高等职业教育文化基础课辅导丛书(2年制)

高等数学

学习辅导

GAODENG SHUXUE XUEXI FUDAO

陈笑缘 于 信 主编

中国财政经济出版社

高等职业教育文化基础课辅导丛书

（2 年制）

高等数学学习辅导

陈笑缘　于　信　主编

中国财政经济出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学学习辅导 / 陈笑缘，于信主编．—北京：中国财政经济出版社，2004.9

（高等职业教育文化基础课辅导丛书.2年制）

ISBN 7—5005—7563—7

Ⅰ. 高…　Ⅱ.①陈…　②于…　Ⅲ.高等数学 — 高等学校：技术学校 — 教学参考资料　Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 089376 号

中国财政经济出版社出版

URL：http: //www.cfeph.cn

E-mail: cfeph @ cfeph.cn

社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮政编码：100036

发行电话：(010)88190616　88190655(传真)

北京财经印刷厂印刷　各地新华书店经销

787×960 毫米　16 开　8 印张　129 000 字

2004 年 10 月第 1 版　2009 年 1 月北京第 3 次印刷

定价：12.00 元

ISBN 7-5005-7563-7/O·0031

（图书出现印装问题，本社负责调换）

编写说明

为了满足高等职业技术教育（学制）改革的需要，根据教育部制定的“高职高专数学教学的基本要求”，在“应用为主，够用为度”的原则指导下，编写了《高等数学》及与之配套的《高等数学学习辅导》等教材。

《高等数学学习辅导》是一本与高职高专数学课程主教材配套的辅导教材，全书分章设置，与主教材保持一致。对主教材中的每一章，从学习内容、学习要求、难点释疑、同步练习，到自我检测，进行针对性的辅导，特别注重学生自学能力和运用数学知识解决实际问题能力的培养。本书内容也为习题课提供了资料与素材，大大方便了教师的备课与学生的学习。

本教材每章分四个部分：

第一部分课程指导。对该章内容进行归纳提练，提出该章的学习要求，帮助学习者了解该章概况，把握学习尺度，做到心中有数。对教材中的难点、疑点和容易出现的问题提出了释疑，帮助学习者提高学习效率。

第二部分同步练习。给出一定的练习题，其中有填空题、选择题、是非题、计算题、应用题与证明题等，配合主教材进行同步训练，有利于巩固知识、提高运算能力与思维能力。

第三部分自测题。根据每章的知识与能力要求，编制A、B两套自测题，供学习者自我检测。

第四部分参考答案。对本书中的同步练习、自测题及主教材中各章的习题给出了参考答案。

本教材中出现打“*”的内容，可根据具体教学情况酌情选学。教材尽量做到通俗易懂，由浅入深，富于启发。

本教材由陈笑缘总纂定稿。由陈笑缘、于信任主编，叶迎春任副主编。参与编写的人员如下（按章节顺序排列）：

第一章　叶迎春　安徽商贸职业技术学院

第二章　陈笑缘　浙江商业职业技术学院

第三章　霍本瑶　河南职业技术学院

第四章　胡建钧　浙江商业职业技术学院

第五章　于　信　山东商业职业技术学院

第六章　王春珊　安徽工商职业技术学院

在编写过程中得到中国财政经济出版社的热情关怀和指导，以及各编写同志所在院校的大力支持与协作，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，不妥之处在所难免，敬请广大学习者批评指正。

编　者

2004 年 8 月

目录

第一章 函数、极限与连续

第一部分 课程指导

一、内容提要

本章主要内容包括四部分：函数、极限、连续、数学实验.

1. 函数部分主要介绍函数的定义和函数的定义域，函数的简单性质，基本初等函数，复合函数以及初等函数，简单的经济函数模型.

2. 极限部分主要介绍数列极限和函数极限的定义，函数的左、右极限，无穷小量和无穷大量，极限的四则运算法则以及两个重要极限.

3. 连续部分主要介绍函数连续的定义，函数的间断点和连续区间，初等函数的连续性，闭区间上连续函数的性质.

4. 数学实验部分主要介绍 MATLAB 数学软件操作的基础知识，MATLAB 数学软件在函数的运算、求值与作图，以及求数列与函数的极限等方面的简单应用.

二、学习要求

1. 理解函数的概念，会求函数的定义域及函数值；理解并掌握函数的简单性质；熟练掌握基本初等函数的表达式、定义域、图形和特性；理解复合函数的概念，会正确分析复合函数的复合过程；理解初等函数的概念；能建立简单实际问题的函数关系式.

2. 理解数列和函数极限的描述性定义；理解函数左、右极限的定义，理解函数极限存在的充分必要条件；理解无穷小量和无穷大量的概念及相互关

系，理解与掌握无穷小量的性质，了解无穷小量的比较；熟练掌握极限四则运算法则和两个重要极限，会求函数和数列的极限.

3.理解函数连续与间断的概念，掌握判断函数连续性的方法；理解函数连续和极限存在之间的关系；会求函数的间断点与连续区间；理解初等函数的连续性，并能利用函数连续性求极限；了解闭区间上连续函数的性质.

4.初步了解 MATLAB 数学软件基本操作，会用 MATLAB 数学软件进行函数的运算、求值与作图，求数列和函数的极限.

三、难点释疑

1. 求函数的定义域

除了教材中介绍的求函数的定义域外，我们还会遇到如下问题：

例 1： 设 $y=f(x)$，$x\in[0,4]$，如何求 $f(x^2)$和 $f(x+5)+f(1-x)$的定义域？

解： 因为 $y=f(x)$的定义域为$[0,4]$，

对于 $f(x^2)$应有 $0\leqslant x^2\leqslant 4$，解得 $-2\leqslant x\leqslant 2$，所以 $f(x^2)$定义域为$[-2,2]$.

对于 $f(x+5)+f(1-x)$应有$\begin{cases}0\leqslant x+5\leqslant 4\\0\leqslant 1-x\leqslant 4\end{cases}$，即$\begin{cases}-5\leqslant x\leqslant -1\\-3\leqslant x\leqslant 1\end{cases}$，解得 $-3\leqslant x\leqslant -1$.

所以 $f(x+5)+f(1-x)$的定义域为$[-3,-1]$.

2. 关于分段函数的几个问题

(1) 分段函数是一个函数，而不是几个函数. 因此分段函数的定义域是各段解析式“定义域”的“并集”.

例 2： 求函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2-1} & x>0\\0 & x<0\end{cases}$ 的定义域.

解： 因为 $x=1$ 时，$\dfrac{1}{x^2-1}$无意义，所以此定义域为$(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(1,+\infty)$.

(2) 由于分段函数在不同的区段上表达式不同，因此，求分段函数在某点的函数值时，必须先分清该点所在区段所对应的解析式，然后进行求值.

如例 2 中，$f(2)=\dfrac{1}{2^2-1}=\dfrac{1}{3}$，而 $f(-1)=0$.

(3) 分段函数一般不是初等函数，它在不同区间上解析式不相同，即它一般不能用一个解析式来表示. 但是也有特殊的分段函数，如 $f(x)=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$，它与 $g(x)=\sqrt{x^2}$是相同的函数，可以用一个解析式表示.

(4) 判断分段函数 $f(x)$在分段点 x_0 处的极限是否存在，取决于等式 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$是否成立. 如例 2 中，函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2-1} & x>0\\ 0 & x<0\end{cases}$，在 $x=0$ 处，由于 $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=0$，$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^2-1}=-1$，所以$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$不存在. 而函数 $f(x)=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$，在 $x=0$ 处，由于 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$，$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=0$，所以$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$存在，且$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$.

(5) 分段函数 $f(x)$在分段点 x_0 处连续，必须满足 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)$.

例 3：已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{x+2}, & x\geqslant 0\\ \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{a-x}}{x}, & x<0(a>0)\end{cases}$，问 a 为何值时，函数在 $x=0$ 处连续？

解：我们考虑 $f(x)$在 $x=0$ 处连续，必须有式子$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(0)$成立.

$$由于\lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a-x}}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{a-x})(\sqrt{a}+\sqrt{a-x})}{x(\sqrt{a}+\sqrt{a-x})}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a-x}}=\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$\lim_{x\to 0^+}f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{\cos x}{x+2}=\frac{1}{2}$$

因为$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$存在，所以 $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$，即$\dfrac{1}{2\sqrt{a}}=\dfrac{1}{2}$，故 $a=1$.

而在 $x=0$ 处的函数值为 $f(0)=\left.\dfrac{\cos x}{x+2}\right|_{x=0}=\dfrac{1}{2}$，

所以当 $a=1$ 时，$f(x)$在 $x=0$ 处连续.

3. 函数的极限与函数有定义的关系

函数在某点的极限存在，是否在该点处必有定义？反之，函数在某点处

有定义，则在该点的极限是否一定存在？

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)=A$ 存在与 $f(x)$ 在点 x_0 处是否有定义无关. 例如 $\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，但 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ 在 $x=0$ 处无定义. 同样函数 $f(x)=\begin{cases}1 & x \geqslant 0 \\ -1 & x<0\end{cases}$，在 $x=0$ 处有定义，但在 $x=0$ 处极限不存在.

4. 运用极限的四则运算法则需注意哪些问题

运用极限的四则运算法则时，要求每个参与的函数的极限存在，而对商的极限的运算，还要求分母的极限不为零.

特别注意，虽然四则运算法则可推广到有限多个函数的情况，但对无限多个函数的情况不适用. 例如，计算极限 $\lim\limits_{n \to \infty}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}\right)$，就不能直接运用极限的四则运算法则. 需先求等比数列的前 n 项和，再求极限. 即

$$\lim_{n \to \infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)=\lim_{n \to \infty}\frac{\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}}=\lim_{n \to \infty}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]=1$$

5. 本章求极限的主要方法

求数列极限和函数极限是本章重点之一，在求极限过程中，应当注意使用这些方法的条件，以防出错.

本章求极限的主要方法有：

(1) 利用初等函数的连续性，使用 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)=f(\lim\limits_{x \to x_0} x)$，求极限；

(2) 利用极限四则运算法则，求极限；

(3) 利用两个重要极限，求极限；

(4) 利用有界变量与无穷小量的乘积仍为无穷小量，求极限；

(5) 利用无穷小量与无穷大量的倒数关系，求极限；

(6) 利用恒等变形 $\begin{cases}\text{因式分解} \\ \text{根式有理化} \\ \text{通分} \\ \text{分子分母同除}\end{cases}$ 等，求极限；

(7) 利用左右极限存在定理，求极限；

一般，在求极限过程中可利用以下数列极限和函数极限的结果.

(1) 如果 $f(x)$ 为初等函数，且在 x_0 的某邻域内有定义，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}=0(\alpha>0,\ \alpha\in R)$

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=0,\lim\limits_{x\to\infty}x=\infty$

(4) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{x}=0,\ \lim\limits_{x\to+\infty}e^{x}=\infty$

(5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan x=\dfrac{\pi}{2},\ \lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x=-\dfrac{\pi}{2}$

(6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_n}{b_0x^m+b_1x^{m-1}+\cdots+b_m}=\begin{cases}\infty,\ m<n\\ \dfrac{a_0}{b_0},\ m=n\ (\text{其中 } a_0,b_0\neq0)\\ 0,\ m>n\end{cases}$

(7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1,\ \lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan x}{x}=1;$

(8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=e,\ \lim\limits_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e.$

6.讨论无穷小量的意义

极限在高等数学中占有十分重要的地位，而以 A 为极限的变量可归结为无穷小量. 即极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，可归结为：当 $x\to x_0$ 时，$f(x)-A$ 的无穷小量.

利用无穷小量与无穷大量之间的关系，还可用无穷小量表述无穷大量，从而将函数的另外一种变化趋势也纳入到极限的研究范畴.

除此之外，第二章的导数概念就是两个无穷小量之比的极限，第四章的定积分概念就是无限多个无穷小量之和的问题. 由此可见，在高等数学中无穷小量与极限占有同等重要的地位.

7.根据无穷小量与无穷大量之间的关系，在极限运算过程中，$\dfrac{1}{0}=\infty$ 或 $\dfrac{1}{\infty}=0$ 是不正确的

$\dfrac{1}{0}=\infty$ 或 $\dfrac{1}{\infty}=0$ 的书写是不规范的，应当避免. 我们早已知道，一个数学式子中分母为 0 无意义，因此将数学式子写成 $\dfrac{1}{0}$ 是不对的. 同样 $\dfrac{1}{\infty}$ 也无意义. 因此，我们要直接写 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{x^2-1}=\infty$，$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x+1}=0$，而不能写成 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{x^2-1}$

$=\frac{1}{0}=\infty$，$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x+1}=\frac{1}{\infty}=0$.

*8. 关于函数的间断点分类

函数的间断点按其单侧极限是否存在可分为第一类间断点与第二类间断点. 设 x_0 为函数 $f(x)$的间断点，如果当 $x\to x_0$ 时，函数 $f(x)$的左、右极限存在，则称 x_0 为函数 $f(x)$的第一类间断点；否则，称 x_0 为函数 $f(x)$的第二类间断点.

设 x_0 为函数 $f(x)$的第一类间断点，如果左、右极限存在但不相等，称 x_0 为函数 $f(x)$的跳跃间断点；如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在，但不等于 $f(x)$在 x_0 处的函数值，称 x_0 为函数 $f(x)$的可去间断点.

在例 3 中，当 $a\neq1$ 时，由于左、右极限存在但不相等，故 $x=0$ 是函数 $f(x)$的跳跃间断点.

第二部分 同 步 练 习

一、判断题

1. $y=x$ 与 $y=\sin(\arcsin x)$是相同的函数. ( )
2. $y=x^2\ (0\leqslant x<+\infty)$为偶函数. ( )
3. $y=\sqrt{-u}$，$u=\frac{1}{x^2}$不能复合成复合函数. ( )
4. 有界函数与无穷大量的乘积仍为无穷大量. ( )
5. 无穷多个无穷小量之和仍为无穷小量. ( )
6. $\lim\limits_{x\to0}\sin x\cos\frac{1}{x}=\lim\limits_{x\to0}\sin x\cdot\lim\limits_{x\to0}\cos\frac{1}{x}=0$. ( )
7. $\lim\limits_{x\to3}\frac{2x}{3-x}=\frac{\lim\limits_{x\to3}2x}{\lim\limits_{x\to3}(3-x)}=\infty$. ( )
8. $f(x)$与 $g(x)$在 x_0 处不连续，则 $f(x)+g(x)$在 x_0 处不连续. ( )
9. 如果函数 $f(x)$在 x_0 处极限存在，则 $f(x)$在 x_0 处连续. ( )
10. 分段函数必有间断点. ( )

11. 在同一过程中，$f(x)$与$g(x)$都无极限，但$f(x)+g(x)$可能有极限.　(　　)

12. $\tan 3x$ 与 $\sin 3x$ 是 $x\to 0$ 时的等价无穷小.　(　　)

二、填空题

1. 函数 $y=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{2x^2-x-1}$ 的定义域是________.

2. 设 $y=3x+5$，则 $f[f(x)-3]=$________.

3. 设 $y=\sqrt[6]{(1+2x)^5}$ 是由____________复合而成的.

4. 设 $f(x)=\begin{cases}-12 & x<0\\ 0 & x=0\\ 2x+3 & x>0\end{cases}$，则 $f(-7)=$______，$f(0)=$______，$f(2)=$______.

5. 已知 $y=\dfrac{1}{x^2-4}$，当 $x\to$_____时，y 是无穷小量；当 $x\to$_____时，y 是无穷大量.

6. 设函数 $f(x)=\dfrac{ax^3+(b-1)x^2+2}{x^2+1}$，如果当 $x\to\infty$ 时，$f(x)$是无穷小量，则 $a=$_____，$b=$_____.

7. 已知 a，b 为常数，$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{ax^2+bx-2}=\dfrac{1}{3}$，则 $a=$_____，$b=$_____.

8. $f(x)=\dfrac{\cos x}{x}$ 的间断点为__________.

9. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{(x+1)(x-4)}$ 的连续区间________.

10. 如果 $\lim\limits_{x\to\infty}\varphi(x)=a\ (a\in R)$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}e^{\varphi(x)}=$________.

三、单项选择题

1. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{x-2}+\arcsin\dfrac{x}{3}$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$　　B. $(-3,3)$

C. $[-3,2)\cup(2,3]$　　D. $[-3,3]$

2. 设 $f(x)=e^{-x}$，则 $f(-x)=$(　　).

A. $-f(-x)$　　B. $-f(x)$　　C. $\dfrac{1}{f(x)}$　　D. $f(x)$

3. 在区间$[-a, a]$$(a>0)$上，下列函数中为奇函数的是(　　).

A. $y=x^3+1$　　B. $y=x+\sin x$

C. $y=(1-x)^3$　　D. $y=\cos(\sin x)$

4. 函数 $y=\sin^2 x$ 的最小正周期为(　　).

A. 2π　　B. 4π

C. π　　D. $\frac{\pi}{2}$

5. 函数 $y=\cos x$ 与 $y=\arcsin x$ 都是(　　).

A. 有界函数　　B. 周期函数

C. 奇函数　　D. 单调函数

6. 设 $f(x)=3^x$，$\varphi(x)=x^3$，则 $f[\varphi(x)]=$(　　).

A. 3^{x^3}　　B. x^{3x}

C. x^{x^3}　　D. 3^{3x}

7. 函数 $y=\arccos^2(3x+1)$的复合过程是(　　).

A. $y=u^2$，$u=\arccos v$，$v=3x+1$

B. $y=\arccos^2 u$，$u=3x+1$

C. $y=u^2$，$u=\arccos(3x+1)$

D. $y=u^2$，$u=\operatorname{arc} v$，$v=\cos(3x+1)$

8. 设函数 $f(x)=\begin{cases}4^x, & -2<x<0\\ x^2-1, & 0\leqslant x<1\\ \sin x, & 1\leqslant x\leqslant 4\end{cases}$，则 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=$(　　).

A. $4^{\frac{\pi}{3}}$　　B. $\frac{\pi^2}{9}-1$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 上题中，$f(x)$在 $x=0$ 处(　　).

A. 有极限　　B. 连续　　C. 极限不存在　　D. 无定义

10. 如果$\lim\limits_{n\to\infty} y_n=A$，则当 $n\to\infty$时，$|y_n-A|$为(　　).

A. 无穷小量　　B. 任意小的数　　C. 0　　D. 无穷大量

11. 数列$\frac{1}{2}$，$-\frac{2}{3}$，$\frac{3}{4}$，$-\frac{4}{5}$，$\frac{5}{6}$，$-\frac{6}{7}$，…的极限为(　　).

A. 0　　B. 1

C. $\frac{n}{n+1}$　　D. 不存在

12. 下列各式中，极限存在的是( ).

A. $\lim\limits_{x\to+\infty} 2^x$　　B. $\lim\limits_{x\to\infty}\arctan x$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x$　　D. $\lim\limits_{x\to 0}\cos x$

13. 当 $x\to x_0$ 时，函数 $f(x)$左、右极限存在是函数 $f(x)$在 x_0 处极限存在的( ).

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 非充分也非必要条件

14. 当 $x\to 0$ 时，下列变量中是无穷大量的为( ).

A. $100x^2$　　B. $\dfrac{|x|}{x}$

C. $\arcsin x$　　D. $\ln|x|$

15. 函数 $y=\sin\dfrac{1}{x}$为无穷小量的条件是( ).

A. $x\to 0$　　B. $x\to\dfrac{1}{\pi}$

C. $x\to\pi$　　D. $x\to\sqrt{\pi}$

16. 下列说法正确的是( ).

A. 无穷小量是负无穷大量　　B. 无穷小量的倒数是无穷大量

C. 很小的量是无穷小量　　D. 无穷小量的极限为零

*17. 当 $x\to 1$ 时，$1-x$ 是比$\sqrt[3]{1-x}$的( ).

A. 较高阶无穷小量　　B. 较低阶无穷小量

C. 等价无穷小量　　D. 同阶无穷小量

*18. 当 $x\to 0$ 时，无穷小量 $1-\cos x$ 与 $a\sin^2 x$ 等价，则常数 a 的值应为( ).

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. 1　　D. 2

19. 下列各式中，运算正确的是( ).

A. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{2}{n}+\cdots+\dfrac{k}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}+\cdots+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{k}{n}=0$

B. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n^2}+\cdots+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2}=0$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin 2x}{2x}=1$