



新世纪高等学校教材



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



面向21世纪课程教材

数学与应用数学基础课系列教材

(第3版)

数学模型与数学建模

北京师范大学数学科学学院 主 编
刘来福 黄海洋 曾文艺 编 著

SHUXUE MOXING YU SHUXUE JIANMO



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

新世纪高等学校教材

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
面向21世纪课程教材

数学与应用数学基础课系列教材

(第3版)

数学模型与数学建模

SHUXUE MOXING YU SHUXUE JIANMO

北京师范大学数学科学学院 主 编
刘来福 黄海洋 曾文艺 编 著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学模型与数学建模/刘来福, 黄海洋, 曾文艺编著.
—北京: 北京师范大学出版社, 1997.9 (2010.7 重印)
高等学校教学用书
ISBN 978-7-303-04374-3

I. 数… II. ①刘…②黄…③曾… III. ①数学模型—高等学校—教材②建立模型—高等学校—教材 IV. O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1997)第 12958 号

营销中心电话 010-58802181 58808006
北师大出版社高等教育分社网 <http://gaojiao.bnup.com.cn>
电子信箱 beishida168@126.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn
北京新街口外大街 19 号
邮政编码: 100875

印 刷: 益利印刷有限公司
经 销: 全国新华书店
开 本: 170 mm × 230 mm
印 张: 23.75
字 数: 411 千字
版 次: 2009 年 2 月第 3 版
印 次: 2010 年 7 月第 2 次印刷
定 价: 35.50 元

策划编辑: 岳昌庆 王松浦 责任编辑: 岳昌庆
美术编辑: 高霞 装帧设计: 高霞
责任校对: 李菡 责任印制: 李啸

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

内容简介

数学模型是架于数学理论和实际问题之间的桥梁。数学建模是应用数学解决实际问题的重要手段和途径。本书是作为数学理论教学的一个补充，通过数学模型和数学建模有关问题的论述和模型实例的介绍，使读者应用数学解决实际问题的能力有所提高。全书分三篇：第一篇阐述了数学模型和数学建模的有关问题和常用的数学模型及其组建的方法。第二篇给出了16个模型的实例，以展示不同领域的实际问题中如何组建数学模型及其应用效果。第三篇介绍了数学模型在相关学科或领域的基础理论研究中的应用。

本书可作为大学数学系“数学模型”课的教材、非数学专业研究生和本科生选修课的教材，也可供高等院校师生以及各类科学技术工作者参考。

北京师范大学数学科学学院简介

北京师范大学数学系成立于1922年，其前身为1915年创建的北京高等师范学校数理部，1983年成立数学与数学教育研究所，2004年成立数学科学学院。学院现有教师74人，其中教授30人，副教授24人；有博士学位的教师占91%。特别地，有中国科学院院士2人，教育部长江学者奖励计划特聘教授5人和讲座教授1人，国家杰出青年基金获得者4人，入选新世纪百千万人才工程国家级人选2人，入选教育部跨/新世纪人才培养计划7人。

学院1981年获基础数学、概率论与数理统计博士学位授予权，1986年获应用数学博士学位授予权。1988年基础数学、概率论与数理统计被评为国家级重点学科。1990年建立了我校第一个博士后流动站。1996年，数学学科成为国家211工程重点建设的学科。1997年成为国家基础科学人才培养基金基地。1998年获数学一级学科博士学位授予权。2001年概率论方向被评为数学界第1个国家自然科学基金创新群体。2005年进入“985工程”科技创新基础建设平台。2006年国家教育部数学与复杂系统重点实验室通过专家论证。2007年数学被认定为一级学科国家重点学科。学院还有基础数学、计算数学、概率论与数理统计学、应用数学、课程与教学论（数学）、科学技术史（数学）、计算机软件与理论、控制理论与控制工程8个硕士点。学院下设数学系、统计与金融数学系，有数学与应用数学、统计学2个本科专业，和《数学通报》杂志编辑部。（李仲来执笔）

2008.12.17

第3版前言

1915年北京高等师范学校成立数理部，1922年成立数学系，2004年成立北京师范大学数学科学学院。经过90多年的风风雨雨，我院在学科建设、人才培养和教学实践中积累了丰富的经验。将这些经验落实并贯彻到教材编著中去是大有益处的。

作为国家重点大学，培养人才和编写教材是两项非常重要的工作。教材的编写是我院的基本建设之一。学院要抓好教材建设；教师要研究教学方法。在教材方面，我院推出一批自己的高水平教材，做到各科都有，约50余部。

写教材要慢一点，质量要好一点，教材修订连续化，教材出版系列化，是编写教材要注意的原则。学院希望教材要不断地继续修改和完善，对已经出版两版的教材，我们准备继续再版。经由我院李仲来教授和我校出版社理科编辑部王松浦主任进行协商，由我院主编（李仲来负责），准备对我院教师目前使用的第2版数学教材进行修订后，出版第3版。

教材的建设是长期的、艰苦的任务，每一位教师在教学中要自主地开发教学资源，创造性地编写和使用教材。学院建议：在安排教学时，应考虑同一教师在3年~5年里能够稳定地上同一门课，并参与到教材的编写或修订工作中去。在学院从事教学的大多数教师，应该在一生的教学生涯中至少以自己为主，编写或修订一种教材作为己任，并注意适时地修订或更新教材。我们还希望使用这些教材的校内外专家学者和广大读者，提出宝贵的修改意见，使其不断改进和完善。

本套教材可供高等院校本科生、教育学院数学系、函授（数学专业）和在职中学教师等使用和参考。

北京师范大学数学科学学院
2007-02-02

第3版作者的话

2002年本书第二版问世以来,时光荏苒,又过了六年有余. 社会在发展,国家进入了第十一个五年计划的发展建设阶段. 科学技术在飞跃进步,今非昔比. 数学建模,这一当年的新生事物,已经得到社会的认可,并且日渐成熟,成为学术上一个重要的研究手段. 许多大学将数学模型课列为本科生必修的基础课程. 全国的大学生数学建模竞赛也已具有相当的规模和影响. 在基础教育领域,数学建模也成为中学生必须具备的能力. 这些变化极大地推动了我国高等学校的课程改革和数学应用教育的发展. 我们,作为工作在数学建模教学和科研第一线的教师也同样经历了这些变化,并且磨炼了我们自己,无论是理念上、知识上还是技能上. 这六年,随着时代的发展,我们在数学建模的教学工作中不断地进行探索和改革,以适应科学技术进步和人才培养的需要. 现在我们在课堂上的教学内容与六年前出版的这本教材相比,已经发生了很大的变化. 我们很高兴能够借“普通高等教育‘十一五’国家级教材规划”的机会将它们整理出来与读者共享改革的成果,也请读者对新版的教材多加挑剔,为我们更深入地探讨、改革和提高教学质量提出宝贵意见.

本书的前三章是全书的基础. 它集中介绍了有关数学模型的基本概念、数学建模的主要方法. 对这三章的内容进行的大幅度的调整和改造是本书第3版的主要变化. 尽管这三章的章节标题变化很小,但每一节的标题下的内容都进行了重新的斟酌、编排、补充和修改. 希望它能更好地反映我们对数学模型的理解,更准确地突出数学模型的特点和不同的建模方法的介绍,以便于大家在教学中能够把握住有关数学

建模的基本理念.

与数学学习不同的是在数学建模的学习中单单依靠一支笔、一张纸进行推理演算的学习方法是不行的. 众所周知, 多年来数学建模竞赛中出现的任何一个问题的解决都不可能仅仅通过纸面上的推理演算得到, 必须使用计算机经过大量数据的计算分析才能得到所需要的结果. 每当使用数学模型解决实际问题时, 必须要通过计算机实现模型的结果. 数学建模方法的掌握与计算机的使用是紧密结合的. 基于此, 在本书的第三版编写时有意识地将模型实现的计算机程序与所介绍的模型结合在一起. 这些程序是在 MATLAB 或 LINGO 平台上使用的. 根据模型的需要各个程序有简有繁, 有易有难. 所有程序都是我们亲自在计算机上实现过的, 实践起来不会有太大的困难, 希望大家不要回避这些内容. 读懂它们, 了解它们, 掌握它们, 你会发现一个与数学不同的另一个世界. 在那里你会遇到困难的迷惘, 波折的困惑, 最后会感到成功的快乐和提高了的喜悦. 一旦你将数学建模的知识与计算机的使用融合在一起, 并且能够用它解决几个实际问题, 你将真正走上了建模者的道路.

全国大学生数学建模竞赛已经成为我国大学生的一项重要的重要的课外科技活动. 也是对“数学模型”课的一个重要的“实习”活动, 它是教学效果的一个很好的检验. 因此我们将 2002 年至 2008 年历年全国大学生数学建模竞赛的题目以附录的形式附在了本书的后面, 以利于进一步提高“数学模型”课的教学质量. 至于以前从 1992 年至 2001 年的赛题可以在本书第二版的附录中找到. 所有的赛题都可以在网站 www.mcm.edu.cn 上找到.

限于作者的水平, 书中还会有诸多谬误和不妥. 我们热切地希望听到读者的反馈信息, 无论是批评指正, 还是建议完善, 我们都非常欢迎.

本书第 3 版是由刘来福和黄海洋合作修订的. 黄海洋撰写和修订了 § 3.3, § 3.4, § 3.6, § 4.1, § 4.3 的内容. 刘来福撰写和修订了第 1 章、第 2 章, § 3.1, § 3.2, § 3.5, § 5.1, § 5.4 的内容, 并且对全书进行了统稿. 感谢北京师范大学数学科学学院对这本书出版所给予的大力支持. 感谢北京师范大学出版社在这本书出版过程中付出的努力.

编著者

2008 年秋

于北京师范大学数学科学学院

第2版作者的话

以前,人们习惯将应用数学理解为数学在力学、电学和工程技术等与物理关系密切的领域中的应用.然而,近几十年来随着科学技术的不断进步和计算机的迅速发展,数学的应用领域在不断地扩大.它不仅被用来解决我们日常的生产、生活和社会等领域中的各种各样的实际问题,而且也在许多学科(如:经济学、生物学、医学和环境科学等)的理论发展中得到了应用.科学不断发展,社会不断进步.我们周围将会出现更多的与数学有关的问题等待我们去研究、开发.

数学的应用,实质上是数学和所研究的实际问题相结合的结果.一个成功的数学应用的成果,往往会使我们对所研究问题的认识达到更深的层次,这是当我们使用自然语言来描述一个现象时很难做到的.数学是各学科可以共同使用的一种科学语言,有它自己的理论体系;而实际问题则各自显示它们自己的特征和要求.一个成功的应用必须要把两者沟通,建立起它们之间的紧密联系.数学模型就是架于数学理论和实际问题之间的桥梁.通过数学模型的组建,数学的语言被应用到实际问题,而实际问题的对模型分析的特殊需求又往往对数学的理论提出新的挑战.实践证明,要想使数学应用得以成功,将依赖于应用者深厚的数学基础和严格的逻辑推理能力.但仅此是不够的,还要依赖于他的敏锐的洞察力、分析归纳的能力以及对实际问题的深入的理解和广博的知识面.这些在我们传统的数学教学中并没有引起足够的注意和训练.过去我们经常形容传统的数学理论是“烧(鱼的)中段”.也就是说数学理论主要着眼于数学内部的理论结构和它们之间的逻辑关系,并没有着意讨论如何从实际问题中构造

出数学问题(鱼头)以及如何将数学分析的结果用来解决实际问题(鱼尾)方面的内容。作为一个应用者,要想使自己的应用工作得到成功,仅仅掌握数学理论的内容和训练是不够的,他必须具备应用数学知识解决实际问题的能力,必须经受更全面的训练。在数学教学中不仅要给学生“烧中段”,应该给他们“烧全鱼”。

本书将以数学模型和数学建模为主要论题,目的在于通过书中内容的学习使读者在应用数学知识解决实际问题的能力上有所提高。书中重点介绍如何针对实际问题来组建数学模型以及如何通过模型的分析来解决问题。以“烧头尾”来补充在基础数学教学上“烧中段”的不足。为了使更多的读者能了解数学如何应用于解决实际问题,本书将读者的数学知识定位于大学低年级的水平。也就是说只要求读者具备微积分、线性代数、常微分方程和初等概率论等数学知识就可以顺利地阅读本书中的大部分内容。这并不意味着只是这些数学知识是有用的。实际问题对数学的需求是没有学科的界限和知识层次的高低之分的。问题解决的水平将有赖于应用者的数学功底和他解决实际问题的能力。

不少人反映“学了不少数学,但是不会用它去解决实际问题”。这表明“学数学”与“用数学”是不同的。会学数学的人不一定就肯定会用数学。掌握了数学的人在数学建模和数学应用上也不一定是自通的。在知识结构、思维方式和能力训练等诸多方面数学建模和数学应用都有它自己的特点,与数学理论在这些方面的要求明显不同。本书结合作者多年在数学应用的研究及教学工作中的经验体会,在第一篇中就与数学模型和数学建模有关的问题上进行了一些讨论。目的在于阐明数学建模和数学应用与数学理论一样是需要学习和训练的。

本书的第二篇集中介绍了16个数学模型的应用实例,以表明应用数学解决实际问题时的方式和效果。实例中不少是在数学应用的发展过程中取得成功并且是有影响的例子。在实例的选取上我们尽量拓宽它们在实际问题上和所涉及的数学理论上的覆盖面。本书不打算(也不可能)涉及数学所有可能应用的各种各样的实际问题和所有可能使用的数学知识。我们相信读者在这些例子的启发下会在更多的领域做出有特色的创造性的应用成果。

书中的第三篇介绍了数学模型在相关学科或领域的理论发展中的应用。虽然这些讨论在相关的学科和领域中仍属理论基础,但对数学来说实际上可以理解为它在相关学科发展中的应用。它们当中有些已经有了系统的研究工作,促进了相关领域的理论研究的深入开展。我们相信这些内容会帮助读者了解数学模型和数学建模在学科发展中的作用,对数学模型有一个更全面的认识。

应该说我们大家十分熟悉的理论力学、数学物理、工程计算、运筹学和统

计学等都是数学和物理学或实际问题出色结合的结果。用我们的语言说,都是非常成功的数学模型。由于它们各自都有了自己系统的理论,有大量的著作和教材以及学习它们的教学途径,本书中没有涉及这方面的内容。有需要的读者寻找适当的途径了解和掌握有关的知识不会有多大困难。

本书的第二篇由曾文艺提供初稿,其余部分和全书的统稿工作由刘来福完成。本书是作为大学“数学模型”课的教材编写的,但是要在40学时~60学时的课堂教学中讲全部内容是困难的。书中大部分章节的内容是相对独立的,可以根据教学时数、教学要求和学生的程度进行舍取,选讲其中的部分内容。

时光飞驰,把我们推进了21世纪。回首过去,“数学模型”作为一门课程在我国开设已经有十多年的历史了。这十多年来,从少数几个学校的开设者对这门课的探索,到现在已经普及到了全国几百所高等学校并且成为一门很受广大师生欢迎的课程。在此基础上,一年一届的全国大学生数学建模竞赛也举办了十届了,作为“数学模型”课的实践活动吸引了大批各类专业的大学生,推动了数学教学的改革。这是我国高等学校教学内容和课程体系上的一个重大的变化。“数学模型”这门课程进入了成熟、提高的阶段。本书的前一版自1997年出版以来也有近五年的时间了。通过这几年来的教学探索和实践,我们对“数学模型”课的教学内容的处理和教学方法的选择不断进行改革的尝试,对数学模型的概念、作用及其内涵的理解也有了进一步的提高。在此基础上,我们对本书的前一版进行了较大的修改,重新撰写了个别的章节,并且以附录的形式增加了历年来全国大学生数学建模竞赛的试题以利于进一步提高“数学模型”课的教学质量,增强大学生的数学应用意识和能力。这个工作作为教育部《高等师范教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划》的教改立项成果纳入了“面向21世纪课程教材”的编写计划。我们期望这本书的出版有助于大学生数学应用意识和能力的培养和提高,进一步巩固和深化教学改革的成果。

限于作者的水平,书中还会有谬误和不妥。我们热切地希望听到读者的反馈信息,无论是批评指正,还是建议完善,我们都非常欢迎。

北京师范大学出版社的吕建生同志在本书的出版过程中付出了大量的精力,在此表示衷心的感谢。

编 著 者
北京师范大学数学系
2002年3月

目 录

第一篇 数学模型和数学建模

第 1 章 数学模型 /2

- § 1.1 引言 2
- § 1.2 数学模型 3
- § 1.3 问题举例 6

第 2 章 数学建模 /15

- § 2.1 数学建模 15
- § 2.2 数学建模过程 16
- § 2.3 数学建模举例 18

第 3 章 常见的模型及其组建 /27

- § 3.1 量纲分析与轮廓模型 27
- § 3.2 数据资料与拟合模型 40
- § 3.3 平衡原理和机理模型 52
- § 3.4 优化问题与规划模型 73
- § 3.5 系统动态的仿真模型 93
- § 3.6 随机现象模拟与 Monte Carlo
模型 106
- § 3.7 复杂决策系统与层次分析
模型 118

- 第 3 章习题 129

第二篇 数学模型实例

第4章 日常生活中的数学模型 /135

§ 4.1	日常生活中的概率模型	135
§ 4.2	铅球投掷模型	144
§ 4.3	屋檐水槽模型	151
§ 4.4	拥挤水房模型	157
第4章习题		163

第5章 自然界与环境资源的数学模型 /166

§ 5.1	放射性衰变与考古计年模型	166
§ 5.2	湖水污染模型	170
§ 5.3	森林管理模型	175
§ 5.4	生物种群的动态	181
第5章习题		194

第6章 医学与遗传的数学模型 /198

§ 6.1	糖尿病诊断模型	198
§ 6.2	传染病模型	203
§ 6.3	药物动力学房室模型	209
§ 6.4	群体遗传模型	218
第6章习题		225

第7章 与社会有关的数学模型 /227

§ 7.1	代表名额分配模型	227
§ 7.2	密码和解密模型	234
§ 7.3	作战模型	244
§ 7.4	团体决策模型	250
第7章习题		257

第三篇 相关学科中数学模型的系统研究

第 8 章 经济学中的数学模型 /262

§ 8.1 需求理论模型	262
§ 8.2 供给理论模型	270
§ 8.3 市场均衡模型	276
§ 8.4 投入产出模型	286
第 8 章习题	293

第 9 章 交通流的数学模型 /296

§ 9.1 建立模型	296
§ 9.2 模型的分析 I ——密度波及其传播	302
§ 9.3 模型的分析 II ——非连续的交通流	308
§ 9.4 交通灯或交通事故对交通流的影响	312
第 9 章习题	317

附录 全国大学生数学建模竞赛试题 /319

2002 年全国大学生数学建模竞赛试题	319
2003 年全国大学生数学建模竞赛试题	323
2004 年全国大学生数学建模竞赛试题	333
2005 年全国大学生数学建模竞赛试题	345
2006 年全国大学生数学建模竞赛试题	352
2007 年全国大学生数学建模竞赛试题	360
2008 年全国大学生数学建模竞赛试题	363

参考文献 /366

第一篇 数学模型和 数学建模

数学模型和数学建模是应用数学解决实际问题过程中所遇到的重要的概念和方法。在传统的数学理论研究和教学中涉及不多。这一篇我们系统地阐述了数学模型的有关概念、特征和它的内涵，介绍了应用数学解决实际问题时经常使用的主流数学模型以及组建这些模型的基本方法。以利于学生正确地理解数学模型不同于数学理论的思维特征，准确地把握数学模型的概念，能够针对实际需求创造性地组建数学模型来解决它。从而较好地掌握数学模型这一解决实际问题的工具。

第1章 数学模型

§ 1.1 引言

.....

20世纪以来,科学技术得到了飞速的发展.数学在这个发展过程中发挥了它不可替代的作用,同时它自身也得到了空前的发展.由于计算机的迅速发展和普及,大大增强了数学解决现实问题的手段.数学向社会、经济和自然界各个领域的渗透,扩展了数学与实际的接触面.数学科学应用于经济建设、社会发展和日常生活的范围和方式发生了深刻的变化.从科学技术的角度来看,不少新的分支学科出现了,特别是与数学相结合而产生的新学科如数学生物学、数学地质学、数学心理学和数学语言学等.在当今的时代,“国家的繁荣富强,关键在于高新的科学技术和高效率的经济管理”.这是当代有识之士的一个共同的见解,也已为发达国家的历史所证实.大量的事实表明,高技术是保持国家竞争力的关键因素.高新技术的基础是应用科学,而应用科学的基础是数学.高技术的出现使得数学与工程技术之间在更广阔的范围内和更深刻的程度上直接地相互作用,把我们的社会推进到数学工程技术的新时代.当代社会和经济发展的一个特点就是定量化和定量思维的不断加强.它不仅适用于科学技术工作,在经济管理工作中也日益体现出了它的重要作用.直观思维、逻辑推理、精确计算以及结论的明确无误,这些都将成为精明的科技人员和经济工作者所应具备的工作素质.因此,可以预言:数学以及数学的应用在科学技术、经济建设、商业贸易和日常生活中所起的作用将愈来愈大,数学科学作为技术改进、经济发展以及工业竞争的推动力的重要性也将日益显现出来.

众所周知,数学最引人注目的特点是它的思维的抽象性、推理的严谨性和应用的广泛性.这是在数学发展的漫长的历程中逐渐形成的.它来源于人们生产和生活的需要,对其中有关的空间结构、数量关系的共性不断地抽象、升华而成当今的数学.它的出现为我们在更深的层次上认识世界提供了一条重要的途径.它的抽象性和严谨性的特点也成为我们科学地思维和组织构造知识的一个有效的手段;而数学的广泛应用性则为各门学科以及人们的生产、生活和社会活动在定量方面向深层次发展奠定了基础.但是在过去的年代由于种种原因,这个特点在人们的印象中反映得并不充分.往往只把数学理解为训练人们科学思维的工具,致使人们常常感到学了大量的数学知识和方法但是不会用,

也用不上。当前，在数学科学与其他科学技术和经济建设紧密结合变得更加需要和可能的今天，学术界在探讨数学科学的技术基础及其对经济竞争力的作用时指出：“在经济竞争中数学是不可少的，数学科学是一种关键性的、普遍的、能够实行的技术。”“高技术的出现把我们的社会推进到数学技术的时代”。数学的应用特征在当今已显得更加突出和重要。

数学模型是应用数学知识和计算机解决实际问题的一种有效的重要工具。不妨看几个例子。对于十字路口的交通问题，为使路口的交通顺畅，需要设计一个路口的最佳交通流的控制方案（如是否设单行道，是否限制载重车辆通行，如何控制交通灯等）。一种办法是将几种不同的交通控制的设计方案交给交通队进行实地试验，进行观测，最后找出最优的方案。显然，这种办法不仅费时费力，而且会造成该路口和临近地区的交通混乱，根本无法执行。另一种办法是由研究人员调查路口的车流规律，收集有关的数据资料，如车流密度、车辆速度、大小、路口状况等，使用数学和统计学的手段提炼出这些量之间的关系并且使用计算机进行分析和比较，就可以找到最优的控制管理方案。这就是交通管理的数学模型。有了它我们还可以评估类似的交通流控制方案。生物医学专家掌握了药物浓度在人体内随时间和空间变化的数学模型，他就可以用来分析药物的疗效，从而有效地指导临床用药。厂长和经理们掌握了他们的工厂、企业的生产与销售的数学模型，他们就可以用计算机控制生产和销售，以获取尽可能高的经济收益，增强工厂、企业的经济竞争力。

应用数学知识和计算机去解决各门学科和社会生产中的实际问题时，首先要通过对实际问题的分析、研究组建用以描述这个问题的数学模型，使用数学的理论和方法或者编程计算对模型进行分析从而得到结果，再返回去解决现实的实际问题。可见，数学模型与数学建模是应用数学理论和计算机解决实际问题的的重要手段和桥梁。大量的事实表明，掌握了数学知识只是应用数学解决实际问题的必要条件，在当前实现数学作为一种技术的职能的过程中使用数学解决实际问题的技能的培养也是非常重要和必需的。这主要是数学模型的有关知识和数学建模能力的培养。这也是本书的主要目的。

§ 1.2 数学模型

我们经常使用模型的思想来认识世界和改造世界。这里的模型是针对原型而言的。所谓原型是指人们在社会活动和生产实践中所关心和研究的实际对象，在科技领域常常用系统或过程等术语。如机械系统、电力系统、生态系