·名师指点自学丛书·

名师指点学物理

高中三年级

张同恂　主编

广东教育出版社

名师的新奉献

——出版者的话

《名师指点自学丛书》初中部分自1998年7月面世以来，深受广大读者的欢迎，仅半年多的时间，就在广东、广西、湖北、湖南、河北、山西、陕西、云南等八个省（区）重印发行。为适应高中读者的需求，这套丛书的新版已配齐高中部分。这样，本丛书从1999年秋季起，就包含了初中三个年级和高中三个年级的语文、英语、思想政治、历史、数学、物理、化学、地理、生物9科，计有：初中部分22种，高中部分23种，合计45种，以满足初、高中各年级各学科读者的需求。

若问这套丛书有哪些特点？概括地说，这套丛书根据国家教育部《关于推进素质教育调整中小学教育教学内容、加强教学过程管理的意见》精神编写，有如下三个显著的优点和特色：

首先，各科主编都是名师。本丛书各科主要聘请人民教育出版社富有经验的、编写该学科教材的专家当主编，并邀请北京市一批中学特级教师、高级教师参与撰写。语文科，由人民教育出版社编审庄文中任主编，他主持过普通高中语文教学大纲的编订和普通高中语文课本的编写工作。数学科，由人民教育出版社编审蔡上鹤任主编，他是人民教育出版社九年义务教育初中数学系列教材的主编，享受国家级突出贡献专家待遇。英语科，由人民教育出版社编审唐钧任主编，她多次参加中学英语教学大纲的编订工作和中学英语教材的编写工作，是课程教材研究所学术委员会委员。物理科，由人民教育出版社编审张同恂任主编，他多次参加建国后中学物理教学大纲的编订工作及全国中学物理教材的编写工作，并主持编写供21世纪用的高中物理教学大纲及高中物理新教材。化学科，由北京市中学化学教学研究会学术委员会委员、特级教师冬镜寰任主编。历史科，由人民教育出版社编审臧嵘任主编，他主编过九年义务教育历史教材的中国古代史部分，并主持普通高中历史教学大纲的制订工作，享受国家级突出贡献专家待遇。地理科，由人民教育出版社编审陈尔寿任主编，他多次主持过建国后地理教学大纲的编写工作，主编过九年义务教育初中地理教材和普通高中地理教材，享受国家级突出贡献专家待遇。生物科，由人民教育出版社编审叶佩珉任主编，她主持过制订九年义务教育初中生物教学大纲和普通高中生物教学大纲，主编过初中生物教材和高中生物教材，享受国家级突出贡献专家待遇。思想政治科，由北京市海淀区教师进修学校原副校长、中学特级教师沙福敏任主编，她享受国家级突出贡献专家待遇，是原国家教委委任的现行新编中学思想政治教材编写委员会委员。俗语说："名师出高徒。"由名师牵头并有北京50多位有高级职称的专家精心撰写的读物，必将产生良好的效应。

其次，本丛书的编写构思独具匠心。这套丛书不像一般的教辅读物那样对学生进行与教材同步的辅导，要求学生做大量的课后作业，而是另辟蹊径，采取分章、分单元综合讲解的方法，通过分析、综合，钩玄提要，帮助学生进一步加深对知识的理解。在剖析重点、难点时，着重从整体性、规律性上画龙点睛地指出知识体系的来龙去脉，使新知识有机地融合在学生已有的知识体系中。在能力训练上，丛书还安排三个层次的训练，即：掌握基础知识的能力训练；知识转化为技能技巧的迁移能力的训练；并以此为基础进而注重进行创新思维能力的训练。这三个层次能力训练的特色，在丛书的高中部分中显得尤为突出。

再次，本丛书是由全国多家教育出版社联袂策划出版的，是出版界横向联合发挥整体效应的一个样本。目前教辅读物可谓林林总总，但真正称得上是精品的教辅读物并不多见。而编辑出版精品教辅读物，是我们这些出版社多年来所追求的目标。我们认为，要使教辅读物达到精品的要求，必须具备选题新、作者强、内容精、构思巧、编校严、印制精等特点，本丛书的编写、编校和印制等工作正在朝着这一目标不懈地努力。

为了使本丛书成为名副其实的教辅读物精品，我们每年将根据教学大纲和教材的变动情况修订一次；更欢迎广大师生在使用中提出改进意见，以便通过修订使其更臻完善。

前　言

《名师指点学物理》高中部分分为高中一年级、高中二年级、高中三年级三册，各册均按照国家教委颁布的《高中物理教学大纲》和高考《物理考试说明》的要求编写，旨在为正在学习或复习物理的同学提供及时、详尽的指点，以帮助同学们把基础知识理解清楚，把一些看起来简单的基本问题弄透彻，把所学的知识联系起来，融会贯通，切实打好基础，并学会应用物理知识解决物理问题，掌握方法，提高能力。

《名师指点学物理》兼顾不同层次学生的接受能力，尽可能囊括高中物理学习中遇到的主要问题，围绕重点、难点和关键点进行详尽的讲解，并力求深入浅出、准确明晰、详略得当。

在内容的编排上，《名师指点学物理》(高中三年级) 紧密配合复习考试，分十一个单元编写，每单元包括"复习内容"、"专题解析"和"能力测试"三部分。"复习内容"对本单元考试要求的知识进行精心的归纳总结，并给出基本题示例，以利于同学们在学习中特别是在复习时把握进度、调整方向、达到事半功倍的效果；"专题解析"为同学们勾勒出专题进行详细解析，务求使同学们能够攻克难点，深入地掌握知识；并通过对例题进行具体分析，力求透彻讲清分析问题的思路，引导同学们学会对具体问题进行具体分析，学会正确的解题方法，从而提高推理和判断能力、分析和综合能力；"能力测试"为同学们提供了精选的测试题，内容丰富，覆盖面广，题型多样，有难有易，其中不乏新颖独到的题目。同学们通过测试，对巩固和加深所学的知识，对综合运用知识和提高能力，做好应试的准备，会有较大的帮助。

《名师指点学物理》(高中三年级) 的编者有：

周誉蔼　北京市特级教师，北京市兼职教研员，北京市教育学院兼职教授。

洪安生　北京市特级教师，北京市海淀区教师进修学校教研员。

梁敬纯　高级教师，北京市兼职教研员。

王天谡　高级教师，北京市东城区教研中心物理教研室主任。

王珉珠　高级教师，北京人大附中教务主任。

目　　录

第一单元

质点的运动

复习内容

一、考试要求

质点的运动这部分知识，是力学部分的基础知识之一，也是考查的一个重点．一方面，可以专门出题考查有关的基本概念和规律，另一方面，在很多综合题中都要涉及到有关质点的运动的有关知识．以下4个部分是各种考试经常考查的：

1．关于运动的基本概念．机械运动和质点是 A 级要求的概念，位移、速度、加速度是最重要的三个概念，要求比较准确、深刻地理解它们并能在实际问题中应用它们，还要能区别位移和路程、速度和速率、时间和时刻、瞬时速度和平均速度、线速度和角速度、直线运动中的加速度和曲线运动中的加速度等等．

2．直线运动，主要是匀变速直线运动的规律．匀变速直线运动的速度公式、位移公式以及速度和位移的关系式，是三个重要的公式，$v—t$ 图象和 $s—t$ 图象是描述直线运动规律的另一种形式．匀速直线运动可以认为是 $a=0$ 时的匀变速直线运动的一种特例．

3．利用运动的合成与分解的方法，解决如平抛运动一类的匀变速曲线运动的问题．

4．匀速率圆周运动的有关概念和规律．包括线速度、角速度、周期等概念及其相互关系，向心加速度与上述各物理量间的关系等．

二、基本题示例

1．皮球从离地面4m高处开始下落，碰到地面后又弹到3m高处．这个过程中，皮球通过的路程是______ m，皮球发生的位移大小是______ m，方向________．

2．某质点开始时向东运动，速度大小是5m/s，经过0.4s时间，速度大小变为3m/s，方向向西．如果这段时间它做的是匀变速直线运动，它的加速度大小是______ m/s^2，方向________．

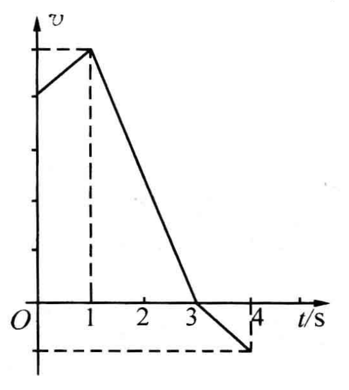

图1－1

3．某质点做直线运动，它的速度随时间变化的图象如图1－1所示，可以确定在这4s内，加速度最大的时间

是______，位移最大的时刻是______，做加速运动的时间是________.

4. 一井深 78.4m，从井口处由静止释放一小石子，经过 4.23s 时间听到石子落水的声音，则可计算出声音在空气中的传播速度是______ m/s.

5. 一小物体自地面处竖直上抛，已知它第 3s 末和第 4s 末两个时刻的位移相同，重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$，则上抛时的初速度大小是______ m/s，上升的最大高度是______ m.

6. 自行车以速度 v_0 沿平直公路匀速运动，当它经过一辆汽车旁边时，这辆汽车刚开始做匀加速直线运动，初速为零，运动方向与自行车相同. 根据以上条件，(　　)

A. 可求出汽车追上自行车时的速度

B. 可求出汽车追上自行车时汽车所走的路程

C. 可求出汽车从开始运动到追上自行车所用的时间

D. 不能求出上述三者中的任何一个

7. 一架飞机水平地匀速飞行，从飞机上每隔 1s 释放一个小铁球，先后共释放 4 个. 若不计空气阻力，则 4 个球（　　）

A. 在空中任何时刻总是排成抛物线，它们的落地点总是等间距的

B. 在空中任何时刻总是排成抛物线，它们的落地点是不等间距的

C. 在空中任何时刻总在飞机正下方排成竖直的直线，它们的落地点是等间距的

D. 在空中任何时刻总在飞机正下方排成竖直的直线，它们的落地点是不等间距的

8. 一条河，河水流速为 4m/s，河宽 120m. 一条船在河中航行，它相对于水的运动速度是 3m/s，下面说法中哪些正确?（　　）

A. 小船渡河的最短时间是 40s

B. 小船只能到达对岸的下游而不能到达正对岸

C. 小船如果用 50s 时间沿一直线过河，将到达正对岸下游 200m 处

D. 小船如果用 50s 时间沿一直线过河，将到达正对岸下游 110m 处

9. 如图 1－2 所示，左边是一个同轴的塔轮，它们一起转动，半径 $R = 2r$，A，B 分别是两轮边缘上的点. 右边是另一个皮带轮，半径 $r' = 1.5r$. 左边的小轮与右边的皮带轮间用一条不打滑的皮带相连接. C 是右边皮带轮边缘的一点，则三点的角速度之比 $\omega_A : \omega_B : \omega_C$ = ____________，三点的线速度大小之比 $v_A : v_B : v_C$ = ____________，三点的向心加速度大小之比 $a_A : a_B : a_C$ = ____________.

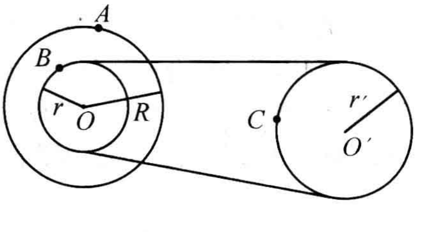

图 1－2

10. 北京位于北纬 40°，把地球看作球体，北京地面上的物体 A 与赤道表面上的物体 B 都要随地球自转而做匀速圆周运动，则这两个物体的线速度的关系是 $v_A = v_B$ ______，这两个物体的向心加速度的关系是 $a_A = a_B$ ______，且这两个向心加速度__________.

答案： 1. 7，1，竖直向下.　2. 5，向西.　3. 第 2，3 两秒内，第 3s 末，第 1s 和第 4s 内.　4. 341.　5. 35，61.25.　6. A.　7. C.　8. A，B，D.　9. 3∶3∶2，2∶1∶1，6∶3∶2.　10. cos40°，cos40°，互相平行.

专 题 解 析

一、位移、速度与加速度

位移、速度、加速度是描述质点运动的最重要的三个物理量.

1. 要深刻理解位移、速度、加速度的物理意义

位移是质点位置的变化，用 x_1 和 x_2 代表质点的初位置和末位置，则位移

$$s = \Delta x = x_2 - x_1.$$

一般情况下，我们都是以初始时刻的位置作为起点，即初始时刻的位置 $x_1 = 0$，则 $s = x_2$.

速度是质点的位移跟发生这段位移所用时间的比，即

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{s}{t}.$$

速度反映质点位置变化的快慢和方向.

加速度是速度的变化与发生这个变化所用时间的比，即

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

加速度反映速度变化的快慢和方向.

注意区别加速度与速度，也要区别速度与位移.

【例 1】某质点做变速直线运动，在它的速度逐渐减小直到零的过程中，它的位移怎样变化？某质点从静止开始沿直线做加速运动，如果它的加速度逐渐减小，它的速度怎样变化？

解：速度是表示质点运动快慢和方向的物理量，它的速度逐渐减小，说明运动逐渐变慢，但运动方向没有变化，随着时间的推移，质点的位移逐渐变大，直到速度减为零为止.

加速度是表示质点速度变化快慢和方向的物理量，加速度逐渐变小，但方向没有变化，仍做加速运动，速度仍在随时间的推移而增大.

2. 位移、速度、加速度都是矢量

矢量是有方向的量，并且符合平行四边形定则. 对于沿同一直线运动的问题，由于只有相反的两个方向，因此位移、速度、加速度的方向都可以用正、负号表示，这样矢量的运算就简化为代数运算了. 例如，竖直上抛物体的运动，一般是把它分为两个阶段分别处理，第一阶段是向上的匀减速运动，直至速度减为零，第二阶段是从最高点开始的自由落体运动，这样处理比较麻烦，如果以抛出点为原点，规定一个正方向，有关矢量都用正、负数表示，则运算过程可以大大简化.

【例 2】从离地面 90m 高处的气球上竖直向上抛出一块石块，初速度大小为 15m/s. 如果在空中运动过程中空气阻力可以忽略，取 $g = 10\text{m/s}^2$.

（1）求当石子经过离抛出点高为 10m 的位置时的速度；

（2）从抛出到落回地面用多少时间？

解：以抛出点为原点，向上为正方向，则初速 $v_0 = 15\text{m/s}$，加速度 $g = -10\text{m/s}^2$.

（1）设到达 $h_1 = 10\text{m}$ 处的速度为 v_1，

则 $$v_1{}^2 - v_0{}^2 = 2gh_1,$$

$$v_1 = \sqrt{v_0{}^2 + 2gh_1} = \sqrt{15^2 + 2(-10)\cdot 10}\text{m/s}$$
$$= \pm 5\text{m/s}.$$

（2）落回地面，即位移值 $h_2 = -90\text{m}$，设用时间 t_2，则

$$h_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2,$$

代入数值，得方程

$$15t_2 + \frac{1}{2}(-10)t_2^2 = -90.$$

解出 $$t_2 = \frac{3 \pm 9}{2}\text{s}，即 t_1' = 6\text{s}，t_1'' = -3\text{s}.$$

负数解没有物理意义，∴用时间 6s 到地.

说明：（1）本题若采用分两个阶段分别计算的方法，则需要先求出向上运动到最高点所用的时间（1.5s）及离出发点的最大高度（11.25m），读者可以自己做一做.

（2）本题两问都各有两个解，要具体分析. 第(1)问求的是速度，由于速度是矢量，正、负号是表示方向的，+5m/s 表示向上的速度，是向上运动经过此位置时的速度，-5m/s表示向下的速度，是到达最高点后又向下运动经过此位置时的速度，二者都有物理意义，都是本题的解. 第(2)问求的是时间，时间是标量，负号表示抛出之前，显然是不符合题意要求的，必须舍去.

如果质点的运动不是直线运动，而是限定在一个平面内，则矢量间的方向关系不能简单地用正、负号表示.

【例 3】下面的说法中正确的是（　　）

A. 匀速运动一定是直线运动

B. 匀速运动就是加速度为零的运动

C. 匀变速运动一定是直线运动

D. 匀变速运动的速度大小是均匀变化的

解：匀速运动是指速度不变的运动，速度是矢量，速度不变就包括了速度的大小和方向都不改变，当然是直线运动，加速度一定为零，A，B 两选项正确.

匀变速运动是指加速度不变的运动，当然包括加速度的大小和方向都不变，但是并没有说明加速度与速度间的方向关系. 如果两者在同一直线上，质点做的是匀加速直线运动或匀减速直线运动，速度的大小一般说来是均匀变化的. 但如果两者不在同一直线上，则速度不但大小要变化，方向也要变化，质点做曲线运动（如平抛运动就是例子），这种情况，速度矢量的变化是均匀的（即每隔相同的时间，速度矢量的变化都相同），但速度大小的变化则不是均匀的，因此 C，D 两选项都不对.

3. 平均值与瞬时值

对于变速运动来说，利用公式 $v = s/t$ 求出的速度值是平均值还是瞬时值呢？如果所取的时间 t 较长，则求出的是这一段时间内的平均速度，如果所取的时间 t 很短（从物理角度看，可以认为趋于零），则求出的速度是这个时刻的瞬时速度. 平均速度是与某段时

间相对应的，而瞬时速度是与某个时刻相对应的．加速度也是如此，对于一般的变速运动来说，加速度不是一个定值，而是在变化着，当然这里指的是瞬时加速度．如果在一段较长的时间 t 里速度从 v_1 变为 v_2，则 $a=\frac{v_2-v_1}{t}$ 是这段时间内的平均加速度，只有当 t 取得很短时，求出的才是瞬时加速度．我们中学阶段主要讨论匀变速运动问题，在匀变速运动中，不必区分加速度的平均值与瞬时值．

在匀变速直线运动中，某段时间内的平均速度等于这段时间的初速度和末速度的平均值，也等于这段时间的中间时刻的瞬时速度，即

$$\bar{v}=\frac{v_0+v_t}{2}=v_{中间时刻}.$$

【例 4】 一物体沿一直线做匀变速运动，已知它第 3s 内的位移是 7.4m，第 7 和第 8 两秒内的位移是 11.2m．求它的初速度及加速度．

解法一： 利用匀变速直线运动的位移公式可列下面的联立方程组：

$$\begin{cases} s_3=v_2\cdot 1+\frac{1}{2}a\cdot 1^2, \\ s_{7,8}=v_6\cdot 2+\frac{1}{2}a\cdot 2^2. \end{cases}$$

其中 $v_2=v_0+a\cdot 2$，$v_6=v_0+a\cdot 6$．

代入 $s_3=7.4\text{m}$，$s_{7,8}=11.2\text{m}$ 的数值，解联立方程组可得

$$v_0=8.4\text{m/s},$$
$$a=-0.4\text{m/s}^2.$$

a 为负值表示它的方向与 v_0 相反，该物体做的是匀减速运动．

解法二： 为了帮助理解，画出如图 1－3 所示的数轴．根据题意，第 3s 内位移 $s_3=7.4\text{m}$，可求出它的中间时刻即 2.5s 时刻的瞬时速度

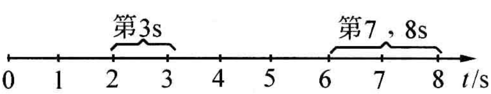

图 1－3

$$v_{2.5}=\bar{v}_3=\frac{s_3}{1}=7.4\text{m/s}.$$

同理，第 7s 末时刻的瞬时速度

$$v_7=\bar{v}_{7,8}=\frac{s_{7.8}}{2}=5.6\text{m/s}.$$

根据加速度定义 $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_7-v_{2.5}}{7-2.5}=-0.4\text{m/s}^2.$

初速度 $v_0=v_{2.5}-a\cdot 2.5=[7.4-(-0.4)\times 2.5]\ \text{m/s}$
$=8.4\text{m/s}.$

说明： 两种解法相比较，应该说是各有优劣，前者是从三个基本公式出发，只要对各公式中的符号所代表的物理量清楚，根据题意列出方程应不困难，但由于方程数量较多，而且需联立求解，计算起来稍为困难些．后者则完全是从物理概念出发，每一步的计算都很简单，而且物理意义十分清楚．

二、v—t 图象的物理意义及应用

图象是另一种数学语言，是描述物理规律的另一种形式，由于它具有直观性的优点，应用很普遍．在描述质点的直线运动的规律时，v—t 图象的应用最广．如图 1－4 所示的图象，表示该质点在前 2s 时间内做匀速运动，速度大小是 10m/s；第 3，4s 做匀减速运动，第 5s 反方向做匀加速运动．速度图线的斜率表示质点的运动加速度，第 3，4，5 这三秒时间内，加速度是相同的，为 -5m/s^2，其中负号表示方向，因此这 3s 时间内该质点做的是匀变速直线运动，其中第 3，4 两秒时间，由于速度方向为正，加速度方向与速度方向相反，做匀减速运动，最后 1s 时间，速度方向也变为负，它做匀加速直线运动．速度图线与横坐标间所夹的梯形“面积”，等于这段时间内的位移值，如图 1－4 所示，运动质点前两秒时间内的位移等于图中画斜线的矩形“面积”，即 20m；第 3，4 两秒内的位移等于图中画竖线的三角形“面积”，即 10m；第 5s 内的位移则等于横坐标下方画竖线的三角形“面积”，为 －2.5m，负号表示方向与开始运动时的方向相反，即“往回走”．

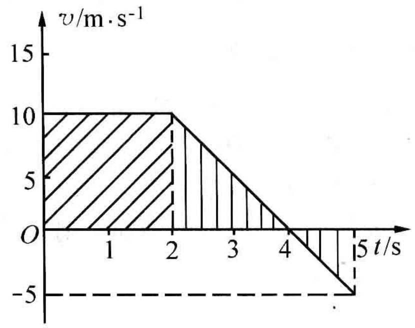

图 1－4

利用 v—t 图象分析两个运动物体间的关系问题也是经常使用的．

【例 5】 两辆完全相同的汽车，沿水平直路一前一后匀速行驶，速度均为 v_0．若前车突然以恒定的加速度刹车，在它刚停住时，后车以前车刹车时的加速度开始刹车．已知前车在刹车过程中所行的距离为 s．若要保持两车在上述情况下不相撞，则两车在匀速行驶时保持的距离至少应为（　　）

A．s　　B．$2s$　　C．$3s$　　D．$4s$

解： 把题目所述的两车运动的 v—t 图象定性画出，如图 1－5 所示，在匀速运动的过程中，两车速度相同，在图上是同一条水平直线．从某一时刻开始，前车开始刹车，做匀减速运动，直到停止，而后车仍以原速度继续匀速运动，在前车刚停止的时刻，后车开始刹车，而且加速度与前车刹车时的加速度相同，反映在图象上为两条斜线平行．已知前车在刹车过程中所行的距离为 s，即图中画斜线的三角形的“面积”是 s，从图上不难看出，从前车开始刹车到后车也停止，后车比前车多走的距离是图中画有竖线的两个三角形的“面积”，即为 $2s$，因此两车在匀速行驶时保持的最小距离应是 $2s$，即本题答案为 B．

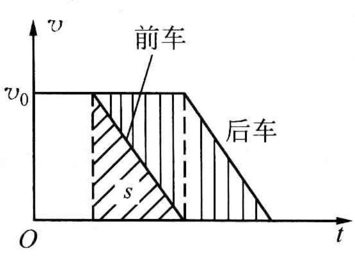

图 1－5

【例 6】 小物体分别由如图 1－6 所示的高度相同、路径不同的光滑斜面从静止开始滑下，两条路径的长度相同．沿 AB 路径滑到底，用时间 t_1．沿 ACD 路径滑下，设经过 C 点前后速度大小不发生改变，从 $A \to D$

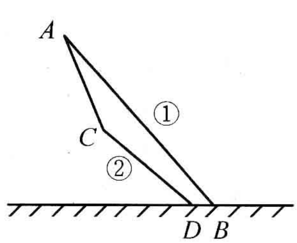

图 1－6

用的总时间是t_2，比较t_1与t_2的大小.

解：我们仍利用 v—t 图象进行分析，作出小物体分别沿两条路径滑下的速率—时间图象，如图1－7所示，其中沿路径①的运动图象是一条直线，沿路径②的运动图象是一条折线．由于两者到达地面时速率相等，因此两图象的终点在同一水平线上．由于两条路径的总长度相等，即两图象与横轴所围的面积相等，必然得出$t_1>t_2$的结论.

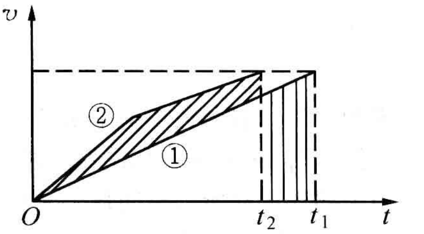

图1－7

说明：v—t 图象有两种不同的含义，对于沿同一方向的直线运动问题，v 指的是速度，图中的"面积"表示位移的大小．对于曲线运动，或同一直线上的往复运动等，v 指的是速率，这时图中的"面积"表示的是路程的数值．本题第②条路径是两条不同的直线，它的速率—时间图象与横轴间所围图形的"面积"是它通过的路程.

【例 7】火车沿一条直轨道从甲站开到乙站．它加速时加速度的最大值为a_1，减速时加速度的最大值为a_2．它由甲站从静止出发，要求在乙站恰好停止，如果甲、乙间的距离为s．火车怎样运动才能用最短的时间到达乙站？按这种方式运动时，它从甲站到乙站用多少时间？运动过程中的速度最大值是多少？

解：火车的运动情况有无数多种可能．但可以确定从甲站出发的一段一定做加速运动，到达乙站前的一段一定做减速运动．设它加速运动时是加速度为a_1的匀加速运动，减速运动时是加速度为a_2的匀减速运动．我们在图1－8中画出它三种可能的运动情况的 v—t 图象，第1种表示它开始阶段一直做匀加速运动，直到t_1时刻速度达到最大值v_m，然后做匀减速运动，到t_2时刻速度减为零，恰好到达乙站，这个三角形的"面积"就恰好是s．另外两种情况都是在t_1时刻之前某时刻停止加速，改做匀速运动，最后一段做匀减速运动，直到停止．这两个图象与横轴所围成的梯形的"面积"也必须等于s．显然在这几种情况中，第1种情况所用的时间最短.

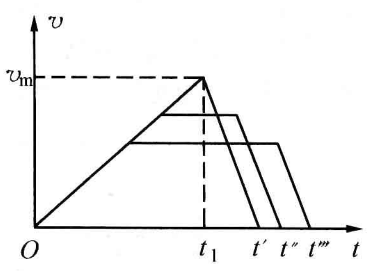

图1－8

按这种方式运动（先匀加速运动，后匀减速运动）时，设加速阶段用时间t_1，减速阶段用时间t_2，最大速度为v_m，则有

$$v_m=a_1t_1=a_2t_2,$$

可得出 $$\frac{t_1}{t_2}=\frac{a_2}{a_1}.$$

总时间 $$t=t_1+t_2,$$

可得出 $$t_1=\frac{a_2}{a_1+a_2}\cdot t,\quad t_2=\frac{a_1}{a_1+a_2}\cdot t.$$

由于总位移 $s=\frac{1}{2}a_1t_1^2+\frac{1}{2}a_2t_2^2$,

$$t=\sqrt{\frac{2(a_1+a_2)s}{a_1a_2}},$$

可解出

$$v_m=a_1t_1=\sqrt{\frac{2a_1a_2s}{a_1+a_2}}.$$

说明：(1) 本题火车从甲站开到乙站的运动形式有无数多种，但由于题目要求“它所用时间最短”，对于加速和减速阶段的加速度分别小于 a_1 和 a_2 的各种情况我们都不必讨论，因为那样运动所需时间肯定要更长.

(2) 本题用平均速度的概念来分析也很好：采用先加速、后减速，中间没有匀速运动过程的运动形式，运动过程中的速度最大值为 v_m，全程的平均速度为 $v_m/2$，而采用其它运动形式，全程的平均速度一定小于 $v_m/2$，平均速度最大的，所用时间一定最短.

三、打点计时器实验中的纸带分析

在中学阶段，研究匀变速直线运动的规律常用打点计时器做实验，由于打点计时器每隔相同的时间间隔在纸带上打一个点，因此分析纸带上的一系列点迹，就可以确定它的运动是不是匀变速运动. 如果是匀变速运动，还可求出某时刻的速度的值及运动过程中加速度的值.

【例 8】 图 1－9 所示是某次实验时用打点计时器打出的一条纸带，其中 A，B，C，D 为依次选定的计数点，每两个计数点间还各有 4 个计时点.

(1) 根据图中给出的数据，该纸带的运动是不是匀变速运动？根据是什么？

(2) 如果是匀变速运动，求出打 B 点和 C 点时的瞬时速度及加速度的值.

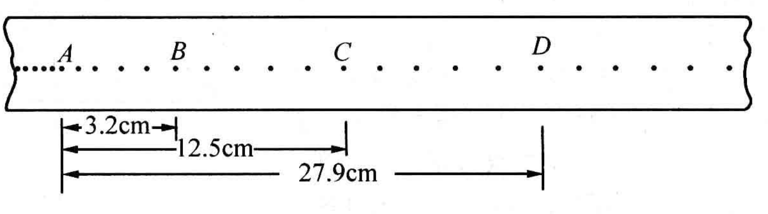

图 1－9

解：(1) 判定是否做匀变速直线运动，要看相邻的相等时间间隔内的位移差是否相等. 本题给的数据是各计数点与 A 点的距离，根据图示数据，求出各相等时间间隔 $(5\times0.02\text{s}=0.1\text{s})$ 内的位移值，$AB=3.2\text{cm}$，$BC=(12.5-3.2)\text{ cm}=9.3\text{cm}$，$CD=(27.9-12.5)\text{ cm}=15.4\text{cm}$.

$\because$ $BC-AB=CD-BC=6.1\text{cm}$,

$\therefore$ 该纸带的运动可以认为是匀变速直线运动.

(2) 利用匀变速直线运动中某段时间内的平均速度等于其中间时刻的瞬时速度，可求出打 B 点与打 C 点时的瞬时速度，即

$$v_B=\bar{v}_{AC}=\frac{AC}{2T}=\frac{12.5\text{cm}}{2\times0.1\text{s}}=0.625\text{m/s},$$

$$v_C=\bar{v}_{BD}=\frac{BD}{2T}=\frac{24.7\text{cm}}{2\times0.1\text{s}}=1.235\text{m/s}.$$

加速度 $a=\frac{CD-AB}{2T^2}=\frac{(15.4-3.2)\ \text{cm}}{2\times\ (0.1\text{s})^2}=6.1\text{m/s}^2.$

说明：(1) 严格说来，仅只根据 $CD-BC=BC-AB$，就判定它是做匀变速运动，是过于武断的，只有通过多个数据的测量，都满足“相邻的相等时间间隔内的位移差都相等”的条件，才能确定它是做匀变速直线运动. 本题只给了有限的这么几个数据，从给的数据看它满足了上述条件，因此我们说“可以认为是匀变速直线运动”.

(2) 只有在做匀变速直线运动时，才能用上面的方法求瞬时速度和加速度，如果做的不是匀变速直线运动，则不能利用求平均速度来求瞬时速度，更不能求加速度.

(3) 在求出 v_B 和 v_C 后，也可根据加速度的定义来求加速度，即

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_C-v_B}{T}.$$

四、运动的合成与分解

描述质点的运动的主要物理量位移、速度、加速度都是矢量. 矢量的合成与分解的基本法则是平行四边形定则. 对运动进行合成与分解时，位移、速度、加速度都符合矢量运算法则，即合运动的位移、速度、加速度分别是各分运动的位移、速度、加速度的矢量和.

1. 两个匀速直线运动的合成

一个物体同时参与两个匀速直线运动，它的合运动仍是匀速直线运动. 合运动的位移与速度等于两个分运动的位移与速度的矢量和. 船匀速过河问题就是一个实例.

【例 9】一条河宽度为 l，河水均匀流动，流速为 u. 一条船在水中航行，相对于水的速度大小为 v.

(1) 船怎样航行，渡河所用时间最短？最短时间是多少？

(2) 船怎样航行能使得渡河位移最短？最短位移是多少？

解：(1) 要求渡河所用时间最短，只需使垂直于河岸的分速度最大即可，因此应使船沿着垂直于河岸的方向航行，这样它垂直于河岸的速度就是 v，渡河所用的最短时间为

$$t_{\min}=\frac{d}{v}.$$

(2) 船渡过河对岸，要想位移最短，应使船的实际航行方向垂直于河岸，即合速度方向垂直于河岸，这样渡河的位移为 d，是最短位移. 图 1－10 (a) 所示是这种情况下的速度矢量合成图，其中水速 u 和船对水的速度 v 是两个分速度，合速度垂直于河岸，即与 u 垂直，由几何关系可知，条件是 $v>u$，v 与上游河岸夹角 $\theta=\arccos\frac{u}{v}$.

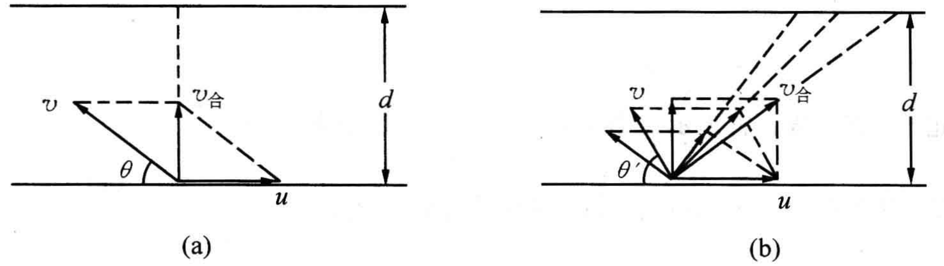

图 1－10

如果 $v < u$，则船不可能到达正对岸，船即使向着上游某个方向开去，合速度方向仍指向下游某处，图（b）是这种情况的速度矢量合成图，图中共画了 v 沿不同方向的三种情况，从几何关系上不难看出，在 v 的各种方向中，当 v 与合速度 $v_{合}$ 的方向垂直时，船渡河的位移最小，此时 v 与上游河岸间的夹角 $\theta' = \arccos\dfrac{v}{u}$，位移值 $s_{\min} = \dfrac{u}{v}d$.

结论：当 $v > u$ 时，要想使渡河位移最小，船航行方向与上游河岸夹角 $\theta = \arccos\dfrac{u}{v}$，最小位移为 $s_{\min} = d$. 当 $v < u$ 时，要想使渡河位移最小，船航行方向与上游河岸夹角 $\theta' = \arccos\dfrac{v}{u}$，最小位移 $s_{\min} = \dfrac{u}{v}d$.

说明：在这个问题中，渡河时间最短与渡河位移最小是不可兼得的. 要想渡河时间最短，船应沿垂直于河岸方向航行，这是指分速度 v 垂直于河岸，而实际运动方向即 $v_{合}$，并不指向河对岸，而是指向下游某处. 这样航行时，不论 v 是大于 u 还是小于 u，渡河时间都最短，但渡河位移都不是最小.

同样，要想满足渡河位移最小，船航行方向必定向着上游某个方向，这样沿垂直于河岸的分速度就一定不是最大. 也就是说，要想渡河位移最短，必须以多用时间为代价.

2. 匀变速曲线运动的研究方法

平抛物体的运动就是匀变速曲线运动，它的特点首先是加速度保持恒定（加速度即为重力加速度 g，方向竖直向下），此外就是初速度 v_0 与加速度 g 垂直. 由于它做曲线运动，是在一个二维空间（即一个平面）内运动，比较复杂，一般都是把它分解为两个比较简单的分运动来加以讨论. 对于平抛运动，可以分解为沿水平方向的匀速直线运动和沿竖直方向的自由落体运动，平抛物体的位移和速度，就是这两个分运动的位移和速度的矢量和.

【**例 10**】石子从高处以水平初速度 v_0 抛出，不计空气阻力.

（1）写出它在空中运动时的轨迹方程；

（2）若 $v_0 = 10\text{m/s}$，取 $g = 10\text{m/s}^2$，求它在 $t = 2\text{s}$ 时刻的位移矢量、速度矢量以及这两个矢量间的夹角.

解：（1）以抛出点为原点，建立如图 1－11 所示的直角坐标系. 物体在空中运动的轨迹如图中曲线所示，抛出后 t 时刻的位置在图中 P 点，它的坐标分别是

$$x = v_0 t,$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2.$$

消去 t，解得 $y = \dfrac{g}{2{v_0}^2}\cdot x^2$.

此即轨迹方程，它表示 y 是 x 的二次函数，是一条抛物线.

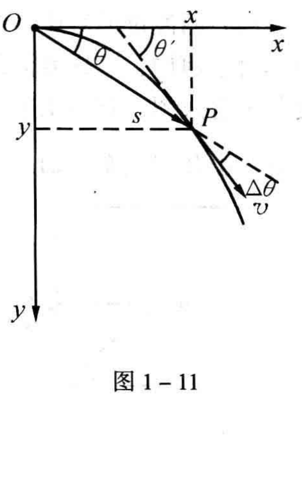

图 1－11

（2）从起点 O 到 P 的有向线段就是位移矢量 s，它的大小

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{{v_0}^2t^2 + \frac{1}{4}g^2t^4}$$

$= 20\sqrt{2}\text{m},$

位移矢量与 x 轴夹角 $\theta = \text{arctg}\,\dfrac{y}{x} = \text{arctg}\,\dfrac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0 t} = 45°.$

P 点处的速度矢量 v 的大小

$$v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2} = \sqrt{v_0{}^2 + g^2t^2} = 10\sqrt{5}\text{m/s},$$

速度矢量方向为过 P 点的切线方向，它与 x 轴的夹角

$$\theta' = \text{arctg}\,\frac{v_y}{v_x} = \text{arctg}\,\frac{gt}{v_0} = 63.4°.$$

两个矢量的夹角 $\Delta\theta = \theta' - \theta = 18.4°.$

说明： 在曲线运动中，一般说来，位移、速度、加速度的方向都不相同，本题中 P 点处的位移（OP 方向）、速度（抛物线的切线方向）及加速度（竖直向下方向）就互不相同．在加速度恒定的匀变速运动中，加速度的方向与速度的方向不在同一直线上，正是做曲线运动的必要条件．

【例 11】 在研究平抛物体的实验中，用一张印有小方格的纸记录轨迹，小方格的边长 $l = 1.25\text{cm}$．若小球的平抛运动途中的几个位置如图 1 – 12 中的 a，b，c，d 所示，则小球平抛的初速度的计算式为 $v =$ ____________（用 l，g 表示），其值是____________（取 $g = 9.8\text{m/s}^2$）．

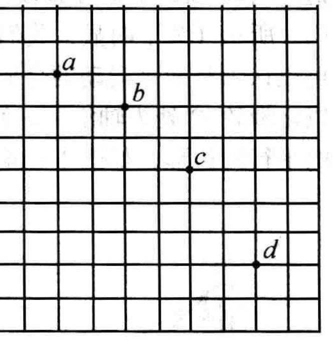

图 1 – 12

解： 图中 a，b，c，d 沿水平方向的距离相等，都是 2 个小格，说明它们间的时间间隔相等，设时间间隔为 T，则

$$v \cdot T = 2l. \qquad ①$$

它沿竖直方向做匀加速运动，加速度

$$g = \frac{\Delta s}{T^2} = \frac{l}{T^2}. \qquad ②$$

由①，②两式可解出 $v = 2\sqrt{lg} = 2\sqrt{0.0125 \times 9.8}\text{m/s} = 0.70\text{m/s}.$

说明： 本题容易犯的错误是把图中 a 点作为抛出时的起点，或认为抛出点是坐标纸左上角的点，计算时只取第一个 T 时间内的竖直方向位移值，列出 $l = \frac{1}{2}gT^2$ 或 $2l = \frac{1}{2}gT^2$ 的错误式子．

3．关于速度的合成与分解问题的进一步讨论

在运动的合成与分解中，速度的合成与分解占有重要的地位，在实际应用中也常常是难点所在，因此有必要在这里进一步讨论．

已知两个分速度求合速度，称为速度的合成；已知合速度求分速度，称为速度的分解．这里感到困难的地方主要有两个：一是在实际问题中常常不知道已知的某个速度是合速度还是分速度，即不知道问题是属于合成还是分解；二是当进行速度分解时，不知道该沿哪两个方向分解才符合实际问题的需要．

一般说来，我们的研究对象实际运动的速度是合速度．把合速度分解时遵守矢量运算法则，即平行四边形定则，由于以一条确定线段作为对角线的平行四边形有无穷多个，因