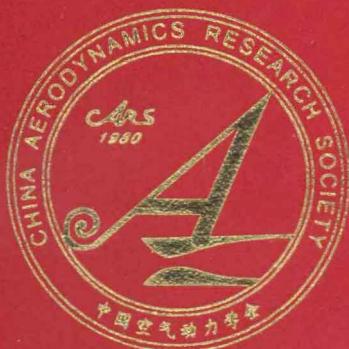


非定常空气动力学研讨会论文集

— 祝贺童秉纲院士八十华诞 —

张涵信 主编



中国空气动力学会

二〇〇七年·北京

非定常空气动力学研讨会论文集

祝贺童秉纲院士八十华诞

张涵信 主编



中国空气动力学会

北京

2007 · 3

序

这本论文集是由 2007 年 3 月在北京召开的非定常空气动力学研讨会部分论文选编而成。非定常流动是自然界和工程中普遍存在的流体运动形式，研究非定常流动的现象和规律，揭示其流动机理，探求对它们实施控制的有效手段，是大量工程实践提出的迫切需要解决的问题。因此，非定常流体力学已经成为流体力学理论和应用研究中极具挑战性的前沿领域。我国在非定常流体力学研究中已经取得令人瞩目的成绩，其中童秉纲院士作出了重要的贡献。今年恰逢童秉纲先生八十华诞，这次研讨会也是对他的祝贺。

童先生作为我国著名的流体力学家，在非定常空气动力学、生物运动力学、航天器热防护气动热力学等前沿领域作出了系统的创造性工作，并为此于 1997 年当选中国科学院院士。

70 年代，由于我国独立研制战术导弹、战略导弹和卫星返回舱的急需，童先生和合作者在国内率先开展非定常空气动力学理论研究来确定飞行器的动导数，花十年时间开拓和发展了从低速到高超声速飞行器部件的整套动导数计算方法，供工程部门使用。特别是，他们针对跨声速流和高超声速流固有的非线性困难，建立了相应的非定常流理论模型，采用半解析半数值的求解途径，发展了若干新方法。例如，适用于机翼和旋成体的非定常跨声速局部线化面元法和与之配套的若干核函数近似算式，以及适用于高超声速钝头体的非定常内伏牛顿-布兹曼流动理论。这些工作曾有国际反响。

飞行和游动的生物运动力学是一门新兴的交叉学科，既是仿生机器（如微小飞行器，小型水下航行器等）的理论支撑，又具有生物学意义。就外部生物流体力学而言，其实质是研究中低雷诺数下变形体自主运动引起的非定常流动，仍是非定常流体力学的范畴。童先生和合作者在上个世纪 80 年代后期，率先研究鱼类三维巡游问题，提出了模拟鱼类波状游动的三维波动板理论，并定量分析了鱼类几种游动模式的形态适应问题，得出了若干新的结论。这项成果产生了广泛的持久的国际影响。进入到本世纪以来，在童先生的倡导下，组成了中国科学技术大学和中科院研究生院的联合团队，在中科院创新工程和国家自然科学基金的支持下，历时五年，建立了活体观测、模型实验、数值分析和理论模化几种手段配套的研究平台，在鱼类机动运动、昆虫飞行等方面已经做出了一批创造性工作，开始受到了国内外同行的关注。

童先生与合作者还在涡运动领域做了若干有意义的工作，涡运动就其主体而言，也是一种非定常流动形态。

此外，童先生和航天空气动力研究院的姜贵庆先生，从 1988 年开始合作，先后指导多名博士生，从事航天器热防护的计算气动热力学研究。他们曾探讨了采用 NND 有限元格式和积分形式的热流计算公式来确定可靠的峰值热流这一新途径。当前，面对着新的国家需求，他们又在这个领域研究新问题，其中有非定常气动热环境的新探索。

作为我国著名的力学教育家，童先生从教五十五年，为我国的力学教育事业作出了杰出的贡献。他于上世纪 50 年代在哈尔滨工业大学主持创建了国内第一个理论力学教研室，是 50 年代国内闻名的先进教学集体之一。他于 1961 年到中国科学技术大学近代力学系任教，协助钱学森、林同骥、卞荫贵等先生建设了科大流体力学的专业教学体系。文革结束后，他又勇挑重担，为振兴科大力学系作

出了不懈的努力。现在中国科大力学系是全国五个力学重点学科博士点之一，其教学和研究水平居于国内前列，受到国内同行的尊重，其中凝聚着童先生多年的心血和辛劳。

童先生的桃李满天下。他以教书育人为己任，以他的师德言传身教，在青年学生中有非常好的口碑，对他们起着潜移默化的影响。童先生强烈的事业心深深感染着他的学生，他把自身严谨的、不畏曲折、真诚认真工作作风贯穿于整个教育过程，不断提高学生的学术修养，培养了一大批高素质人才。

今年恰逢童秉纲院士八十寿辰，让我们祝他健康长寿，为我国的空气动力学事业和力学教育事业做出更大的贡献。

本次会议由中国空气动力学会主办，由中国科技大学、中国科学院力学所、中国空气动力研究与发展中心、中国航天空气动力技术研究院、北京理工大学以及中国科学院研究生院等单位协办，在此一并表示深切感谢。

张涵信
2007年3月

目 录

童秉纲院士学术成就介绍.....	马晖扬 陆夕云(1)
飞行和游动的生物运动力学研究.....	陆夕云 余永亮 尹协振(5)
昆虫悬停飞行的动稳定性: 理论分析与数值模拟.....	孙 茂 王济康(10)
昆虫翅悬停飞行中的三维空间旋涡结构.....	申功忻 任禹桥 喻 科 黄烁桥 谭广琨(19)
绕刚体的分离涡流到绕柔体的受控势流.....	吴介之 杨延涛(32)
基于动态混合网格的双鱼串列巡游数值模拟.....	
	张来平 常兴华 段旭鹏 王振亚 张涵信 (39)
粘弹性蜻蜓模型翼挥拍的流固耦合求解途径初探.....	鲍 麟 余永亮(47)
复杂外形飞行器热流的 NND 有限元数值计算方法研究与应用.....	石 清 张涵信(53)
疏导式热防护固体传导的性能表征与传导特性分析.....	姜贵庆 艾邦成 俞继军(58)
动态气动力研究的几个问题.....	崔尔杰(64)
基于非结构网格的非定常流数值模拟方法研究.....	伍贻兆 田书玲 刘学强 夏 健(69)
现代战斗机非定常空气动力学及其风洞实验研究.....	孙海生 姜裕标 黄 勇 刘志涛(85)
飞行器动态气动特性研究的问题.....	李潜(91)
非定常自由来流对飞机过失速机动特性的影响研究.....	史志伟 尹江辉 明 晓(103)
高速风洞弹舱流场气动声学特性初步研究.....	张 林 蒋卫民 胡成行 罗新福 (110)
SDM 标模大迎角动态特性试验研究.....	赵忠良 李其畅 余 立(114)
FL-24 风洞新型捕获轨迹系统设计与发展.....	黄叙辉 罗新福 于志松(120)
含运动边界的非定常全速流场数值模拟的预处理方法.....	肖天航 昂海松(125)
TRIP2.0 软件非定常数值模拟技术进展.....	王运涛 庞宇飞 王光学(132)
多电子束物理气相沉积的统计模拟与精细测量.....	李帅辉 舒勇华 樊 菁(136)
智能变形飞行器的发展之路.....	杨基明 崔尔杰(149)
钝体头部边界层特征谱分析和转捩途径预测.....	袁湘江 张涵信 沈 清 涂国华 (155)
二维斜入射定常驻点流解析解—干扰剪切流动理论的一个应用.....	李桂波 高 智(161)
MEMS 中气体运动的若干微尺度效应.....	
	朱克勤 Dambricourt Pierre 郝鹏飞 Zahid Wasif Al 尹游兵 (165)
对称驱动方腔定常流动的多解现象研究.....	马东军 孙 亮 秦丰华 孙德军 尹协远(172)
一般状态方程可压缩多流体流动的 PPM 方法.....	马东军 郑建国 孙德军 尹协远(178)
材料长时间加热试验及隔热性能预测分析.....	刘德英 艾邦成 俞继军 (185)

童秉纲院士学术成就介绍

马晖扬 陆夕云

童秉纲院士 1927 年 9 月 28 日出生于江苏省张家港市。1950 年毕业于南京大学工学院机械工程系，同年到哈尔滨工业大学攻读研究生。1953 年研究生毕业留校工作，任理论力学教研室主任。1961 年到中国科学技术大学近代力学系任教。1981 年起任教授，并受聘为首批博士生导师。1986 年起在中国科学院研究生院任教授。1997 年当选为中国科学院院士。他曾任中国空气动力学学会第一届副会长，第二届常务理事，第三届副理事长，现为空气动力学学会名誉理事；曾任中国宇航学会第一届、第二届和第三届理事；曾任国家教委工程力学专业教材指导委员会委员和香港理工大学机械工程系顾问委员会委员。

童秉纲院士作为我国著名的力学教育家，从教五十五年，为我国的力学教育事业作出了杰出的贡献。童先生作为我国著名的流体力学家，在生物流体力学和非定常空气动力学等领域作出了优秀的工作，为我国的流体力学和航天事业的发展作出了杰出的贡献。

一，献身教育事业，辛勤耕耘五十五载

童秉纲先生于 1952 年在哈尔滨工业大学读研究生期间就开始教授理论力学课程，并兼任该教研室代主任。他主持创建了国内第一个理论力学教研室，是 50 年代国内闻名的先进教学集体之一。

童先生于 1961 年到中国科学技术大学近代力学系后，开始教授流体力学和空气动力学。当时正值科大创建专业教研室时期，他作为流体力学教研室主任和高速空气动力学专业教研室副主任（主任林同骥先生），协助钱学森、林同骥、卞荫贵等先生建设了中国科技大学流体力学的专业教学体系。“文革”结束，百废待兴，童先生勇挑重担，于 1978 年开始，又担任流体力学教研室主任 6 年，近代力学系副主任和主任 8 年。当时，科大早已被迫下迁合肥，濒临倒闭。童先生和全系教师一起，为振兴科大力学系作出了不懈的努力。他积极引进优秀教师，到航天部门联系科研课题，组织青年教师参加科学研究，促进他们的成长。1981 年科大的流体力学专业被国务院学位委员会批准为首批博士点，固体力学专业也建立了博士点，进而获得力学一级学科博士点的资格，并且是全国五个力学重点学科博士点之一。目前中国科大力学系的教学和研究水平居于国内前列，受到国内同行的尊重，其中凝聚着童秉纲院士多年的心血和辛劳。

童秉纲院士在教学中认真总结教学规律，形成自己的教学方法论，所教授的课程一直深受学生欢迎。童先生还非常重视教材的建设。他在哈工大教授《理论力学》时，在总结苏联专家教学经验的基础上，于 1959 年写出自己的讲义。1961 年以他为第一作者出版的《理论力学》被指定为首批“高等学校试用教科书”。该书迄今已出版到第 5 版，总印数在百万册以上，1987 年该书获全国优秀教材奖。童先生曾于 1963-66 年在科大力学系教授《理想气体动力学》课程。在此基础上，形成了相关的讲义。国家教委工程力学专业教材委员会于 1987 年邀请童先生编写一本力学专业的《气体动力学》教材。他与其他两位教授合作，在原讲义的基础上重新撰写，最后于 1991 年出版了这本由全国工程力学教材委员会推荐的教科书——《气体动力学》。该书出版以后，受到一致好评，相当多的学校选它作为教材，台湾的成功大学某教授也曾参照此书授课。林同骥先生曾写信说，

这是一本难得的教材和参考书；俞鸿儒先生称它是一本不可多得的“气体动力学”专著。该书获1995年国家教委优秀教材一等奖，又获1998年教育部科技进步二等奖。

童秉纲院士于1987-1997年在中国科学院研究生院讲授《旋涡运动理论》课程，并和中国科大力学系的教授合作，出版了《涡运动理论》。该书准确、精炼、深入浅出地介绍了流体力学一个重要的前沿领域—旋涡动力学，构筑了从流体力学基本理论通向涡运动研究前沿的一座桥梁，为引导研究生和科技人员进入这个领域开展工作创造了条件，是当前国际上不多见的一本旋涡动力学的简明教程，从而受到研究旋涡运动的流体力学工作者的赞许。该书也被销售到台湾。童先生还于1996年到台湾成功大学为研究生和部分教师开设了旋涡动力学系列讲座。

虽然《理论力学》、《气体动力学》和《涡运动理论》的内容都相对比较成熟，但童先生能够将这些课程讲授得很精彩，并撰写出了优秀的教材，这归结于两个方面。首先是童先生强烈的事业心和责任感。例如，《气体动力学》全书共9章，90万字，童先生亲自执笔写了5章，并担任主编。他历时两年，集中寒暑假写作，每天持续工作近10小时。当时还是铅字排版印刷，为减少排版错误，他坚持仔细地反复校对，使得该书的印刷错误率比国家标准要低一个数量级。其次，是童先生做学问的科学方法论。他对本领域的知识有深入的理解，不但能融会贯通，还善于凝练出本质的问题；秉持与时俱进与开放的心态，着眼于用当代观点来叙述经典内容；并具备一流的表达能力，深入浅出地准确表达自己的思想观点，体现启发式教育和研究问题的方法论。所有这些宝贵的经验，对青年教师和科学工作者都是极其有益的。

二，以国家需求为己任，不畏曲折，勇于创新，始终奋斗在科学的研究的前沿

童秉纲院士在非定常空气动力学、生物流体力学、航天器热防护气动热力学等前沿领域作出了系统的创造性工作，并为此于1997年当选中国科学院院士。童先生从教55年，前20年主要从事教学及其管理工作；“文革”又遭到迫害，耽误了宝贵的时间；当他起步从事流体力学研究时已经45岁，能够取得上述这些成就，应该说是大器晚成。这里凝聚着童先生不畏曲折的强烈事业心。从1972年起，特别是从80年代开始，童先生和几位志同道合的合作者组成团队，始终以国家的需求为自己科学研究选题的出发点，在流体力学前沿的一些领域中开展了富有特色的研究。

70年代，由于我国独立研制战术导弹、战略导弹和卫星返回舱的急需，童秉纲院士和合作者率先通过对非定常空气动力学的理论研究来确定飞行器的动导数。历时十年，他们开拓和发展了一整套适用于低速、跨声速、超声速、近高超声速直到高超声速飞行器部件的动导数计算方法，供工程部门使用，为此获得了三次国防科工委科研成果奖励和中国科学院科技进步二等奖。传统的动导数计算方法多是基于线性理论和准定常假设，辅以各种经验修正，这类方法不适用于跨声速和高超声速流动。而当时的非定常空气动力学在国际上正处在起步阶段。童先生等针对跨声速和高超声速流动固有的非线性困难，建立了相应的理论模型，采用半解析半数值的求解途径，发展了若干新方法。例如，适用于非定常跨声速机翼和旋成体的局部线化面元法和与之配套的核函数近似算式，以及适用于高超声速钝头体的非定常内伏牛顿-布兹曼流动理论。这些成果在国内外产生了广泛的影响。

飞行和游动的生物运动力学是一门新兴的交叉学科，既是仿生机器（如微小

飞行器，小型水下航行器等）的理论支撑，又具有生物学意义。就外部生物流体力学而言，其实质是研究中低雷诺数下变形体自主运动的非定常流动，仍是非定常流体力学的范畴。童先生和合作者们在上个世纪 80 年代后期，率先研究鱼类三维巡游问题，提出了模拟鱼类波状游动的三维波动板理论，并定量分析了鱼类几种游动模式的形态适应问题，得出了若干新的结论。德国 W. Nachtigall 研究小组和英国 T. Pedley 等曾运用该理论于鱼游的能力学、肌肉力学、整体仿真等生物力学研究，并验证了该理论的适用性。该理论受到国际同行的好评。例如，T. Pedley 教授在欧洲生物力学协会第 20 届年会的总结中，将该理论与 Lighthill 经典的细长体理论并列，指出它是“一个新的流体力学方法，可延拓用于大波幅，更为精确”。Triantafyllou 教授在 Ann. Rev. Fluid Mech. (2000) 的述评中有两处提到该理论的作用。此外，童先生和他的合作者还建立了三维非线性非定常极端曲地面效应的理论，进而揭示了曲地面效应的物理规律。

进入本世纪以来，童秉纲院士更加深切地认识到发展生物运动力学这门学科的重要性和紧迫性，在他的倡导下，组成了中国科学技术大学和中科院研究生院的联合团队，在中科院创新工程和国家自然科学基金的支持下，历时五年，建立了活体观测、模型实验、数值分析和理论模化几种手段配套的研究平台，在鱼类机动运动、昆虫飞行等方面已经做出了一批创造性工作，开始受到了国内外同行的关注。他们先后主持和参加了 2003 年两次以仿生为主题的香山科学讨论会，童先生均担任会议执行主席之一。几年来，童秉纲院士先后在几次国内会议上作大会报告，该团队还受邀在 2006 年仿生科学的 ISABMEC2006 国际会议上发表了主题报告。目前正在酝酿 ISABMEC2008 在北京召开的事宜。

同样，为了满足我国航天事业发展对热防护研究的急需，从 1988 年起，童秉纲院士和我国知名气动热专家姜贵庆研究员合作指导了多名博士生，发展了以有限元方法为主体的计算气动热力学。他们建立了对激波具有高分辨率的 NND 有限元格式，发展了一套有限元-有限差分混合算法，建立了基于能量方程计算热流的积分型公式，从而另辟了一条用较少的网格计算出较可靠的航天器峰值热流的新途径。随着新型航天器热防护的进展，对预测气动热环境提出了更高的要求，他们正积极开展相关的工作。

童先生和合作者还在钝物体动态尾迹的涡结构演化及稳定性和分岔研究、可压缩粘性自由涡流动结构演化和建立自适应涡团模型及相应的确定性涡方法等方面均作出了开拓性的工作。

由于以上的成就，童秉纲先生获得了 2002 年度何梁何利基金数学力学奖。

童秉纲院士所取得的每一项科研成果，都体现出他不畏曲折的强烈事业心。70 年代，他不畏艰苦的生活和工作条件，几乎每年都要从合肥出差到沈阳 139 厂和北京的航天五院工作几个月。近十年来，童先生仍然工作在第一线，每天到实验室和研究生讨论问题。他坚持学习新的知识，保持着旺盛的科学探索精神，选择课题的时候不但考虑其科学意义，还考虑到国家需求，并做精心选择和筹划，成功率很高。从童先生选择的研究领域不难看出他在这方面的战略眼光。

值得强调的是，童秉纲先生在科学的研究中继承了以 Prandtl 和钱学森等大师为代表的应用力学的研究方法论，即在深入观察和认识流动的物理本质的基础上，建立合理的力学模型，辅以必要的实验和数学分析，从中总结出能够反映流动物理本质的规律性东西。他所从事的动导数和生物流体力学的研究中无不体现着这一鲜明的特色，也反映了他深厚的学术造诣。童先生在科研中提倡真诚合作与交流，并身体力行。他认为合作的基础应该是建立在对事业的共同追求、淡泊

名利和相互宽容之上。无论是对本校的青年教师和研究生，还是对外单位的合作者，童先生身体力行，几十年如一日，使得他在流体力学界赢得广泛的尊重，作为德高望重的学者，为我们作出了学习的榜样。

三、教书育人，言传身教，桃李满天下

童秉纲先生以教书育人为己任，以他的师德言传身教，在青年学生中有非常好的口碑，对他们起着潜移默化的影响。童先生强烈的事业心深深感染着他的学生，他把自身严谨的、不畏曲折、真诚认真的工作作风贯穿于整个教育过程，保持与学生良好的沟通，不断提高学生的学术修养，培养了包括 16 名博士生在内的一批高素质人才。童先生精心为每一个博士生选择一个相对独立的新课题，要求他们构建新的研究框架。这样做，导师的责任大，要学习许多新东西，甚至要冒一定的风险，但是有利于培养学生的创新精神和独立的科研工作能力。他在日常的点点滴滴中帮助学生进步，从学术讨论到论文写作都认真给予指导。正由于他的精心培养，他的许多学生毕业后，在国内外著名的高校和科研院所，都很快成为研究骨干，能在科研第一线开拓创新，作出了优异的成绩。

飞行和游动的生物运动力学研究*

陆夕云¹, 余永亮², 尹协振¹

(1. 中国科学技术大学, 合肥 230026; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要: 本文将童秉纲先生领导的研究群体在飞行和游动的生物运动力学方面的近期主要研究进展, 从生物活体实验测试、生物运动的拍动推进和波状摆动推进机理、理论分析和理论模化等几方面分别作简要介绍。

关键词: 飞行和游动生物力学; 生物外部流体力学; 拍动推进; 波状摆动推进

0 引言

在飞行与游动的生物运动中, 生物通过漫长的自然选择过程, 发展了各具特色的运动能力。对水生动物而言, 有的具有极高的推进效率, 以极低的能耗长距离地巡弋; 有的具有极大的爆发加速度和快速机动响应能力。就水生动物的高速高效推进机理而言, 处于寻食链顶端的高速海洋鱼类和鲸类具有大展弦比、新月形的尾鳍, 其摆动形成了一个高效推进器。海洋水生动物的摆动推进效率可高达 80% 以上; 鱼类通常具有很强机动能力, 可以在不减速情况下迅速改变方向, 转弯半径仅有体长的 10-30%; 攻击性狗鱼可以在短时间内加速, 加速度可超过 20 倍重力加速度。另一方面, 昆虫世界是从事生命科学的研究的宝库, 它的物种数估计有 500 万到 1000 万之多, 带翅可飞的占 99%。昆虫的平均体长为 3~5mm, 驱体越小, 种数越多, 其统计规律为: 种数正比于体重的-0.6 次方。实际上, 昆虫驱体的小型化是其进化方向, 不妨从一个角度稍加解释: 昆虫上颚肌的负重力(横切面)约为 $3.6\text{kg}/\text{cm}^2$, 而人体的肌肉也不过 $6\sim10\text{kg}/\text{cm}^2$, 当昆虫的驱体尺度以 3 次方减小时, 其肌肉的横切面只是以 2 次方缩减。相对而言, 虫体虽小, 但肌力增加了。同时, 当前仿生研究在国际上受到高度关注, 研制微型飞行器、机器昆虫和机器鱼等正形成热潮。因此, 非常

有必要对飞行和游动的生物运动力学这一新兴的交叉学科开展研究^[1]。

近年来, 童秉纲先生领导的研究群体, 在国家自然科学基金重点项目和中科院知识创新工程重要方向项目等的资助下, 在飞行和游动的生物运动力学方面开展了系统的研究。研究的主旨是以鱼类游动和昆虫飞行为研究对象, 采用活体观测、实验测量、数值模拟和理论分析多种手段, 以及力学和生物学相结合的综合研究方法, 开展关于鱼类游动和昆虫飞行特性及其机理研究, 以及仿生推进新概念研究。本文将从生物活体实验测试、生物运动的拍动推进和波状摆动推进机理、理论分析和理论模化等几方面的主要研究工作分别作简要介绍。

1. 生物活体实验测试及其动力学特性

生物活体试验是研究飞行和游动生物运动力学的基础, 也是提炼合理模型进行实验测试和数值模拟的依据。这里主要介绍关于活体鱼的巡游、C 型和 S 型快速起动, 蜻蜓自由飞行的实验测量, 以及相关的计算动力学特性的理论方法。

我们实现了鱼类 C 型和 S 型起动过程的运动学参数测试, 并分析了起动过程的动力学特性^[2,3]。通过两种典型鱼类(即鲫鱼和黄颡鱼)的 C 型起动过程的测试, 根据鱼尾收缩特征分析, 首次发现鲫鱼属于单弯型(鱼尾一次收缩), 黄颡鱼属于双弯型(鱼尾两次收缩), 从而也证实了鱼类 C 型

* 国家自然科学基金重点项目(10332040)和中科院知识创新工程重要方向项目(KJCX-SW-L04)资助

起动的两种典型形式。通过动力学特性分析表明, 黄颡鱼的双弯型 C 型起动必须考虑转动惯量变化的影响, 更正了过去人们一直认为质心和转动惯量都保持不变的观点。此外, 还进一步研究了斑马鱼的 S 型起动过程, 并分析了 S 型起动过程产生向前加速的动力学特性。

采用投影栅线法测量了自由飞行蜻蜓单侧前后翼的三维实时动态变形, 给出了拍动周期中以等高线形式表示的整个翼面三维变形分布的系列时序图像^[4]。相关的三维实时动态变形测量工作尚属首次。根据蜻蜓翼沿中截面的弦向弯曲动态变形过程的测量数据, 对构成拍动过程的两种基元运动(即翼型加速平动和绕定轴变速转动)做了非定常 N-S 方程数值模拟^[5], 发现翼型弯曲变形的加速度率是影响瞬时气动力大小的关键因素。这也是一种非定常效应, 昆虫以此克服低雷诺数导致的空气动力限制, 印证了 T. J. Mueller(2001)所预言的: 昆虫利用两种特殊机制(拍翼方式和柔性变形效应)来克服因尺度小(即 Re 数低)带来的气动障碍。

我们还建立了蜻蜓翼材料的粘弹性本构关系, 改变了前人认为昆虫翼是弹性材料的假设^[5,6]。首先, 通过对蜻蜓翼(离体)的应力松弛曲线测量, 发现该生物材料具有明显的粘弹性特性, 而且其本构关系符合粘弹性理论中的标准线性固体模型。其次, 基于有限元分析, 将该本构模型应用于求解蜻蜓模型翼往复拍动问题, 在惯性力作用下引起的动态变形响应与弹性材料相对比, 确认粘弹性本构模型给出与实际相符的结果。

生物活体运动过程中动力学参量的直接测量仍是未解决的难题, 我们从旋涡动力学理论出发, 提出了基于有限流场数据计算柔性运动物体受力的新方法, 提供了详细分析旋涡流场对物体受力贡献的新途径, 并通过数值模拟验证了该理论方法的可靠性和有效性^[7,8]。该理论方法的意义在于, 基于粒子成像速度仪(DPIV)实验测试生物柔体周围有限区域的数据(即运动学参数), 可以计算出生物柔体的受力特

性, 为定量测试生物柔体的动力学参量提供了理论方法。

2. 飞行和游动生物的拍动推进机理

基于生物活体实验观测, 飞行和游动生物推进方式之一是“拍动推进”, 可以将昆虫扇翅、鸟拍翼以及鱼摆尾简化为翼型做沉浮和俯仰两种基本运动。根据提炼出的物理模型进行模拟, 研究拍翼推进和增升的动力学机理以及拍翼推进的流场涡结构特征。这里着重介绍如下几点研究进展。

通过系统地数值模拟研究静止流体中上下拍动翼自主运动的响应特性, 发现拍动翼能否在其周围流体的作用下自主向前推进, 不仅取决于拍翼的频率和拍动幅值, 还取决于拍翼和周围流体介质的密度比^[9]。首次揭示了拍翼自主运动的两种动力学响应: 一是自由振荡运动响应, 另一是定态运动响应。生物体的拍动推进对应于拍翼的定态运动响应。

通过实验测试和数值模拟来流中沉浮/俯仰组合运动翼的流场涡结构特征, 发现了拍翼推进的三种典型前缘涡脱泻模态及其对尾迹涡结构的影响机制^[10,11]。三种典型前缘涡脱泻模态包括: 绕前缘涡对脱泻模态、涡对直接脱泻模态和单涡直接脱泻模态。研究还表明, 前缘涡脱泻模态直接影响近场涡结构和尾迹涡结构, 前两种前缘涡脱泻模态对应于尾迹的反向 Karman 涡街结构, 而第三种前缘涡脱泻模态对应于尾迹的 Karman 涡街结构。

通过实验测试俯/仰旋运动翼的流场结构和受力特性, 揭示了俯/仰旋运动翼射流增升的新机制^[12]。随挥拍与俯/仰旋幅度及速度的不同, 由俯/仰旋过程产生的升力除了攻角上仰机制, 还首次发现了射流增升机制。基于这一新的增升机制, 通过拍翼可实现类似于鱼的尾鳍方式推进, 并已在水下拍翼机器人试验中得到证实。

实验研究了多种不同形状的鱼类尾鳍模型做 C 型起动时的流场及其力和力矩特性, 发现了不同形状的三维尾鳍在 C 型起动中具有动力学相似性^[13,14]。基于尾鳍

形态学参数(其面积的二/三阶矩)所定义的力/力矩系数,可以获得归一化的时间变化曲线,合理地解释了鱼类机动性能与不同形状尾鳍形状的内在关联,并说明了不同形状的三维尾鳍在C型起动中具有动力学相似性。

3. 游动生物的波状摆动推进机理

基于生物活体实验观测研究,游动生物推进的另一方式是“波状摆动推进”。通过典型模型的实验测试和数值模拟,研究波动推进的运动学和动力学机制以及摆动物体群的流动相互作用和流固耦合特征等。这里着重介绍如下研究进展。

通过波动板及波状摆动翼型绕流的数值模拟和实验测试^[15,16],揭示了波状摆动推进中的流动控制、减阻和最佳推进效率等运动学和动力学机理,预测了对应最佳推进性能的波状摆动参数(如行波波速约为1.2-1.5倍的前进速度、波状摆幅约为波长的10%等)与活体鱼的实验测试相一致。

蝌蚪状钝头生物体推进机理与鱼类的鯵科或亚鯵科推进不同,前者的尾部摆动推进受到钝前体的显著影响,且大多数类似形状的生物体处于中等Reynolds(Re)数范围(即 $10^1\sim 10^4$)。研究发现了不同Re数下的两类典型推进机理^[17]:一是当Re数为 $10^1\sim 10^2$ 时钝体分离涡与行波壁相互作用机理,另一是当Re数为 $10^3\sim 10^4$ 时脱泻涡增强机理。研究表明,这两种机理都有助于加强尾部摆动的推进效益。

数值研究了多个并行波状摆动翼型绕流问题,针对相邻翼型的波状摆动方式,研究了同相和反相摆动两类典型情况,首次揭示了同相摆动有助于节省游动的能量,而反相摆动有助于增强推进力^[17,18]。还发现了几种典型的尾迹流场涡结构模态,即双排涡对模态、单排涡模态以及同相和反相涡列模态。相关研究为探讨鱼类群游的运动学和动力学机理提供了基础。

鱼群游动过程中鱼群之间的相互作用是一个复杂的流固耦合过程,还涉及到

鱼体的被动变形和鱼自身的主动控制耦合。基于简单模型,实验研究了流体中柔性变形体之间的相互作用问题^[19]。发现了两根相同长度的细丝在来流作用下可以出现三种相互作用的模态:伸直静止模态(稳定模态)、同向摆动模态和反向摆动模态。对于两根不同长度细丝的相互作用,也发现了与相同长度丝类似的干扰现象和频率跳越。线性稳定性分析定性预测了实验的结论,并揭示了模式转变时频率跳越产生的原因。此外,所有摆动模态的Strouhal数都在0.2-0.25之间,与生物运动的Strouhal数相吻合。

4. 理论模化方法及流动物理探讨

基于实验测试和数值模拟结果,通过理论分析,首次建立了研究昆虫拍翼飞行空气动力学的理论模化方法,率先对昆虫前飞的拍翼方式进行了详尽的研究,并提出了拍翼流动物理的新见解。

我们首次建立了研究昆虫飞行的理论模化方法^[20,21]。中小型昆虫拍翼飞行具有强非定常、低雷诺数的特点,在这类强非定常流动中,非定常效应占主导作用,粘性效应主要体现在昆虫翼的前后缘脱涡上。因此,运用无粘势流和涡动力学理论,建立了一套半解析半数值求解此类强非定常流动的理论模化方法。该方法可以把附加质量效应和翼的前缘和后缘涡系的诱导作用分离开来,便于分析流动物理。经与拍翼过程的模型试验和数值分析结果对比,表明本方法能够给出定量合理、定性正确的预测结果,而且计算量极小。

针对对昆虫前飞拍翼的各种调控参数,特别是拍翼非对称性以及多种拍翼轨迹,做了全面的气动分析,给出了其流动控制规律^[20,22]。其一,昆虫前飞时倾斜的拍动面造成了气动非对称性,而倾斜角和前飞速度的增大都会加剧这种非对称性;非对称调控参数(包括拍动面倾角、下拍时间比、不同的下拍攻角和上挥攻角等)会对升力、推力和气动功率产生影响,是飞行调节的重要参数。其二,昆虫前飞时翼尖

处的拍翼轨迹具有多样性，如“O”字、“8”字、“U”字型等等，它们不仅影响非定常气动力的变化趋势，而且影响时均气动性能。比如，顺时针“O”字型和逆时针“O”字型轨迹有着不同的非定常气动规律，它们分别有利于提高时均升力和时均推力。总之，昆虫前飞时通常利用拍翼的非对称调控参数和拍翼轨迹来调节气动性能，使其升力和推力在不同前飞速度下分别与体重和虫体受到的空气阻力相平衡。

通过理论模化研究，获得了拍翼非定常空气动力学流动物理的两点新认识^[20]。其一，理论模化方法的成功应用，证实了在强非定常粘性流动中，表征流场非定常特征的 St 数起主导作用，因此中小型昆虫利用拍翼方式能够克服由低雷诺数带来的气动局限性，从而产生了高气动力。其二，对昆虫悬停而言，高升力的产生和调节主要依靠三个流动控制因素：(a)拍翼的变速运动带来瞬时的流体动力响应，这种附加惯性(质量)效应可产生瞬时高升力，(b)增大后缘涡的强度并加速其脱离后缘能够有效地提高升力，(c)使前缘涡在拍翼行程中不脱离翼面有助于维持高升力。

基于鱼尾摆动的简化物理模型，模拟了鱼体 C 型起动的动力学过程^[23,24]。鱼类的游动具有非定常、高雷诺数的特点，粘性效应主要体现在尾涡上，理论模化方法也适用于该问题。基于实验观测到的尾鳍运动学规律，建立了鱼尾摆动的简化物理模型，用理论模化和数值模拟两种手段来研究模型鱼尾在“C”型快速起动过程中的水动力和水动力矩。结果表明，在 C 型起动的侧向摆尾阶段，产生较大的侧向力和转动力矩，可以使鱼体发生转动；在回摆阶段，产生反向的侧向力和转动力矩，并且产生了大推力，从而揭示了鱼体在 C 型起动时产生转向并在新方向加速前进的动力学过程。

致谢：本文所介绍的研究工作是本研究群体的共同研究，在此作者对本研究群体的所有成员和诸多合作者(由于人员很多，在此未一一列出)谨致谢忱。

参考文献：

- [1] 童秉纲, 陆夕云. 关于飞行和游动的生物力学研究 [J]. 力学进展, 2004, **34**: 1-8.
- [2] Jing J, Yin X Z, Lu X Y. Observation and hydrodynamic analysis of fast-start of yellow catfish (*Pelteobagrus fulvidraco*) [J]. *Progress Natural Science*, 2005, **15**: 34-40.
- [3] Jing J, Yin X Z, Lu X Y. The hydrodynamic analysis of C-start in Crucian Carp (*Carassius auratus*) [J]. *J. Bionics Engineering*. 2004, **1**(2): 102-107.
- [4] Cheng P, Hu J S, Xu B Q, Wu X P. The measurement of the flight gesture and the wings' deformation of dragonfly in free flight [J]. *Proc. of SPIE*. 2005, **5852**: 879-885.
- [5] 鲍麟. 昆虫翼柔性变形的力学效应研究. 中国科学院研究生院博士学位论文, 2006.
- [6] Bao L, Hu J S, Yu Y L, et al. A viscoelastic constitutive model related to deformation of insect wing under loading in flapping motion [J]. *Appl. Math. Mech.* 2006, **27**: 741-748.
- [7] Wu J Z, Pan Z L, Lu X Y. Unsteady fluid-dynamic force solely in terms of control-surface integral [J]. *Phys. Fluids*. 2005, **17**: 098102.
- [8] Wu J Z, Lu X Y, Zhuang L X. Integral force acting on a body due to local flow structures [J]. *J. Fluid Mech.* (in press, 2007).
- [9] Lu X Y, Liao Q. Dynamic responses of a two-dimensional flapping foil motion [J]. *Phys. Fluids*. 2006, **18**: 098104.
- [10] Lu X Y, Yang J M, Yin X Z. Propulsive performance and vortex shedding of a foil in flapping flight [J]. *Acta Mechanica*. 2003, **165**: 189-206.
- [11] Liao Q, Dong G J, Lu X Y. Vortex formation and force characteristics of a foil in the wake of a circular cylinder [J]. *J. Fluids Structures*. 2004, **19**: 491-510.
- [12] 赵攀峰, 刘春阳, 杨基明. 二维平板翼悬停拍翼运动中俯仰旋转速度对流场特性的影

- 响 [J]. 空气动力学学报 . 2006, **24**: 157-162.
- [13] 敬军. 鱼类 C 形起动的运动特性及机理研究. 中国科学技术大学博士学位论文, 2005.
- [14] Zhao L, Jing J, Lu X Y, Yin X Z. Measurements and analysis of force and moment of caudal fin model in C-start [J]. *Progress Natural Science*. 2006, **16**: 796-802.
- [15] Dong G J, Lu X Y. Numerical analysis on the propulsive performance and vortex shedding of fish-like travelling wavy plate [J]. *Int. J. Numer. Methods Fluids*. 2005, **48**: 1351-1373.
- [16] Lu X Y, Yin X Z. Propulsive performance of fish-like travelling wavy wall [J]. *Acta Mechanica*. 2005, **175**: 197-215.
- [17] 董根金. 波状摆动变形体非定常粘性绕流的数值研究. 中国科学技术大学博士学位论文, 2006.
- [18] Dong G J, Lu X Y. Characteristics of flow over traveling-wavy foils in a side-by-side arrangement [J]. *Phys. Fluids* (in revision).
- [19] Jia L B, Li F, Yin X Y, Yin X Z. Coupling modes between two flapping filaments [J]. *J. Fluid Mech.* (in press, 2007).
- [20] 余永亮. 昆虫前飞拍翼非定常空气动力学的理论模化研究. 中国科学技术大学博士论文, 2004.
- [21] Yu Y L, Tong B G, Ma H Y. An analytic approach to theoretical modeling of highly unsteady viscous flow excited by wing flapping in small insects [J]. *Acta Mechanica Sinica*. 2003, **19**: 508-516.
- [22] Yu Y L, Tong B G. A flow control mechanism in wing flapping with stroke asymmetry during insect forward flight [J]. *Acta Mechanica Sinica*. 2005, **21**: 218-227.
- [23] 胡文蓉. 鱼类单向机动运动二维流动特征的数值研究. 中国科学院研究生院博士学位论文, 2004.
- [24] Hu W R, Yu Y L, Tong B G, Liu H. A numerical and analytical study on a tail-flapping model for fish fast C-start [J]. *Acta Mechanica Sinica*. 2004, **20**: 16-23.

Some studies on biofluidynamics of animal flight and swimming

LU Xi-yun¹, YU Yong-liang², YIN Xie-zhen¹

(1. Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China; 2. Department of Physics, Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In this paper, we will attempt to provide a brief overview on biofluidynamics of animal flight and swimming performed by the Prof. Tong Bing-gang's team. We will briefly highlight some recent work, including measurement and observation of free-flying and swimming animals, locomotion mechanisms relevant to flapping foils and traveling wavy bodies, and theoretical modeling and analysis on unsteady fluid dynamics.

Key words: biofluidynamics, animal locomotion, animal flight and swimming

昆虫悬停飞行的动稳定性：理论分析与数值模拟

孙 茂 王济康

(北京航空航天大学 流体所, 北京 100083)

摘要：首先，从昆虫（身体和拍动翅）的动力学方程和 N-S 方程出发，在一定假设下，将运动方程简化为 6 自由度刚体的方程，并用线化理论给出了反映昆虫悬停飞行纵向动稳定性的理论解。然后，用完全的动力学方程和 N-S 方程偶合的数值解对上述理论的简化假设进行了检验。

关键词：昆虫，悬停飞行，动稳定性，理论分析，数值模拟

一、引言

就昆虫与外部介质的相互作用来看，昆虫飞行的力学主要涉及空气动力学，能耗及飞行动力学（稳定性与控制）。在过去的十余年中，人们在空气动力学及能耗方面取得了较大的进展（例如，文献 1-3）。但在飞行动力学方面，研究才刚起步。Taylor 和 Thomas⁴ 及孙茂和熊燕⁵ 分别研究了蝗虫高速前飞及熊蜂悬停的动稳定性问题；孙茂、王济康和熊燕^{6, 7} 进一步研究了若干昆虫悬停的动稳定性问题。

每个拍动周期上的时均气动力将使昆虫作“平均运动”，而气动力和翅膀惯性力的周期变化（周期与拍动周期相同）使昆虫绕平均运动作“脉动运动”。昆虫的运动可视为平均运动和脉动运动的叠加。在文献 4、5 的研究中，仿照对机翼作高频振荡的飞机的处理方法，认为拍动周期与昆虫平均运动的特征时间相比小得多，研究平均运动时，翅上的非定常气动力和惯性力可用拍动周期上的平均力来代替，从而昆虫可视为一具有 6 个自由度的刚体（称为“刚体近似”），其稳定性问题可用刚性飞机飞行动力学的方法来进行研究。他们没有先推导出昆虫（身体加拍动翅）的动力学方程，然后基于“刚体近似”的有关假设将方程简化，而是直接使用 6 自由度的刚体的方程。

文献 6 的作者先推导了昆虫（身体加拍动翅）的动力学方程，然后在三个假设下将方程简化为 6 自由度的刚体的方程。这三个假设为：翅膀拍动周期，即脉动运动（快变量）的时间尺度，远小于昆虫的平均运动（慢变量）的时间尺度；脉动运动是小量（其二阶及以上量可忽略）；翅膀拍动产生的惯性力在拍动周期上的平均值近似为零。用第一个假设，可将方程在拍动周期上平均，化为平均运动的方程；用第二个假设，平均运动方程中包含脉动量的二阶及以上的量可略去；用第三个假设，含翅膀惯性力的平均值的项可略去。从而，平均运动方程变成了与刚性飞机的动力学方程相同的方程。文献 6 基于此方程研究了食蚜蝇等昆虫的稳定性问题。事后的检验表明，对于所考虑的昆虫，第二、三个假设是合理的。关于第一个假设，拍动频率较高者（食蚜蝇，蜂蝇，熊蜂），平均运动的时间尺度约为拍动周期的 30 倍；而拍动频率较低者（大蚊，鹰蛾），约为 7 倍。文献 6 根据飞行器中处理类似问题时的经验推测，对于食蚜蝇等，第一个假设应是合理的；而对于鹰蛾等，该假设可能存在问题。这只是推测，并无直接的证据来支持。究竟两个时间尺度相差 30 倍是否足够大，而相差约 7 倍是否太小，可用完整的动力学方程和流体动力学方程的耦合

方程的数值解来检验。本文进行这一工作。我们首先给出昆虫的动力学方程和流体力学方程；然后简介理论分析的结果；最后描述数值模拟的过程和结果。

二. 动力学方程和流体力学方程

动力学方程中用到了三个参考系，见图 1： (x_f, y_f, z_f) 为惯性系； (x_b, y_b, z_b) 为身体系，原点位于身体质心； (x_w, y_w, z_w) 为翅膀系，原点位于翅根部。对于任意矢量 \mathbf{V} ，在 (x_f, y_f, z_f) 中，记为

$$_f\mathbf{V} = \begin{bmatrix} Vx_f \\ Vy_f \\ Vz_f \end{bmatrix}, \text{等等} \quad (1)$$

$_f\mathbf{V}$ ， $_b\mathbf{V}$ 和 $_w\mathbf{V}$ 的关系为：

$$_f\mathbf{V} = E_{b \rightarrow f} b\mathbf{V}, \quad _f\mathbf{V} = E_{w \rightarrow f} w\mathbf{V} \quad \text{and} \quad _b\mathbf{V} = E_{w \rightarrow b} w\mathbf{V}. \quad (2)$$

其中 $E_{b \rightarrow f}$ ， $E_{w \rightarrow f}$ 和 $E_{w \rightarrow b}$ 为由坐标系的欧拉角确定的转换矩阵（见 Etkin and Reid⁸）。设 \mathbf{v}_{cg} 表示身体的质心的绝对速度， $\boldsymbol{\omega}_{bd}$ 表示身体转动的绝对角速度； $w\boldsymbol{\omega}_{wg}$ 表示翅膀的绝对角速度 ($\boldsymbol{\omega}_{wg} = \boldsymbol{\omega}_{wg0} + \boldsymbol{\omega}_{bd}$ ，其中 $\boldsymbol{\omega}_{wg0}$ 表示翅膀相对身体的转动角速度，即拍动角速度，是给定的)； \mathbf{R}_{cg} ， \mathbf{R}_h ， \mathbf{R}_{wg} ， \mathbf{R}_p 的定义见图 1。设 \mathbf{F}_A 和 \mathbf{M}_A 分别表示气动力和力矩， m_{bd} 表示昆虫身体的质量， m_{wg} 表示一个翅膀的质量； \mathbf{I}_b 和 \mathbf{I}_{wg} 分别表示身体和翅膀的转动惯量矩阵； \mathbf{g} 为重力加速度。文献 6 导出昆虫的动力学方程如下：

$$\begin{aligned} {}_b\mathbf{F}_A + [m_{bd} + \sum_{i=1}^N m_{wg,i}]_b\mathbf{g} &= [m_{bd} + \sum_{i=1}^N m_{wg,i}] \left(\frac{d_b\mathbf{v}_{cg}}{dt} + {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times {}_b\mathbf{v}_{cg} \right) \\ &+ \sum_{i=1}^N \left\{ m_{wg} \left[\frac{d_b\boldsymbol{\omega}_{bd}}{dt} \times {}_b\mathbf{R}_h + {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times ({}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times {}_b\mathbf{R}_h) \right] \right\}_i \\ &+ \sum_{i=1}^N \left\{ m_{wg} {}_w\mathbf{E} \left[\frac{d_w\boldsymbol{\omega}_{wg}}{dt} \times {}_w\mathbf{R}_{wg} + {}_w\boldsymbol{\omega}_{wg} \times ({}_w\boldsymbol{\omega}_{wg} \times {}_w\mathbf{R}_{wg}) \right] \right\}_i, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} {}_b\mathbf{M}_A + \sum_{i=1}^N \left[m_{wg} ({}_b\mathbf{R}_h + {}_b\mathbf{R}_{wg}) \times {}_b\mathbf{g} \right]_i &= {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times {}_b\mathbf{I}_{bd} {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} + \\ \frac{d}{dt} \left\{ {}_b\mathbf{I}_{bd} {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} + \sum_{i=1}^N \left[m_{wg} ({}_b\mathbf{R}_h + {}_b\mathbf{R}_{wg}) \times ({}_b\mathbf{v}_{cg} + {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times {}_b\mathbf{R}_h) \right. \right. \\ &+ m_{wg} {}_b\mathbf{R}_h \times ({}_b\boldsymbol{\omega}_{wg} \times {}_b\mathbf{R}_{wg}) + {}_w\mathbf{E} ({}_w\mathbf{I}_{wg} {}_w\boldsymbol{\omega}_{wg}) \left. \right]_i \left. \right\} + \\ \sum_{i=1}^N \left\{ {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times {}_w\mathbf{E} ({}_w\mathbf{I}_{wg} {}_w\boldsymbol{\omega}_{wg}) + m_{wg} {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times [{}_b\mathbf{R}_h \times ({}_b\boldsymbol{\omega}_{wg} \times {}_b\mathbf{R}_{wg})] \right. \\ &+ m_{wg} {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times [({}_b\mathbf{R}_h + {}_b\mathbf{R}_{wg}) \times ({}_b\mathbf{v}_{cg} + {}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times {}_b\mathbf{R}_h)] \\ &\left. + m_{wg} {}_b\mathbf{v}_{cg} \times ({}_b\boldsymbol{\omega}_{bd} \times {}_b\mathbf{R}_h + {}_b\boldsymbol{\omega}_{wg} \times {}_b\mathbf{R}_{wg}) \right\}_i, \end{aligned} \quad (4)$$

方程 3 和 4 中，含 m_{wg} 的各项代表翅膀的重力，翅膀质量由于身体的运动而产生的惯性力，翅膀的拍动运动产生的惯性力及相应的力矩（若无这些项，方程 3 和 4 便与刚性飞机的动力学方程相同）。

动力学方程中的气动力和力矩 (\mathbf{F}_A ， \mathbf{M}_A) 由流体动力学方程 (N-S 方程) 确定。N-S 方程为：

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (6)$$

昆虫的平衡飞行及扰动运动由上述动力学方程和 N-S 方程的耦合方程组支配。

三. 理论分析简介

这里简述文献 6 中的理论模型。如引言中所

述，在一定假设下，可只考虑平均运动，方程(3)和(4)可简化为：

$$_b\bar{\mathbf{F}}_A + m_{bd}\bar{\mathbf{g}} = m_{bd} \left(\frac{d_b\bar{\mathbf{v}}_{cg}}{dt} + _b\bar{\boldsymbol{\omega}}_{bd} \times_b\bar{\mathbf{v}}_{cg} \right) \quad (7)$$

$$_b\bar{\mathbf{M}}_A = _b\bar{\boldsymbol{\omega}}_{bd} \times_b\bar{\mathbf{I}}_{bd} \bar{\boldsymbol{\omega}}_{bd} + _b\bar{\mathbf{I}}_{bd} \frac{d_b\bar{\boldsymbol{\omega}}_{bd}}{dt} \quad (8)$$

式中“—”表示在拍动周期上的平均值，以下将平均运动中的平均二字略去。方程(7, 8)与刚性飞机的运动方程相同。从而分析飞机动稳定性的方法可用于昆虫的情形。作为第一步，文献6考虑悬停飞行的纵向稳定性问题。设 \bar{u} 和 \bar{w} 分别为 $\bar{\mathbf{v}}_{cg}$ 在 x_b 和 z_b 轴上的分量， \bar{q} 为 $\bar{\boldsymbol{\omega}}_{bd}$ 在 y_b 轴上的分量（即俯仰角速度）， $\bar{\theta}$ 为 x_b 轴与水平线的平均夹角（图2）。令 X 和 Z 分别为气动力 $\bar{\mathbf{F}}_A$ 在 x_b 和 z_b 轴上的分量， M 为 $\bar{\mathbf{M}}_A$ 在 y_b 上的分量； I_y 为身体 y_b 轴的转动惯量。为研究动稳定性，将各量表示为平衡量与扰动量之和，例如， $\bar{u} = \bar{u}_e + \delta\bar{u}$ （下标表示平衡态，符号 δ 表示扰动量）。另外，将气动力、力矩的扰动量表为各状态变量的扰动量的线性函数；例如，

$$\delta X = X_u \delta\bar{u} + X_w \delta\bar{w} + X_q \delta\bar{q} \quad (9)$$

这样方程7和8的纵向分量变为两组方程（因平衡状态为悬停，故 $\bar{u}_e = \bar{w}_e = \bar{\theta}_e = \bar{q}_e = 0$ ）：平衡方程，

$$X_e = 0, Z_e = m_{bd}g, M_e = 0 \quad (10)$$

小扰动方程，

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{\bar{u}} \\ \delta\dot{\bar{w}} \\ \delta\dot{\bar{q}} \\ \delta\dot{\bar{\theta}} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \delta\bar{u} \\ \delta\bar{w} \\ \delta\bar{q} \\ \delta\bar{\theta} \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中 \mathbf{A} 为系统矩阵：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u / m_{bd} & X_w / m_{bd} & X_q / m_{bd} & -g \\ Z_u / m_{bd} & Z_w / m_{bd} & Z_q / m_{bd} & 0 \\ M_u / I_y & M_w / I_y & M_q / I_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

\mathbf{A} 中的 m 和 I_y 可由已有的形态学数据（文献9）得到；气动导数是通过对拍动翅膀流的N-S方程数值解来得到。 \mathbf{A} 确定之后，飞行的动稳定性便可由 \mathbf{A} 的特征值及特征向量给出。

食蚜蝇(HF；拍动频率较高)和鹰蛾(HM；拍动频率较低)的结果见表1(特征值)和表2(特征向量)：有一对复特征值(实部为正)和两个负实特征值。其给出三个特征模态：一个不稳定振荡模态，两个单调衰减模态。基于特征值与 \mathbf{A} 中各气动导数的关系，文献6解释了各模态的物理来源。由于不稳定模态的存在，扰动运动是动不稳定的。

四. 数值模拟

上节的理论分析给出了特征模态。扰动运动的解是这些模态的叠加。为检验该理论的简化假设是否合理，我们用数值方法求解动力学方程(3)和(4)及流体力学方程(5)和(6)，然后与上述解析解进行比较。

4.1 翅膀拍动的运动，运动学和形态学数据

翅膀相对于身体的运动(拍动运动)需预先给定。在文献6的理论分析中计算气动导数时，已基于文献10的观测，给出了拍动运动的近似表达式及相关的参数：拍动运动近似为两个自由度