

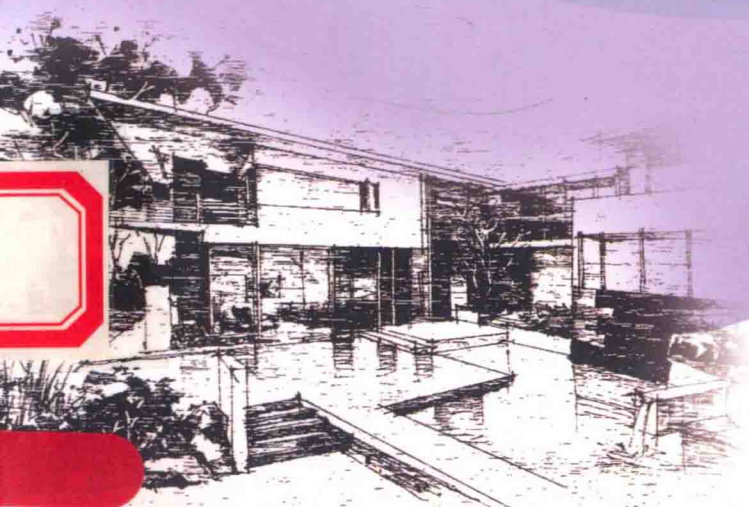


普通高等教育“十二五”规划教材

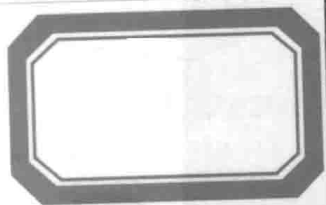
土木工程专业

结构力学

张永胜 主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

土木工程专业

结 构 力 学

主 编	张永胜	
编 写	李雁英	郭秀华
	王 蕊	聂云靖
主 审	周仁根	



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材。全书共分十二章，主要内容包括平面杆系结构的几何构造分析、静定结构的受力分析、结构位移计算、力法、位移法、力矩分配法、影响线、矩阵位移法、结构的动力计算、结构的极限荷载、结构的稳定计算。每章后都附有习题。

在本书的编写过程中坚持少而精的原则，做到概念清晰、内容简明、重点突出、深入浅出、通俗易懂，既注重基础知识理论的严谨性、逻辑性，又注重实用性。同时删除了一些陈旧的内容，如图解法、弹性中心法等；增加了一些实用的内容，如采用了弯矩图直接绘制剪力图方法等。并对结构进行了分类，将其与实际工程结构对应起来。与其他教材不同的是，本书重点突出了基本概念，而不是解题方法和技巧，它符合当前工程结构计算普遍使用计算软件的这种新形式。

本书可作为高等学校土木工程、桥梁工程、水利水电工程等专业的结构力学教材，也可作为相关专业人员的参考用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

结构力学/张永胜主编. —北京：中国电力出版社，2013.1

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 5123 - 3927 - 9

I. ①结… II. ①张… III. ①结构力学—高等学校—教材
IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 309082 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2013 年 1 月第一版 2013 年 1 月北京第一次印刷
787 毫米×1092 毫米 16 开本 15.75 印张 379 千字
定价 27.00 元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前言

结构力学是土木工程、桥梁工程、水利工程的专业基础课。在各专业中占有重要地位。设置结构力学课程的目的是使学生掌握杆系结构的强度、刚度、稳定性的计算原理和方法,以及结构的几何组成规律。

本教材吸取以往教材的长处,并总结了多年的教学经验,不仅保持了结构力学基本理论的系统性和完整性,而且贯彻“少而精”、理论联系实际、由浅入深的原则,注重培养学生独立思考、分析问题和解决问题的能力。

在本书的编写过程中,力求做到概念清晰、内容简明、重点突出、深入浅出、通俗易懂,既注重基础知识理论的严谨性、逻辑性,又注重实用性。同时删除了一些陈旧的内容,如图解法、弹性中心等;增加了一些实用的内容,如剪力图的绘制,采用了新的方法——由弯矩图直接绘制剪力图,传统的做法是采用隔离体的方法绘制剪力图,这种方法不仅费时,而且容易出错,并对结构进行了分类、将其与实际工程结构对应起来。

与以往教材不同的是,本书重点突出了基本概念。以往教材大都注重解题方法和技巧,但随着计算机的普及和计算机软件的出现,计算方法已不再是结构力学的基本问题。

本书可作为高等学校土木工程、桥梁工程、水利水电工程专业的结构力学教材,也可作为相关专业人员的参考用书。

本书由张永胜主编,第一、四、五章由张永胜编写,第二、三章由李雁英编写,第六、七章由王蕊编写,第八、九章由聂云靖编写,第十、十一、十二章由郭秀华编写。太原理工大学的周仁根教授对本书进行了认真细致的审阅,并提出了许多宝贵的意见,在此表示衷心地感谢!

由于编者水平有限,书中难免有不足之处,望读者多加指正。

编者

2012年12月

主要符号

A	面积、振幅	K	结构刚度矩阵
C	弯矩传递系数	m	质量
d	结间距离	M	质量矩阵
E	弹性模量	M	力矩、力偶矩、弯矩
E_P	势能	M^F	固端弯矩
f	矢高、工程频率	M_u	极限荷载
F_P	集中荷载	q	均布荷载集度
F_P	荷载向量	r	半径、反力影响系数
F_H	水平力	t	时间
F_x, F_P	水平 (x)、垂直 (y) 方向的分力	T	周期
F_N	轴力	u	水平位移
F_{Nx}, F_{Ny}	轴力在水平 (x)、垂直 (y) 方向的分力	v	竖向位移
F_Q	剪力	W	功、计算自由度
F_Q^L, F_Q^R	截面左、右的剪力	X	广义未知力
F_Q^F	固端剪力	y	位移
F_{Pe}	欧拉临界荷载	$\dot{y}$	速度
F_{Per}	临界荷载	$\ddot{y}$	加速度
F_{Pu}	极限荷载	α	线膨胀系数、初相角
F_e	弹性力	β	动力系数
F_I	惯性力	Δ	广义未知位移
F_c	阻尼力	δ	柔度系数、位移影响系数
F_R	广义反力	ϵ	线应变
G	切变模量	μ	力矩分配系数
i	线刚度	θ	截面的转角、干扰力频率
I	惯性矩	ξ	阻尼比
k	刚度系数、切应力分布不均匀系数	σ_s	屈服应力
		σ_u	极限应力
		ω	圆频率

目 录

前言	
主要符号	
第一章 概述	1
第一节 结构力学的研究对象和任务	1
第二节 结构的计算简图	2
第三节 杆系结构的分类	4
第四节 荷载的分类	5
第二章 平面杆系结构的几何构造分析	6
第一节 几何构造分析中的基本概念	6
第二节 平面几何不变体系的组成规律	8
第三节 平面体系自由度的计算	10
第四节 静定结构和超静定结构	11
习题	11
第三章 静定结构的受力分析	14
第一节 静定结构的基本概念	14
第二节 多跨静定梁	17
第三节 刚架	19
第四节 桁架	24
第五节 三铰拱	27
第六节 组合结构	33
习题	35
第四章 结构位移计算	41
第一节 概述	41
第二节 虚功原理	42
第三节 荷载作用下结构位移计算的一般公式	44
第四节 图乘法	46
第五节 支座移动和温度变化时的位移计算	52
第六节 互等定理	54
习题	56
第五章 力法	59
第一节 超静定结构概述	59
第二节 力法的基本概念	61
第三节 力法典型方程	64
第四节 力法算例	66

第五节	支座移动和温度变化时超静定结构计算	72
第六节	力法中对称性的利用	74
第七节	超静定结构的位移计算和内力校核	78
第八节	超静定结构的特性	80
第九节	等截面单跨超静定梁的杆端内力	81
习题		86
第六章	位移法	90
第一节	位移法基本概念	90
第二节	位移法基本未知量的确定	92
第三节	位移法典型方程	93
习题		99
第七章	力矩分配法	101
第一节	力矩分配法的基本概念	101
第二节	力矩分配法计算连续梁和无结点线位移刚架	106
第三节	超静定结构特性分析	111
习题		112
第八章	影响线	114
第一节	影响线的概念	114
第二节	静力法作影响线	115
第三节	间接荷载作用下的影响线	119
第四节	机动法作影响线	120
第五节	桁架的影响线	124
第六节	影响线的应用	126
第七节	简支梁的内力包络图和绝对最大弯矩	130
习题		134
第九章	矩阵位移法	136
第一节	概述	136
第二节	单元刚度矩阵	136
第三节	单元刚度矩阵的坐标转换	140
第四节	整体刚度矩阵	142
第五节	边界条件引入和非结点荷载的处理	148
第六节	矩阵位移法算例	150
习题		155
第十章	结构的动力计算	157
第一节	概述	157
第二节	单自由度体系的运动方程	160
第三节	单自由度体系的自由振动	163
第四节	单自由度体系的强迫振动	168
第五节	多自由度体系的自由振动	175

第六节	多自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动·····	188
第七节	振型分解法·····	191
第八节	计算频率的近似法·····	196
习题	·····	199
第十一章	结构的极限荷载·····	203
第一节	概述·····	203
第二节	极限弯矩 塑性铰 破坏机构·····	203
第三节	单跨超静定梁的极限荷载·····	206
第四节	比例加载的一般定理·····	208
第五节	确定极限荷载的方法 连续梁的极限荷载·····	209
第六节	简单刚架的极限荷载·····	212
习题	·····	214
第十二章	结构的稳定计算·····	217
第一节	结构稳定概述·····	217
第二节	计算临界荷载的静力法·····	219
第三节	弹性支座等截面直杆的稳定·····	223
第四节	计算临界荷载的能量法·····	227
第五节	变截面压杆的稳定·····	232
第六节	剪力对临界荷载的影响·····	234
第七节	组合压杆的稳定·····	235
习题	·····	238
参考文献	·····	241

第一章 概 述

第一节 结构力学的研究对象和任务

在建筑物或构筑物中承受荷载起骨架作用的部分,称为工程结构,简称结构。如图 1-1 (a) 所示的简支梁是一种结构,如图 1-1 (b) 所示的悬臂梁也是一种结构。

一、结构的分类

从几何角度来看,结构可分为杆系结构、板壳结构、实体结构三类。

1. 杆系结构

由一个方向的尺寸(长度)远大于其他两个方向的尺寸(宽、高)的杆件组成的结构,称为杆系结构。如:梁和柱子均属于杆系结构(图 1-2)。

2. 板壳结构

一个方向的尺寸(厚度)远小于其他两个方向的尺寸(长、宽)的结构,称为板壳结构。如板和壳体均属于板壳结构,见图 1-3 (a)、(b)。

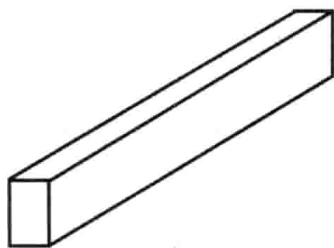


图 1-2

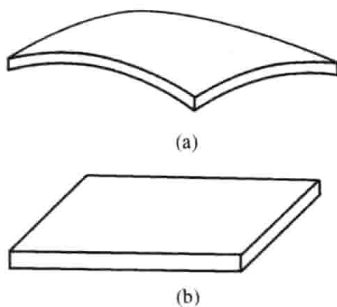


图 1-3

3. 实体结构

三个方向的尺寸约为同量级的结构,称为实体结构。如水坝(图 1-4)、挡土墙均属于实体结构。

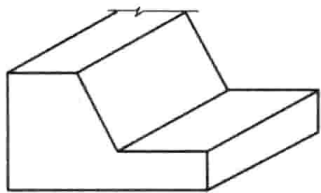


图 1-4

二、结构力学的研究对象和任务

结构力学的研究对象和任务是研究杆系结构的强度、刚度、稳定性的计算原理和计算方法以及几何组成规律。

三、结构力学与其他课程的关系

理论力学是研究刚体的机械运动规律的一门科学。

材料力学是研究单个构件的强度、刚度、稳定性的计算原理和计算方法的一门科学。

结构力学是研究杆系结构的强度、刚度、稳定性的计算原理和计算方法及几何组成规律的一门科学。

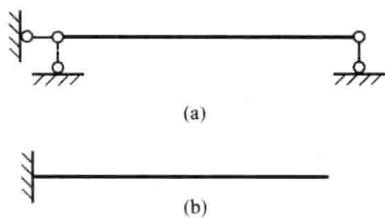


图 1-1

弹性力学是研究可变形固体在外部因素（荷载、温度变化等）作用下的应力、应变和位移的一门科学。

结构力学是一门专业基础课，在建筑工程中占有重要的地位。一方面与前修课程有密切联系；另一方面，又为后续课程的学习奠定了必要的基础。结构力学又是实践性很强的学科，学习时既要注意掌握结构力学的概念、思路和相互联系，又要注意理论联系实际，逐步提高分析能力和计算能力。

第二节 结构的计算简图

在结构计算时，结构的实际情况很复杂，要完全考虑结构的受力特性来建立计算理论和方法是不可能的。因此，必需忽略次要因素，抓住主要因素。用简化模型代替实际结构，这种用以计算的模型称为结构的计算简图。

一、确定结构的计算简图的原则

(1) 尽可能地反映实际结构的受力特性。

(2) 计算简图要便于计算。计算简图的选择是力学计算的基础，极为重要。工程中常见的建筑物已有了成熟的计算简图，可以直接应用。但是对于一些新型结构，则需要设计人员自己确定计算简图。

二、计算简图的简化要点

1. 结构体系的简化

实际的结构一般都是空间结构，但多数情况下通过忽略次要的空间因素后，可以简化为平面结构。

2. 杆件的简化

实际的杆件有长、宽、高三个方向的尺寸，忽略宽、高的影响后，可以用轴线代替杆件。

3. 结点的简化

由两根或两根以上的杆件相互联结的地方称为结点。

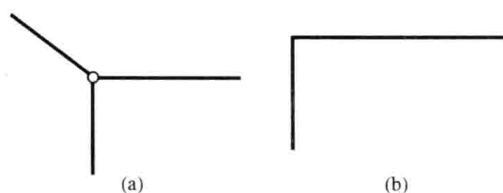


图 1-5

(1) 铰结点。所联结的各杆件可以绕结点自由转动的结点称为铰结点，见图 1-5 (a)。铰结点不能承受弯矩。

(2) 刚结点。所联结的各杆件不能绕结点自由转动的结点称为刚结点，见图 1-5 (b)。刚结点能够承受弯矩。

4. 支座的简化

把结构与基础或其他支承物联系起来的装置称为支座。在计算简图中一般简化为以下几种类型：

(1) 铰支座，见图 1-6 (a)。杆端 A 可以沿水平方向自由移动，但沿竖向方向不能移动，绕 A 点可以自由转动。因此只能产生沿竖向方向的反力。

(2) 固定铰支座，见图 1-6 (b)。杆端 A 可以绕 A 点自由转动，但沿水平方向和竖向方向都不能移动，因此产生沿水平方向和竖向方向的反力。

(3) 固定支座，见图 1-6 (c)。杆端 A 既不能绕 A 点转动，也不能沿水平方向

和竖向方向移动。因此杆端 A 产生沿水平方向、竖向方向的反力和约束杆端转动的力矩。

(4) 定向滑动支座, 见图 1-6 (d)。定向滑动支座只能允许杆端沿某一方向自由移动, 而沿其他方向既不能移动, 也不能转动。沿自由移动的方向没有反力, 但产生垂直于自由移动方向的反力和约束杆端转动的力矩。

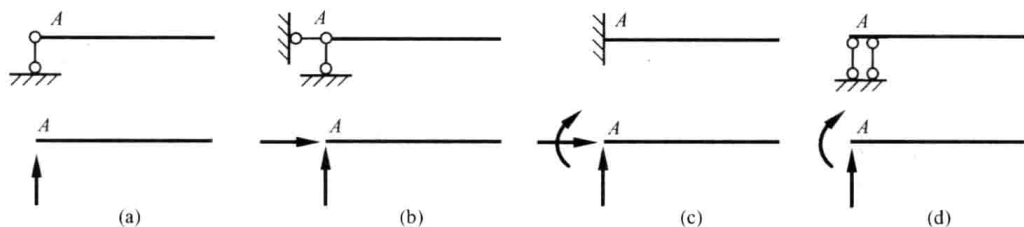


图 1-6

5. 荷载的简化

因为结构简化时杆件用轴线代替, 因此荷载的简化首先要把荷载简化为作用于杆轴线上的力。如荷载集度变化较小时, 可以简化为均布荷载, 见图 1-7 (a); 如荷载作用的范围与结构的尺寸相比较小, 可以简化为集中荷载, 见图 1-7 (b)。

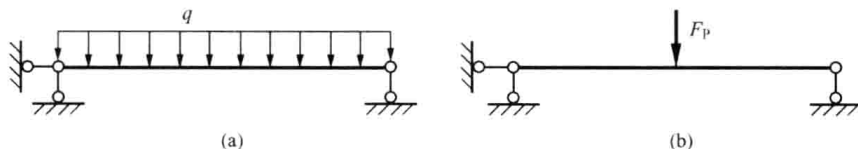


图 1-7

【例 1-1】 选取图 1-8 (a) 所示工业厂房柱端支座, 作计算简图。

当土质坚硬、基础底面积较大时, 柱子放入杯形基础后, 如果用细石混凝土灌注杯口中, 则柱子和杯形基础联结的计算简图可取为固定端 [图 1-8 (b)], 因为杯形基础和柱端的线位移和转动较小, 柱端可以承受较大的弯矩。如果用沥青麻丝灌注杯口中, 则柱子和杯形基础联结的计算简图可取为固定铰支座 [图 1-8 (c)], 因为杯口中沥青麻丝对柱端转动的约束力较小。

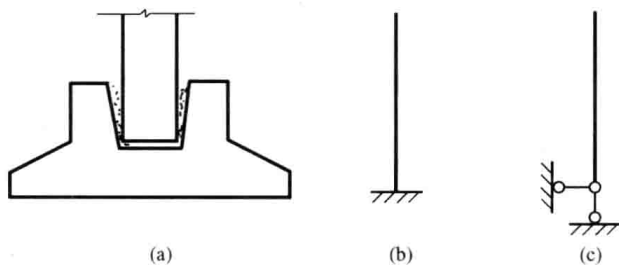


图 1-8

【例 1-2】 选取图 1-9 (a) 工业厂房中吊车梁, 作计算简图。

图 1-9 (a) 所示为工业厂房中采用的一种吊车梁, 横梁 AB 和竖杆 CD 都是由钢筋混凝土做成, 但是竖杆 CD 的截面面积比梁 AB 的截面面积小很多。斜杆 AD 、 BD 是由锰钢做成。吊车梁的两端由厂房柱的牛腿支承。

(1) 支座的简化。由于吊车梁的两端与牛腿上的预埋钢板通过焊接相连, 且焊缝较短, 因此这种连接方式对吊车梁两端的转动没有多大的约束作用, 又考虑梁的受力特性和计算简图要便于计算的原则, 梁可简化为简支梁, 即梁一端为固定铰支座, 另梁一端为可动铰支座。

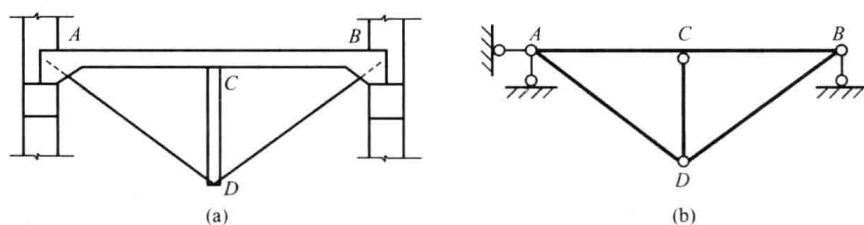


图 1-9

(2) 结点的简化。因梁 AB 是一根整体的钢筋混凝土梁，截面面积较大，而杆 CD 、 AD 、 BD 截面面积与梁 AB 的截面面积相比较小，主要承受轴力，故 A 、 D 、 B 结点可以简化为铰， C 结点可简化为半铰（梁 AB 在 C 点是连续的，杆 CD 在 C 点是铰）。

用各杆的轴线代替杆件，可得结构的计算简图为图 1-9 (b)，图中 A 、 B 、 D 为铰结点， C 为半铰。这个简图，反映了主要杆件梁 AB 的主要受力性能（弯矩、剪力、轴力）；对 AD 、 CD 、 DB 保留了主要的内力（轴力），忽略了弯矩、剪力的影响。对于支座保留了主要的内力（竖向的支承力），忽略了转动的约束作用。实践证明，这个简图是合理的，既反映了结构的主要的变形和受力特点，又方便于计算。

第三节 杆系结构的分类

一、梁

梁是一种受弯构件（图 1-10）。



图 1-10

二、刚架

由直杆组成，其结点大部分是刚结点的结构称为刚架，如图 1-11 (a)、(b) 所示。

三、拱

在竖向荷载作用下产生水平推力的曲线结

构称为拱（图 1-12）。

四、桁架

由轴力杆件在两端用理想铰连接而组成的结构称为桁架（图 1-13）。当荷载作用于结点上时，各杆只产生轴力。

五、组合结构

由梁式杆件和轴力杆件组成的结构称为组合结构（图 1-14）。

杆系结构除以上分类外，按结构的计算特性来分，结构又可分为静定结构和超静定结构。用平衡方程式可以求出全部的支座反力和内力的结构称为静定结构，见图 1-15 (a)；用平衡方程式不能求出全部的支座反力和内力的结构称为超静定结构，见图 1-15 (b)。

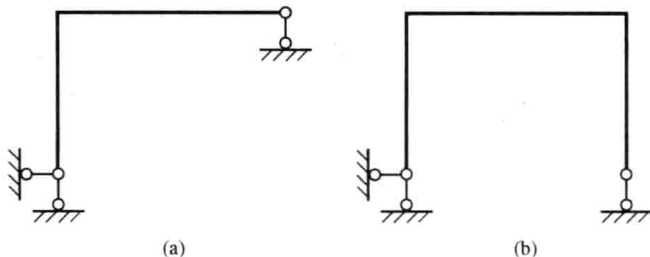


图 1-11

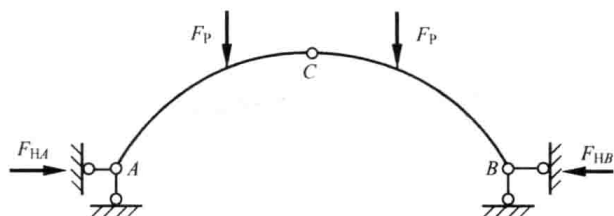


图 1-12

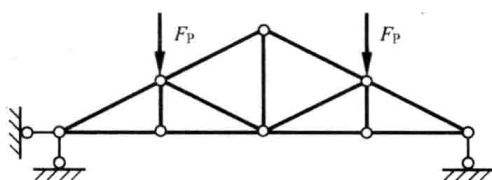


图 1-13

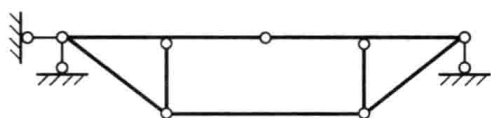


图 1-14

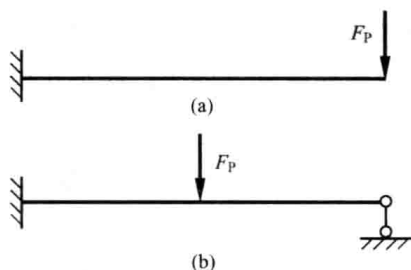


图 1-15

第四节 荷载的分类

一、按荷载作用的时间分

作用于结构上的荷载,按其作用的时间的长短可分为恒载和活载。活载又可分为可动荷载和移动荷载。

1. 恒载

恒载是指永久地作用在结构上,其大小和位置不发生变化的荷载。例如自重。

2. 活载

活载是指暂时作用在结构上的荷载。例如风荷载、雪荷载、人群荷载和吊车荷载。

3. 可动荷载

可动荷载是指在结构上能占有任意位置的荷载。例如风荷载、雪荷载。

4. 移动荷载

移动荷载是指一系列相互平行、间距不变且能在结构上移动的活荷载。例如吊车荷载。

二、按荷载的作用性质分

按荷载的作用性质,又可分为静力荷载和动力荷载。

1. 静力荷载

静力荷载是指荷载的大小、方向和位置不随时间变化或变化很缓慢,不使结构产生显著的振动,计算时可忽略惯性力影响的荷载。

2. 动力荷载

动力荷载是指荷载的大小、方向和位置随时间变化,使结构产生显著的振动,计算时不能忽略惯性力影响的荷载。

应该指出:在超静定结构的分析中,除了荷载在结构中引起内力外,温度变化、支座移动、材料收缩等因素也可在结构中引起内力。这种内力有时会很大,在结构设计时不可忽略。

第二章 平面杆系结构的几何构造分析

几何构造分析,也称几何组成分析或机动分析。在建筑工程中,结构要承受各种荷载的作用,首先它的几何形状和空间的位置是稳定的。如果结构的几何形状不稳定,那么它就不能承受任意荷载。因此,从几何构造的角度看,结构应该是一个几何不变的体系,这种结构称为几何不变体系。反之,称为几何可变体系。

第一节 几何构造分析中的基本概念

一、几何不变体系和几何可变体系

几何不变体系是在不考虑材料应变的条件下,体系的形状和各个杆件的相对位置不发生变化的体系。图 2-1 (a) 就是一个几何不变体系。

几何可变体系是在不考虑材料应变的条件下,体系的形状或各个杆件的相对位置发生变化的体系。图 2-1 (b) 就是一个几何可变体系,因为体系是一个平行四边形,平行四边形是一个不稳定的图形。

几何构造分析的一个主要目的是判别体系是否为几何不变体系,从而决定是否能否作为结构使用。

二、自由度

自由度是确定体系位置所需的独立坐标参数的数目。如图 2-2 (a) 平面上的一个点 A 可以用二个独立坐标来确定其位置,因此,平面上的一个点有两个自由度。如图 2-2 (b) 平面上的一个刚片 AB 可以用三个独立坐标来确定其位置,因此,平面上的一个刚片有三个自由度。

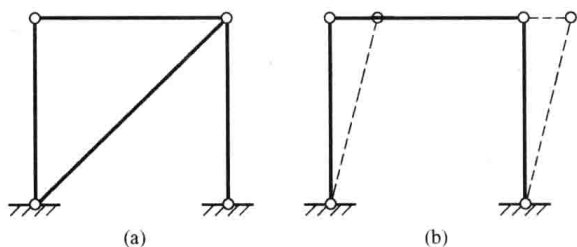


图 2-1

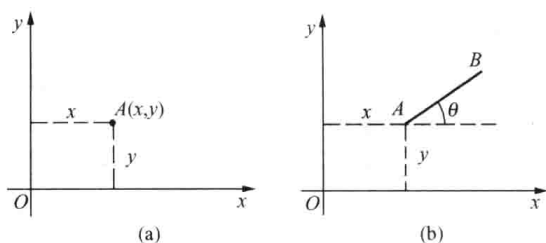


图 2-2

三、约束

约束是减少自由度的装置。约束也称为联系。它是体系中杆件之间或体系与基础之间的装置。如果它能减少一个自由度就称为一个约束,如果它能减少二个自由度就称为二个约束。常见的约束有链杆、铰、刚性联结(也称刚结点)。

一个链杆相当于一个约束,见图 2-3 (a) 所示。

一个铰相当于二个约束，见图 2 - 3 (b) 所示。
一个刚性联结相当于三个约束，见图 2 - 3 (c) 所示。
约束又分单约束和复约束，两个刚片的联结称为单约束，三个刚片的联结相当于二个单约束。三个以上的刚片的联结称为复约束。一般说来， n 个刚片的联结相当于 $n - 1$ 个单铰约束。图 2 - 4 (a) 是一个单约束，图 2 - 4 (b) 是一个复约束。

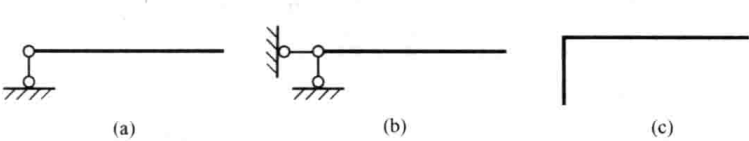


图 2 - 3

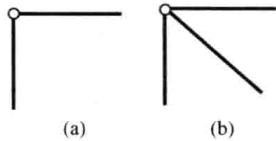


图 2 - 4

四、多余约束
在体系中增加或减少一个约束不改变体系的自由度，这种约束称为多余约束。

在图 2 - 5 (a) 中，梁 EF 在平面内有三个自由度，如果把梁 EF 与基础用 AB 和 AC 链杆相连，梁只有一个自由度（绕 A 点转动），所以，链杆 AB 和 AC 都不是多余约束（因为去掉链杆 AB 和 AC 中的任何一个杆件，梁的自由度都会发生变化），而是必要约束。在图 2 - 5 (a) 中增加一个链杆 AD ，体系变为图 2 - 5 (b)，梁仍然有一个自由度（绕 A 点转动），也就是说，链杆 AD 不影响体系的自由度，因此，链杆 AD 是一个多余约束。

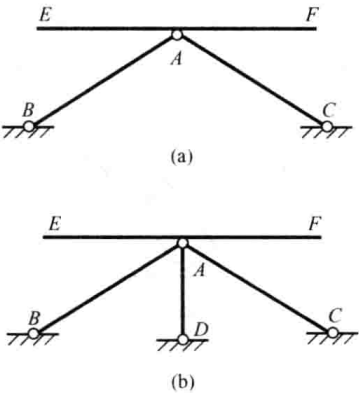


图 2 - 5

值得说明的是多余约束对体系的自由度没有影响，只有非多余约束对体系的自由度有影响。在图 2 - 5 (b) 中，三根链杆（ AB 、 AC 和 AD ）中的任何一根链杆都可以看成多余约束，因此，多余约束不唯一。也就是说，多余约束具有不唯一的特性。

五、刚片

在几何构造分析中，可能遇到几何形状不同的各种平面物体，只要物体本身是几何不变的，就可把它看作为刚片。刚片是几何不变的平面物体。它可以是一个杆件，也可以是由杆件组成的几何不变的部分。

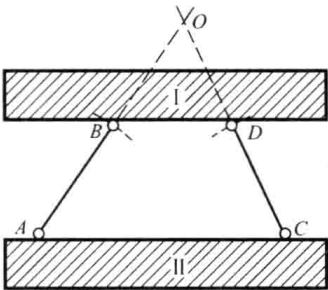


图 2 - 6

六、瞬铰

如图 2 - 6 所示刚片 I 与刚片 II 用两根不平行链杆 AB 和 CD 连接，现在对体系进行分析。由于链杆的作用， B 点发生垂直 AB 杆的微小位移， D 点发生垂直 CD 杆的微小位移， AB 与 CD 的延长线交于 O 点， O 点称为瞬时转动中心，刚片 I 就可以绕 O 点发生微小的转动。因此两根链杆所起的约束作用相当于两根链杆在交点处（ O 点）的一个铰的约束作用，这个铰称为瞬铰。

第二节 平面几何不变体系的组成规律

一、三角形的基本规律

众所周知，三角形具有几何不变性，三角形铰接体系是最简单的几何不变体系。组成几何不变铰接体系最基本的规律是三角形规律。图 2-7 是三角形铰接体系，也是几何不变体系。

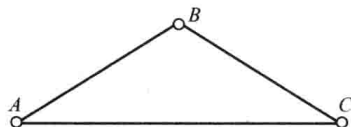


图 2-7

二、两个刚片的联结规律

规律 1 两个刚片用一个铰和一根不通过此铰的链杆相联结，组成几何不变体系，并且没有多余约束。

如图 2-8 把三角形铰接体系（图 2-7）中的 AB 和 AC 杆看成两个刚片，BC 看成一根支杆，这与三角形铰接体系（图 2-7）是等效的，当然也是几何不变的。因此，可以得到两个刚片的联结规律。

图 2-8 中的 A 铰可以用两根链杆来替换后，得到图 2-9。由于一个固定铰可以用两根链杆来替换，两个刚片联结规律就可以用以下方式表达。

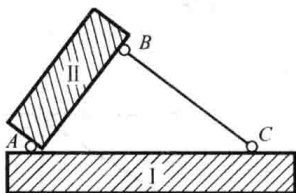


图 2-8

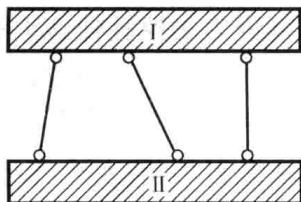


图 2-9

规律 2 两个刚片用三根既不平行又不相交于一点的链杆相联结，组成几何不变体系，并且没有多余约束。

三、三个刚片的联结规律

规律 3 三个刚片用不在一条直线上的三个铰两两相联，组成几何不变体系，并且没有多余约束。

如图 2-10 是把三角形铰接体系（图 2-7）中的 AB、AC 和 BC 杆看成三个刚片，这与三角形（图 2-7）是等效的，当然也是几何不变的。因此，可以得到三个刚片的联结规律。

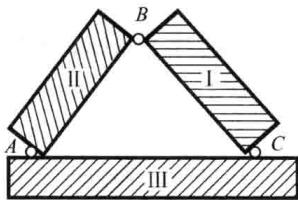


图 2-10

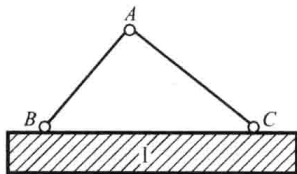


图 2-11

四、二元体

在图 2-11 中，由两根不共线的链杆 AB 和 AC 联结成一个新结点 A 的装置称为二元体。由于一个结点的自由度等于 2，用两根不共线的链杆相连，其约束数也等于 2，所以增

加一个二元体对实际的自由度没有影响。因此,在一个体系上增加一个二元体并不改变原有体系的自由度。同理,在一个体系上拆去一个二元体也不改变原有体系的自由度。由此可见,二元体具有这样的性质,在一个体系上增加或减少有限个二元体不改变原有体系的自由度。也就是说,增加或减少有限二元体不改变原来体系的可变性。

五、瞬变体系

如图 2-12 所示,刚片 I 与刚片 II 用三根交于一点的链杆相联结,显然,刚片 I 可以绕该铰任意转动,则体系为几何可变体系。如图 2-13 刚片 I 与刚片 II 用三根平行且等长链杆相连接,刚片 I 可以发生微小的水平位移,在刚片 I 发生微小的位移后,三根链杆仍然平行,则刚片 I 继续在水平方向上产生位移,则体系为几何可变体系。当体系的位置或形状发生连续的改变或连续位移时,这种体系称为常变体系。

如图 2-14 所示刚片 I 与刚片 II 用三根平行且不等长链杆相联结,刚片 I 可以发生微小的水平位移,在刚片 I 发生微小的位移后,三根链杆不再平行,则体系为几何不变体系。在发生微小位移后体系由几何可变体系变为几何不变体系,这种体系称为几何瞬变体系。

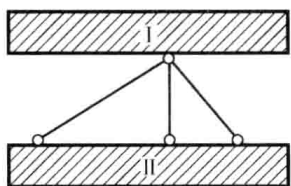


图 2-12

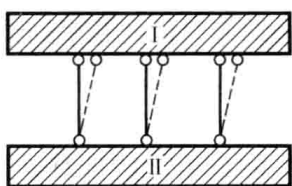


图 2-13

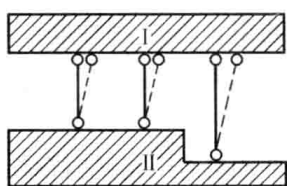


图 2-14

值得注意的是:可变体系包括常变体系和瞬变体系。常变体系和瞬变体系都不能作为结构使用。瞬变体系是可变体系的一种特殊情况。

【例 2-1】 分析图示 2-15 所示体系的几何构造。

解 AB 杆看成刚片 I, BC 杆看成刚片 II, 基础看成刚片 III, 刚片 I 与刚片 III 由铰 A 和一根链杆 1 组成一个大刚片, 刚片 II 与大刚片由铰 B 和一根链杆 2 组成一个几何不变体系。所以,该体系为几何不变体系,且没有多余约束。

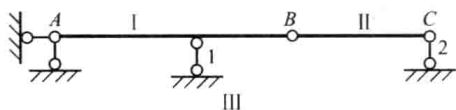


图 2-15

【例 2-2】 分析图示 2-16 所示体系的几何构造。

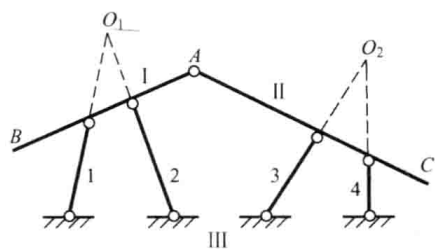


图 2-16

解 AB 杆看成刚片 I, AC 杆看成刚片 II, 基础看成刚片 III, 刚片 I 与刚片 III 由两根链杆 1 和 2 形成的瞬铰 O_1 相连, 刚片 II 与刚片 III 由两根链杆 3 和 4 形成的瞬铰 O_2 相连, 刚片 I 与刚片 II 由铰 A 相连。三个铰 A、 O_1 、 O_2 不在一条直线上, 组成几何不变体系, 并且没有多余约束。

【例 2-3】 分析图示 2-17 所示体系的几何构造。

解 把三角形 ABC 看成刚片 I, 把三角形 DEF 看成刚片 II, 刚片 I 与刚片 II 用三根不交于一点的链杆 AD、BE、CF 相连, 组成几何不变体系, 并且没有多余约束。

【例 2-4】 分析图示 2-18 所示体系的几何构造。