - TC 模型能够提供给投资者更全面的投资信息，帮助他们在真实情况下作出投资决策。

第5章中基于技术分析,使用模糊双重随机变量构建了投资组合选择模型(FBVaR-PSM)。本章中我们做了以下创新:首先,在FBVaR-PSM模型中,我们观察了所选股票的历史价格,观测某交易时间内股价上升和下降的次数,计算股价上行和下行的概率,并且据此我们把未来股票收益预测为模糊随机双变量;其次,VaR的数量分析方法被扩展到模糊双随机VaR来度量投资组合风险。当模糊随机双变量为单一三角形、梯形或高斯分布时,为求解所构建模型,我们首先提出几个定理,利用线性规划来求解。通常情况下,我们提出了基于模糊模拟的粒子群算法FBS-PSO来对所构建模型求解。为了验证所提出模型和算法的有效性,我们进行了相关数值实验,考虑不同风险态度,此外我们也在FBVaR-PSM和FPSM-VaR之间进行对比,来验证我们所提出模型的有效性。

第6章讨论了退出策略对现存模糊投资组合模型的影响。在股票市场中,退出意味着投资者基于内部或外部原因将售出他所持有的股票,特别是股票价格高于投资者的预期或低于其容忍度,这也是投资者在投资区间所要面对的问题。目前有相当多的文献研究关于模糊理论来处理投资组合的不确定性。然而,并没有相关研究来考虑退出策略的影响,而一旦股价波动出期望范围,投资者便倾向于退出市场。本书中改进现存的模糊投资组合模型来解决投资者的退出策略问题。我们设定损失退出点(EL)与收益退出点(EP)来确定投资者的退出时间。我们用EL和EP来改进传统的模糊投资组合模型,并得到基于退出策略的模糊投资组合模型ES-FPSMs。我们也使用之前改进的粒子群算法FS-PSO来对上述优化问题求解。为了检验FPSMs和ES-FPSMs的区别,我们进行了一些数值实验,结果显示本章所提出的ES-FPSMs能够给投资者提供更实际和有效的投资决策。此外,在控制投资风险上,所提出的退出策略模型也优于传统投资组合模型。本章最后,我们讨论了在不同情景下如何来设定合适的EL和EP值,并且把模型和算法应用到实际中来检验其有效性。

第7章讨论了时间不一致性下的多期模糊投资组合的优化问题。基于前面相关文献研究,我们发现大部分把投资组合优化视为单期问题,也就是说假定投资初期作出的资本分配方案一直到投资末期是静止不变的,然而该假设是与投资者本能相冲突的。由于投资者在投资期间总是倾向于根据实时投资结果来改变投资策略,因此,很自然的,我们考虑把现存的单期研究扩展到多期投资组合优化研究中。然而现存大部分研究在一个投资区间都把风险/期望值水平

视为一个固定值，但是这两个值会受到前期投资结果和投资者风险态度影响。例如，当前期  $t-1$  的真实利润高于投资者预期，当他觉得下一期投资组合的时候，更容易承担较大的风险，也就是说，当投资者有多余财富时，投资期间的风险约束值  $t$  可以变宽松。另外，如果收益低于预期，投资者倾向于更为风险厌恶。因此，本章我们在构建投资组合模型时，将考虑动态风险约束和期望值水平。标准多期投资组合问题作为一个难以分割的问题被认为不能够找到最优解。此外，动态风险/期望—收益水平和模糊随机变量使本章中模型的构建更加困难，且现行研究方法中没有完全类似的步骤可以参考。因此，本章研发了一个基于多期模糊随机模拟的粒子群算法（MF-PSO）来对所构建模型寻找近似最优解，其中，模糊随机模拟用于计算投资组合的风险和收益，多期粒子群算法用于解决整个优化问题。本章研究的主要贡献：一是我们构建两个带有动态风险/期望—收益值（MFPS）多期模糊随机投资组合模型，来对时间不一致性偏好投资者讨论他们实际投资行为和真实投资组合表现；二是我们设计了一个基于多期模糊随机模拟的粒子群算法（MF-PSO），并且进行实证应用来证明其有效性。

第8章总结与展望，本章中我们对前面几章节的内容进行了总结，并对未来的研究方向与研究内容进行了展望。

## 第2章 文献综述与理论基础

### 2.1 文献回顾

有关投资组合选择问题的研究可以追溯到20世纪30年代，英国经济学家希克斯1935年在 *Economics* 上发表一篇名为《关于简化货币理论的建议》的文章，提出了分散化投资的思想。在该文中，他提出风险是多个风险投资所遭受的全部风险，而不是简单地等于各个风险投资所遭受的风险之和，而希克斯对投资组合问题的研究仅仅算是雏形，他只对该问题进行了简单的描述性分析，并未对资产的选择和投资比例进行深入的分析，因而无法形成一个完整的理论体系。Markowitz 于1952年在 *Journal of Finance* 上发表了“投资组合选择”(Portfolio Selection)，证明了“不要把鸡蛋放在同一个篮子里”的这个思想，阐述了如何通过投资组合分散投资风险，达到收益最大化的目的。在该文中 Markowitz 建立了著名的均值—方差 (M - V) 模型，该模型建立在一个无摩擦的市场上，投资组合的收益和风险分别用均值和方差来度量。1959年，Markowitz 又出版了同名著作，进一步系统阐述了他的投资组合理论和方法。所谓投资组合，就是把投资者的财富合理地配置到若干种资产上（如股票、债券、外汇和不动产等），进而实现投资者所持有的资产收益持续稳定地增长，同时尽可能地减少风险。Markowitz 首次利用风险资产的期望收益和收益的方差来度量资产的收益和风险，运用数理统计的方法来研究投资组合问题。从那以后，风险管理才算进入真正的量化分析时代。在风险管理研究领域，人们对金融市场的不确定性还停留在单一的随机性上，尤其在证券投资中，人们常常把不确定性与风险混为一谈。Sharpe 认为金融市场中的不确定性表示无法根据确定性进行预测，进而将它作为风险的同义词使用。鉴于上述分析，风险等同于不确定性，而这种不确定性又等同于随机性。过去人们对证券市场的