

自序

KECHENG JIAOSHI KETANG

课程·教师·课堂

——中美数学课程改革比较和研究

李士琦 李业平 © 主编

ZHONGMEI SHUXUE KECHENG
GAIGE BIJIAO HE YANJIU



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

自序

课程，作为内容和教学方面的要求，在各国的教育体系中处于建构及推进学生学习的中心地位。课程改革在政策和实践两个方面一直是一种启动和实施大规模教育改革的重要途径。中国的中小学课程改革已经持续了二十多年。无论是中央和地方的行政部门、学术团体，还是各级学校的教师，对此都有密切的关注。

数学作为一个核心学科，受到了来自各方面广泛的、特别的重视和关心，同时也受到特殊的挑战。课程并非独立存在，在整个教育过程中与许多不同方面和环节密切地联系着。事实上，课程设计和教材编制是基础和起点。而课程、教材的思想，最终要落实到课堂教学的实施之中，以改进学生的学习。教师们承担着操作实施的重担，是课程实施的中坚力量，在执行和可能的灵活变化中扮演着关键的角色。教师对课程政策和实践的理解，他们具备的有关课程和教学专业知识的强弱，对提高数学教育的水平有不可低估的，甚至决定性的作用。所以宏观地看，将课程、教师、课堂三者联系起来予以关注，着眼于实际，探究其中的一致性和连贯性，将有助于课程改革总结经验、反思问题和吸取教训。本书为此创设了一个特定的焦点，试图聚焦于这三个方面的交汇点，开展探究。其中，教师可以看作为一个中枢。同时，我们又加上了中美之间的比较和研究这样一个国际的视角。本书的主题设立，可以追溯到三次中美双边的研讨会：2008年在美国得州农工大学举办的数学教育研讨会，2009年在美国南加州举办的数学教师教育研讨会和2010年在上海华东师范大学举办的数学课程·教师·课堂研讨会。虽然中美两国有不同的文化和教育体制，但适当地对比和分析，共同分享和相互学习，有其特定的价值，以期得到对我们自己有益的结论和启示。

具体地说，本书主要覆盖三个方面：

1. 课程比较与课程实施中教师的应知和所知。其中包括5章：乘、除法关系课程单元的跨文化比较（忻燕苹，郭兆明，刘佳），教学所需的数学专业内容知识：以等值分数的变换为例（丁美霞等），基于几何问题情境的高中教师的数学素养研究（苏洪雨）等。这些研究主要关注中美两国的课程异同，以及相关的教师为适应改革而需要学习、反思和调整的知识、理念和方法。

2. 教师专业发展的途径和实践。这部分有3章：中国教师教育与课程改革的由来及在数学教育中的作用（郇中丹，祝静，李建华），美国数学教师专业发展方法选介（韩雪，李业平），如何运用关键性教学事件分析支撑中国式数学课例研究（杨玉东），这些文章描述了中美两国数学教师专业教育和发展的现状和特色，并提供了具体的专业发展的案例研究。

3. 教学实施过程及教师的地位和作用。这部分有5章：基于数学新课程标准的中美数学课堂教学分析：同课异构案例研究（黄荣金，吴平生，刘永东），用字母表示数的教学挑战：初中数学教师的个案研究（黄兴丰等），课堂环境与学生学习表现因果关系的准实验研究（丁锐，马云鹏）等。它们都聚焦了实际课堂教学情境中的教师行为和思想，细致分析了课堂教学过程和方法，提炼的研究结论指出了蕴含的优点，也提示了课程实施中存在的不足和问题。

从研究视角方面讲，本书的文章可以分成两类，一类是中美两国的比较，一类是对国内现状的研究。从研究方法看，大多数文章采用了实证性研究的方法，重视论据的采集和分析，强调了所提炼的研究结论的可靠性。所以，本书总体的篇幅不算大，但每一章专题研究的篇幅并不小，因为它们对研究方法和过程的陈述，对数据的表达和分析比较完整和详尽。这对读者，尤其对愿意学习规范的数学教育研究方法的研究生、数学教师和教研员来说，提供了一批好的样板和范例，值得仿效和学习。这也是本书编纂的目的之一。

我们深切期望，本书能对中美两国的课程改革乃至整个数学教育发展产生实实在在的影响和推动作用。

本书主编

目 录

课程比较与课程实施中教师的应知和所知

- 课程标准和教科书：中美预期课程以建构学生的数学学习 \ 李业平，马亭亭 \ 2
- 乘、除法关系课程单元的跨文化比较 \ 忻燕苹，郭兆明，刘佳 \ 19
- 教学所需的数学专业内容知识：以等值分数的变换为例 \ 丁美霞，李小保，李业平，顾娟 \ 43
- 基于几何问题情境的高中教师的数学素养研究 \ 苏洪雨 \ 61
- 新课程背景下拉萨市藏族初中数学教师 PCK 发展现状的个案研究 \ 陈碧芬，唐恒钧，宋乃庆 \ 85

教师专业发展的途径和实践

- 中国教师教育与课程改革的由来及在数学教育中的作用 \ 邝中丹，祝静，李建华 \ 102
- 美国数学教师专业发展方法选介 \ 韩雪，李业平 \ 113
- 如何运用关键性教学事件分析支撑中国式数学课例研究 \ 杨玉东 \ 128

教学实施过程及教师的地位和作用

- 基于数学新课程标准的中美数学课堂教学分析：同课异构案例研究 \ 黄荣金，吴平生，刘永东 \ 150
- “同上一节课”看教师如何实施新课程 \ 李俊 \ 180
- 用字母表示数的教学挑战：初中数学教师的个案研究 \ 黄兴丰，龚玲梅，汤炳兴，杨惊雷，田中 \ 198
- 课堂环境与学生学习表现因果关系的准实验研究 \ 丁锐，马云鹏 \ 215
- 透视新课程中的数学课堂教学 \ 张楠，李业平 \ 241

课程比较与课程实施中教师的应知和所知

课程比较与课程实施中教师的应知和所知

高洁 1

2014年第1期

课程比较与课程实施中 教师的应知和所知

课程比较与课程实施中教师的应知和所知

课程比较与课程实施中教师的应知和所知

课程标准和教科书：中美预期课程以建构学生的数学学习

美国得州农工大学

李业平 马亭亭

1 引言

人们普遍认为课程标准和教科书在学校教育中发挥着重要作用。从政策角度来说，课程标准作为一种官方文件阐述了不同教育系统中学生要学习哪些有价值的知识。教科书作为课程的具体体现，配合课程标准，为日常教学活动提供具体和实践性的指导。为了提高学生数学学习成就，研究者一直关注课程改革，这些课程改革为不同教育系统下的数学教学和学习带来了一系列的变化^[1-2]。然而，鉴于美国教育史上提高学生学业成就的课程改革频繁失败，人们开始质疑建构学生数学学习的指导性文件——课程标准和教科书的质量和性质。

教育研究中，监测和了解课程对学生学习的影响已有很多。20世纪五六十年代，常用直接和定量的方式研究课程材料对学生成就的影响，不考虑课程实施过程^[3]。在第二次国际教育成就评价协会(International Association for the Evaluation of Education Achievement, IEA)的国际研究中，研究者通过监测学生学习的机会对课程贡献做了进一步的研究^[4-5]。国际数学与科学趋势研究项目(Trends in International Math and Science Study, TIMSS)的课程研究结果表明，四、八年级的美国课程中要求学生所学的内容呈现成“分裂状态”^[6]。以往的跨国研究结果也表明，课程材料是影响学生成就的关键因素之一^[5,7-8]。虽然先前研究常建议提高美国课程的质量和标准^[6,9-10]，但对于课程影响学生学习的性质和过程尚不清楚，比如，教师如何使用和遵循课程标准开展课程教学，在教学过程中如何运用教科书，以及课程标准和教科书是否具有 consistency，以便为构建数学教学和学习发挥持续性指导作用。

学校教育中，通常我们很难验证课程标准和教科书之间的一致性。但是，如果课程标准和教科书不一致，教师在使用教科书备课时将出现问题，尤其是当重大考试以课程标准为指导，而不以教科书为准的时候。教师的工作量已经很大，让教师找出不一致的地方并作出相应调整不大现实。这种情况下，课程标准和教科书指导的性质受到质疑。考虑到课程标准和教科书是由不同

实体开发的，课程标准和教科书的一致性因此成为一个重要的问题，需要认真研究。

本文将对中美建构学生学习的课程和指导进行比较研究。美国的教育体系是分权制，而中国的教育体系是集中制，统一建立课程标准。中美教科书的开发和出版过程也不相同^[11-13]。两种教育体系的差异有助于带来有益的比较结果，对数学课程和教师教育理解有独特价值^[14]。同样，跨体系差异也为研究和理解中美课程的指导程度和一致性提供了独特机会。

2 研究背景

2.1 课程指导对课堂教学作用的研究

课程标准和教科书是为了给课堂教学和学习提供课程指导。但课程标准和教科书提供的课程指导的范围和性质通常只是假设，并且未被很好地理解。已有研究可以帮助我们理解课程标准和教科书为课堂教学所提供的指导。相关研究可分为三类：(1)教科书研究；(2)教师教科书使用研究；(3)美国不同州课程标准的一致性研究。特别地，一些研究注重检验和评估教科书内容和教学特征^[15-16]。所含内容主题的差异已成为影响学生成绩的一个重要因素^[5]。相关研究也显示在教科书中嵌入教学检验功能的可行性和重要性^[15]，并且是从不同教育体系的角度^[6,17-20]。结果表明，虽然美国课程文件处于“分裂状态”^[6]，但不同教育体系对于“学生需要学什么”和“学生能够学什么”有不同期待^[6,21]。跨国研究结果往往呼吁人们提高美国数学课程标准和数学教科书的质量。

虽然在很多教育系统中教科书通常被认为是规范教学内容的一个重要因素^[22-23]，但是，教学实施过程也会受到教师个人思想和计划的影响^[24-25]。在课堂研究中，检验课堂材料与教师之间的相互作用是一个相对较新的尝试^[26]。在美国^[27-30]和中国^[31]，已有大量针对教师教科书的教學使用情况进行的研究。虽然多数研究认为课堂材料与教学实施内容存在一定差异，但在美国，研究揭示教科书范围对数学教学和学习存在显著差异^[32]。由于教师教科书的使用是学校教育课堂实施过程的一部分，了解教师关于运用教科书发展教学指导的想法和做法还需要进一步地研究，从而掌握哪些知识和技能可以帮助教师有效利用教科书。

如果只考虑课程标准，研究者检验了美国各州课程标准在规定“学生需要学什么”和“学生能够学什么”是否一致^[33]。结果表明：美国不同州的课程标准在学校数学方面有不同的期待。例如，各州在具体内容的年级安排之间存

在巨大差异。一些州把分数除法安排在六年级开始，而其他州安排在七年级。某种程度上，研究结果证实了美国分权制教育系统的共识。同时，结果也表明我们需要检验和了解每个州的课程指导，而非把美国作为一个整体来研究。因此，在本项研究中，我们重点研究美国一个州如何使用该州课程标准和教科书为课堂教学提供指导。

2.2 课程标准和教科书一致性的检验框架

为了检验中美两国课程标准和教科书所提供的课程指导，本研究建立了一个系统的课程材料分析框架。不同的教育体系中，课程标准和教科书都是用来指导和帮助课堂教学的。我们首先对各教育体系内部的课程标准进行跨年級分析。

1. 教育体系内部的课程内容及其在课程标准和教科书中的一致性

对于课程内容及其描述，我们分析该内容在课程标准和教科书中的年级安排及跨度，目的是了解理想的课程中学生何时、如何学习该内容可以获得更好的发展，进而分析课程标准和教科书之间的一致性。对此，我们从三个方面考虑课程对具体内容的安排：

- (1) 年级。
- (2) 已有知识。
- (3) 课程标准和教科书中课程内容的描述和安排。

2. 教育体系内部教学期待及其在课程标准和教科书中的一致性

对于教学期待的内容和描述，我们旨在揭示理想的课程期待学生如何学习具体内容。课程标准中的教学期待可以直接从文本中辨析，教科书中的教学期待可以通过以下方面得到检验：

- (1) 数学期待：教科书的内容呈现是对数学主体中概念的具体化。
- (2) 学习期待：教科书内容，不同表征方式，不同的内容呈现方法（如，传统方法，问题解决导向方法，或是两者的结合）。
- (3) 表现期待：教科书关于学生学习以及在分析练习题中获得的观念、技巧、能力、态度等方面的发展。

进而，分析教育体系内部课程标准和教科书教学期待的一致性。我们再利用体系内部的一致性结果进行跨体系的比较。跨体系比较从内容主题、教学期待两个方面进行。比较的目的是揭示中美课程标准和教科书提供的课程指导的一致性。

3 研究问题

美国的教育体系是分权制，没有国家统一的课程标准，只有州内课程标

准。所以我们选择得克萨斯州的课程标准为代表，与中国课程标准进行比较。得克萨斯州是一个大州，有着较为完善的基础设施，而且得克萨斯州有独立的课程委员会，审批州内中小学教材。我们假设州内审批的教科书与州内数学课程标准相一致。

考虑到课程标准和教科书涉及许多课程内容，对这些内容一一分析工作量巨大。所以，我们选择一个内容主题，以分数除法为例分析课程标准和教科书的一致性。分数除法是程序明确的，可以简单理解为“逆运算和乘法”。但是，这个主题概念很多，有一定难度，因为这个主题的理解需要和其他数学知识、多种表征、真实世界情境之间建立起联系^[34-36]。事实上，分数除法在不同国家的教学处理不同^[16]，并且选用的教学方法也不同^[35]。这样，分数除法在不同国家课程中的差异是研究课程标准和教科书一致性的一个很好的背景。

总体来说，本研究以分数除法为例，回答以下两个问题：

(1) 得克萨斯州和中国的课程标准和选用的教科书在何种程度上为分数除法的教学和学习提供内容依据？得克萨斯州和中国各自的课程标准和教科书是否一致？

(2) 得克萨斯州和中国对分数除法的教学和学习有怎样的教学期待？课程标准和教科书的一致性如何？

4 研究方法

4.1 数据来源

为了阐述有关分数除法的内容容量和课标与教材的一致性问题，我们分别选择了中国和得克萨斯州的相关课程文本。

研究选用了中国的课程标准和包含分数除法内容的三套教科书。中国的小学阶段，国家执行中国教育部颁布的统一的数学课程标准《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》^[37]。

本研究选用的中国教科书有：北京师范大学出版社《义务教育课程标准实验教科书 数学》(五年级下册)；江苏教育出版社《义务教育课程标准实验教科书 数学》(六年级上册)；人民教育出版社《义务教育课程标准实验教科书 数学》(六年级上册)。这三个版本的教科书选用率很高，例如，人教版的教科书在中国的选用率达 25% 以上^[38]，这是一套每个年级约有一千多万学生使用的教材。

美国得克萨斯州的数学课程标准为《得克萨斯州核心知识和技能》(Texas

Essential Knowledge and Skills, TEKS), 其中仅在七年级数学中有对分数除法的要求, 学生要能够“表征包括分数、小数在内的乘法和除法情境, 包括具体实物、图片、文字、数字”, 并且“使用加减乘除解决分数和小数的问题”^[39]。

根据得克萨斯州教育部对六、七、八年级数学教材的审批情况, 本研究选用了六套教科书: (1)《数学: 课程 1》(得克萨斯版)^[40], 六年级选用; (2)《得克萨斯数学: 课程 2》^[41], 七年级选用; (3)《数学: 课程 2》(得克萨斯版)^[42], 七年级选用; (4)《早期代数》(得克萨斯版)^[43], 七、八年级选用; (5)《代数基础 1》^[44], 七年级选用; (6)《得克萨斯数学联系 2: 分数运算》^[45], 六年级选用。

4.2 数据分析

研究中, 我们通过分析课程标准和选用的教材来确定分数除法的课程内容。首先明确分数除法各内容的年级安排, 进而对其他相关材料进行分析。

所有课程材料都由其原始语言进行分析, 必要的情况再翻译成英语。数据分析过程包括反复阅读课程材料和建立编码两部分。编码主题根据上述框架建立, 然后四个研究者共同讨论, 最终确定。通过构建编码, 可以分别对中美课程标准和教科书中的分数除法内容及教学期待进行分类、综合、结构化。

特别地, 研究者对课程标准和教科书的分析使用了双重体系。第一个分析体系关注内容, 确定每套教科书是哪个年级选用, 每个章节用于哪个年级, 并通过阅读前面的章节来确定需要学生掌握哪些已有知识。然后, 再对每册教科书分数除法章节的表述进行再次编码, 其中表述包括: 问题的类型(例如, 分数除以整数, 整数除以分数, 分数除以分数, 文字题等), 呈现的顺序以及运算法则。

第二个分析体系关注教学期待。依照研究框架, 我们将期待分为三类: 数学期待、学习期待、表现期待。

第一, 数学期待包括四个子类:

- (1) 概念, 例如, 课程材料呈现将分数除法理解为乘法的逆运算;
- (2) 程序, 例如, 课程材料要求学生给出解题的运算过程;
- (3) 关注除法过程的程序和概念理解, 例如, 课程材料要求学生利用多种图片、数学表征来理解除法过程或解决问题;
- (4) 关注乘、除关系的程序和概念理解, 例如, 课程材料要求学生理解分数除法概念并解决问题。

第二, 学习期待包括两个方面:

- (1) 表征——使用的表征模式, 例如, 图片表征或操作;

(2)教科书用来呈现内容的方法：

- 传统方法：给出概念和程序，然后给出例题；
- 问题解决导向的方法：让学生解决一些问题，通过问题解决的过程发展概念、程序；
- 例题和问题导向方法的结合。

第三，学生表现的期待包括三个方面：

- (1)概念理解——要求学生阐述对于分数除法概念的理解；
- (2)程序技能——要求学生执行算法来解决问题；
- (3)能力——给出一个问题，要求学生将问题转换成数学表达式，然后求解。教科书中的标准和练习可以被归属于多个类别或是子类。

5 研究结果

研究结果主要关注上述两个研究问题，分两个部分呈现：(1)分数除法的内容容量和呈现；(2)课程材料中对分数除法教学和学习的期待。每一部分中，再对中国和美国得克萨斯州的案例分别介绍。

5.1 分数除法内容的容量和阐述

5.1.1 中国课程标准和教科书

从年级来说，中国的课程标准要求学生在四年级到六年级学习分数(包括分数除法)。在所选的三套教科书中，北师大教材在五年级给出分数除法的内容，人教版和苏教版在六年级给出分数除法的内容。教科书中分数除法的年级安排与课程标准的要求一致。

就预备知识而言，苏教版和人教版的分数除法被安排在了分数乘法的后边，北师大版的教材将分数除法安排在分数乘法和立方体的后边。课程标准没有提供对分数除法的预备知识的要求。

课程标准中没有关于分数除法的描述，而是提到通过分数除法发展学生数感(包括概念理解，估算能力以及用数学解决日常问题)，让学生学会如何进行分数计算。三套中国教科书关注解决分数除法的日常问题。北师大版的教材中包括倒数，分数除以整数，一个数除以分数，解决日常问题。苏教版教材中，包括分数除以整数，整数除以分数，分数除以分数，解决日常问题。人教版教材包括分数除法的意义，解决日常问题，比的含义和性质，比的运算和应用。

5.1.2 美国得克萨斯州课程标准和教科书

《得克萨斯核心知识和技能》(TEKS)是得克萨斯州通过的公立学校学生

课程标准，在七年级学习分数除法的概念。同样，教科书《代数基础 1》，《得克萨斯数学：课程 2》和《数学：课程 2》经得克萨斯州审批用于七年级；《得克萨斯数学联系 2：分数运算》和《数学：课程 1》（得克萨斯版）用于六年级。但 TEKS 和《数学：课程 1》（得克萨斯版）将分数除法安排在七年级。《早期代数》（得克萨斯版）是唯一一套特别针对七年级和八年级的教材。

从六年级开始，TEKS 要求学生学习分数的加减法以及分数的恒等形式作为分数除法的预备知识。除了《早期代数》（得克萨斯版）以外所有教科书都是先介绍分数加减，然后再介绍分数乘除。所有的教科书都在介绍分数除法之前介绍分数乘法，重写不恰当的分数，找分数的等价型，转换，排序，化简分数。

在 TEKS 中，分数除法部分仅要求学生知道如何解决包括分数除法的问题，并用模型表征解题过程。教科书中，每套教科书开始都会利用图片模型（圆、正方形、比萨等）介绍分数除法，同时要求探索分数除法的意义（例如，1 里边包含多少个五分之一）^[40]除了《得克萨斯数学：课程 2》，每本教科书都是首先介绍整数除以分数，然后是分数除以分数，然后是分数除以整数，最后是混合分数除法。《得克萨斯数学：课程 2》介绍了分数除法的两个内容，但是顺序相反。接下来，教科书介绍倒数的概念和乘法的逆运算，让学生练习在给定的分数中找出相应的倒数。除了《代数基础 1》和《得克萨斯数学联系 2：分数运算》以外，所有的教科书又让学生解决分数除法问题，要使用乘以倒数的方法。随后，给出一些数字和文字的例题，解题过程一步一步地给出，最后是练习。

相比之下，《代数基础 1》给学生介绍了两种不同的算法，“超巨星 1 方法”和“颠倒相乘法”。学生在课上练习这两种方法，下课时最终选出一种自己喜欢的方法。《得克萨斯数学联系 2：分数运算》不给学生任何算法，但是在每个小节（整数除以分数，分数除以分数，分数除以整数，混合分数除法）后都让学生自我检测。四套教科书，《代数基础 1》《得克萨斯数学：课程 2》《数学：课程 2》（得克萨斯版）和《数学：课程 1》（得克萨斯版）让学生进行错题分析，学生需要说出所给的解法正确还是有误，并评价他们自己的方法，通过这种训练，给学生提供了论证概念理解和分数除法运算的机会。《得克萨斯数学：课程 2》和其他教材不同，它全部使用突变表征分数除法的解释和问题，但它的独特之处在于它的教师用书建议教师通过诗歌给学生分数除法运算的语言表征。《数学：课程 2》（得克萨斯版）的独特之处在于教给学生如何使用计算器解决分数除法问题。所有的教科书都有需要学生进行推理和判断的问题（例如，“解释除以一个分数和乘法有什么关系。”“利用一个整数除以分数的

模型解释你的推理。”)^[43]。

5.2 分数除法教与学的数学期待

5.2.1 数学期待

1. 中国的课程材料

中国课程标准既注重分数除法的概念理解也注重运算的流畅。例如，课标要求计算并探索分数除法的数学法则。

中国的教科书同样注重概念理解和运算的流畅。具体来说，北师大版教材要求学生探索、理解分数除法的意义，探索计算方法并准确计算；苏教版教材的数学期待包括探索分数除法和分数乘法之间的联系，探索计算方法；人教版教材要求学生能够理解和掌握分数除法的运算法则。例如，苏教版教材通过一个例题论证 $4 \div \frac{1}{2} = 4 \times 2$ ，然后让学生思考互为倒数的 $\frac{1}{2}$ 和 2 之间的关系^[46]。

更重要的是，希望学生能够认识到分数除法是整数除法的拓展，也是分数乘法的逆运算。教科书论述了分数除法和整数除法之间的关系，以及分数乘法的求逆。例如，人教版教科书在分数除法引入部分有一道例题，问题是：如果一盒糖果 100 克，3 盒糖果一共多重？^[47] 教科书给出了表达式 $100 \times 3 = 300$ (克)，又给出 $100 \text{ 克} = \frac{1}{10} \text{ 千克}$ ，也就论证了 $100 \times 3 = 300$ (克) 和 $\frac{1}{10} \times 3 = \frac{3}{10}$ (千克) 是相等的这个分数乘法问题。然后又问到如何利用已知信息提出一个分数问题？随后是一个整数除法的问题：如果 3 盒糖果重 300 克，每盒糖果多重？然后给出 $300 \div 3 = 100$ (克)，或 $\frac{3}{10} \div 3 = \frac{1}{10}$ (千克) 这个分数除法问题。为了进一步解释整数除法和分数除法之间的关系，教科书将这个问题延伸到：如果我有 300 克糖果，每盒 100 克，我有多少盒糖果？这个问题可以这样来解： $300 \div 100 = 3$ (盒)，或 $\frac{3}{10} \text{ (千克)} \div \frac{1}{10} \text{ (千克/盒)} = 3$ (盒)。人教版教材通过克和千克的单位转换，在分数除法、整数除法和分数乘法之间建立起了联系。

另一个例子是北师大版教材中的案例：如果将一张纸的 $\frac{4}{7}$ 分成 3 份，每一份有多少？教材用图片表征一张纸的 $\frac{4}{7}$ ，以及 $\frac{4}{7}$ 的 $\frac{1}{3}$ ，表明将 $\frac{4}{7}$ 除以 3 结果和 $\frac{4}{7}$ 的 $\frac{1}{3}$ 相等。^[48]

通过这些案例可以看出，中国教科书注重将分数除法的概念理解为分数

乘法的逆运算。

2. 美国得克萨斯的课程材料

TEKS 中对于分数除法要求学生能应用分数的加减乘除解决问题和判断解决方案的合理性。该标准注重运算过程的理解而不是概念本身。《数学：课程 1》(得克萨斯版)，《早期代数》(得克萨斯版)和《数学：课程 2》(得克萨斯版)将重点放在概念理解的过程上。这些教材通过解释倒数的计算过程来阐述分数乘法的概念。《得克萨斯数学联系 2：分数运算》注重程序的概念理解。书中的问题鼓励学生利用图纸或模型去寻找解决问题的方法，不给学生提供现成的算法。相比之下，《代数基础 1》利用了多种模型，例如，分数柱形图、图表、比例和百分数图象，以及“Giant 1”代数模型。就是说，这些教材更注重通过模型来进行分数运算过程的理解。《得克萨斯数学：课程 2》注重学生理解分数除法的意义。教科书使用多种表征和现实生活的例子来解释这个概念。另外，教科书还注重概念理解的过程(模式化分数除法问题和解)和问题解决。

5.2.2 学习期待

1. 中国课程材料

中国课程标准在分数除法的学习中注重解决日常问题。与课程标准的学习要求相一致，教材中的计算题也强调解决问题的重要性。例如苏教版教材中的六个问题都取自日常生活，要求学生利用分数除法的知识去解决^[46]。通过图形，图表及符号表示，要求学生应用分数除法的相关知识探索解决日常问题的方法。

中国教材分数除法这一主题的一个显著特征是应用符号表示来解决问题。这三套教材都要求学生使用符号表示来解决问题。人教版教材的分数除法部分，问题解决部分的所有问题都要求使用符号。在北师大版教材中，计算题这样给出：6 个学生在操场跳绳，他们占在操场所有学生的 $\frac{2}{9}$ ，操场上一共有多少学生?^[48]为了解决这一问题，学生会列出下面的方程 $x \times \frac{2}{9} = 6$ ，这里的 x 表示操场上的学生总数。这个方程可以这样来解： $x \times \frac{2}{9} \div \frac{2}{9} = 6 \div \frac{2}{9}$ ， $x = 6 \times \frac{9}{2}$ ， $x = 27$ 。通过学习如何使用符号表示解决教材中日常生活中的问题，帮助学生达到课程标准中规定的解决日常问题的学习目标。

利用分数除法解决问题这部分学习目标的另一个特征是利用乘法表征来解决问题。例如，人教版教材为了解决一个问题，常采用三种表征方式，包

括图形表示(线图),文字表示和符号表示。北师大教材中,解决完一个用符号表示的问题之后,经常提出的另一个问题是:“是否还有其他方式解决这个问题”。如中国课程标准所述,学习教材中一个问题的多种表征方式和解决途径,可帮助学生提高解决问题的能力。

在导向这一方面,三套中国教材都结合了传统导向和问题解决导向。中国教材使用大量问题实例帮助学生提高解决问题的技能,而非仅仅关注计算程序的流畅。例如,苏教版的教材在分数除法的引言部分就提供了一个利用分数来解决问题的例子,并关注分数除法计算的流畅性^[46]。接下来,提出了一些开放性问题,例如“应该用什么方法计算”“看到左边那幅图你能想到什么”以及“ $\frac{1}{2}$ 和2之间有什么关系”等。苏教版教科书的编者希望学生通过解决问题来构建他们的分数知识体系。借助传统例题示范分数除法的计算过程,再结合建构主义观点通过问题解决发展学生独立学习的能力。中国教材为学生的分数学习设立了学习目标。

2. 美国得克萨斯州的课程材料

TEKS 要求学生可以“使用模型表征分数和小数的分数情境,包括实物、图片、语言、数字”。这表示希望用多种模型来帮助学生建立起对分数概念的理解,而不仅依赖于语言和运算法则。《数学:课程1》(得克萨斯版)、《早期代数》(得克萨斯版)和的《数学:课程2》(得克萨斯版)结构相似。“核心概念”部分也将使用算法解决分数除法问题作为数学程序方面的目标。这些教材用传统方法来呈现对学生的学习期待,教材提供例题和解,然后让学生检测他们的进步程度。通过这些重复的计算,教材试图让学生掌握计算过程,而不是像其他教材,如《代数基础1》,用文字语言帮助学生学习。通过这些方式,学生对相关信息进行认知,排除不相关信息干扰,然后转换成他们学习分数除法时所需要的知识,这一过程体现了学生的算法能力和理解。教材还将问题决策概念理解作为目标。例如,学生必须解释“为什么 $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ 这一答案行得通”。《得克萨斯数学联系2:分数运算》要求学生通过多种表征模型,例如,图片、自己画的画以及实物,来达到学习预期。

5.2.3 表现期待

1. 中国课程材料

中国课程标准从以下几方面阐述了分数除法部分的表现期待:知识与技能,数学推理,问题解决,情感和态度。首先,根据知识和技能的要求,学生要能运用数字及数学符号表示日常数学问题,并加以解决。第二,通过观察,实验及探索,要求学生发展数学推理和数学交流的能力。第三,要求学

生理解问题，应用所学的数学知识，采用多种方法解决问题，通过问题解决，学会与同伴交流与合作。第四，希望学生能带着好奇心积极地参与到数学学习中，在学习过程中建立自信心，学会将数学和日常生活相联系，探索数学问题。

中国教科书与课程标准中提出的知识与技能、数学推理、问题解决、情感态度四维目标是一致的。在练习题方面，所有上述的要求都得到了体现。例如，北师大版教材要求学生计算： $6 \div \frac{3}{5}$ ， $6 \div \frac{3}{4}$ ， $6 \div 1$ ， $6 \div \frac{3}{2}$ ， $6 \div \frac{5}{2}$ ^[48]。进而，要求学生围绕这些数学表达式，解释结果并和同伴交流。通过完成这些练习，可以培养学生分数除法的计算技能、数学推理、问题解决以及积极的学习态度。同样，苏教版教材要求学生能够准确计算，对日常问题列出方程，探索计算方法，与同伴交流，探索解决问题的方法，并解释问题解决的过程。例如，让学生解释为什么分数除法的运算法则可以用多种方法解释。另外，苏教版教材中分数除法的计算问题可以反映出教材对学生的表现期待。例如，“如何计算整数除以分数？分小组讨论。”“比较两个例题中的两个方程，思考如何计算分数除以整数，并分组讨论。”“能否通过乘以除数的倒数来计算分数与分数的除法？尝试先用代数方法再用其他方法，看结果是否相同。”^[46]除了代数方法计算分数除法，苏教版的教科书希望学生通过自己的逻辑思维，思考、解释、判断来建构他们的分数除法知识^[49]。另外，教材还关注了学生分数除法的问题解决技能和学习态度。

2. 美国得克萨斯的课程材料

《数学：课程1》(得克萨斯版)主要关注技能和能力。章节的内容一半是要求学生阐述使用算法求解问题的技能，一半是让学生建立一个分数除法问题，然后正确求解的能力，两部分比重分配均衡。另外，这套教材通过让学生进行错题分析来评价学生的概念理解，让学生判断给出的解答是否正确，例如，要求学生“构建一个模式来解释为什么 $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$ ”。

类似地，《早期代数》(得克萨斯版)的学习期待关注学生选用问题解决方法的能力，而不是呈现解答或问题解决。教材对学生的表现期待主要是学生的程序技能方面。多数的练习题都是简单的分数除法计算，例如， $\frac{1}{2} \div \frac{6}{7}$ 。要求学生使用算法进行运算，但是仅有两次关注概念理解的学生表现期待，例如，“解释除以一个分数和乘以一个分数有怎样的关系。对你给出的原因举出一个实例，这个实例要含有模式……”，也只有少数问题关注学生将问题转

化成数学表达式的能力。

《代数基础 1》通过让学生讲出教材中两个算法的由来，并实践两种方法来检验学生是否达到了表现期待。《得克萨斯数学：课程 2》利用一些图片表征和问题解决的问题，但是多数是要求学生使用算法得出结果。24 个问题都是训练学生执行算法的技能，4 个问题侧重概念理解，9 个问题训练学生将问题转化成数学表达式的能力。《数学：课程 2》(得克萨斯版)共有 51 个问题，其中，34 个问题是简单的计算，如， $\frac{3}{8} \div \frac{1}{4}$ 。其他是文字问题，例如“做意大利面需要煮 6 杯水，你用来量水的量杯单位是 $1\frac{1}{2}$ 杯，你需要量多少次？”。这些问题都体现了对学生的技能表现和能力表现方面的期待。《数学：课程 2》(得克萨斯版)还教授如何使用计算器进行必要的分数和混合运算。计算器的使用介绍也体现了对学生的技能期待。在《得克萨斯数学联系 2：分数运算》中，分数除法的章节特别注重学生在概念理解方面的表现期待，要求学生在解决分数除法问题时辨别模式、使用表征以便可以写出他们自己的算法。在学生确认了算法的可行性之后，给他们进一步安排任务，检测他们的能力和技能表现。

6 讨论和结论

结果表明，所选的两个案例在分数除法教学中内容容量和内容描述都存在不一致情况。总的来说，中国三套教材不一致的地方比较少，和中国课程标准的一致性比较好。相比之下，美国的六套教材在内容主题的年级安排、内容描述和期待三个方面表现出较大的不一致。所以，美国 TEKS 和美国教科书只能说大致一致，但细节上不一致。具体来说，TEKS 和美国教材在内容容量和内容描述方面比教学更加一致。对于跨国比较，中国课程标准和教材的一致性比美国得克萨斯州的要好。跨国比较的共性和差异表明中美教师(特别是这一研究中的美国得克萨斯州)在发展、计划课堂教学时所面对的障碍。

就中国的案例而言，我们可以假设集中制的教育系统更加利于其课程标准和三套审批的教科书之间的一致性。事实上，中国的教科书在被学校选用之前是需要经过统一审核同意的。教材和课程标准的一致性审核通过的重要标准^[12]。这种对一致性的重视必然会使教师将更多的精力放在课堂教学内容的选择上，而不必过多担心教科书是否和课程期待相一致。然而，与此同时，较好的一致性会限制教师课程设计的自主性。