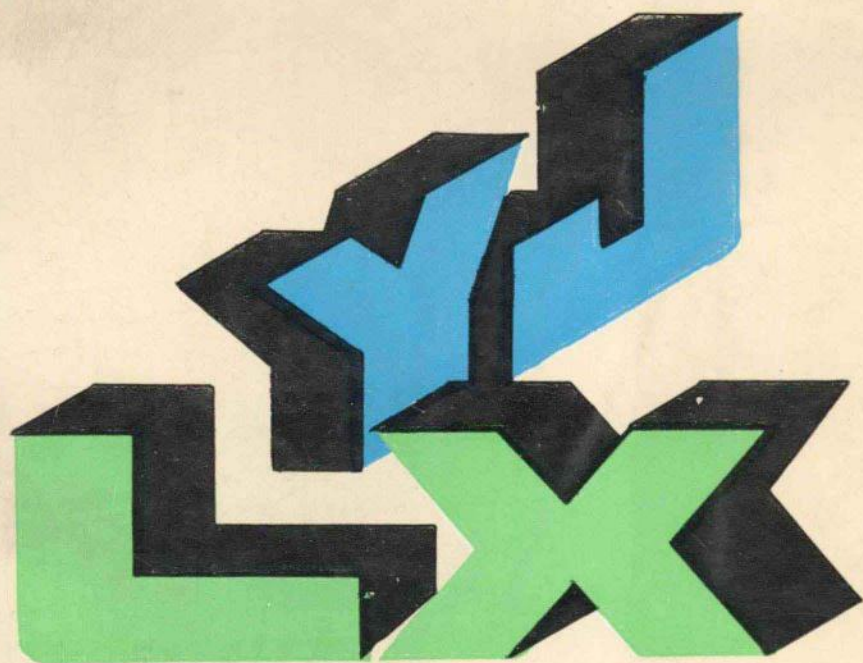


力學研究 與實踐



西北工业大学出版社

力学研究与实践

西北地区五省一市力学学会 编



西北工业大学出版社
1994年7月 西安

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 本书是西北地区和河南、山西、四川等省力学工作者近两年的研究成果,其内容遍及固体力学、计算力学、一般力学、实验力学、结构力学、爆炸力学、岩石力学、流体力学等力学分支,同时,还有部分教学研究论文。本书对力学工程实践和教学工作,均有一定的参考价值。

力学研究与实践

责任编辑 王 璐

©1994 西北工业大学出版社出版发行
(710072 西安市友谊西路 127 号 电话 5261952)

西北工业大学出版社印刷厂印装
ISBN 7-5612-0720-4/O · 93

开本 787×1092 毫米 1/16 印张: 35.25 字数: 774 千字
1994 年 7 月第 1 版 1994 年 7 月第 1 次印刷
印数: 1~350 册 定价: 35.00 元

前 言

力学是一门久盛不衰的学科，它不断地演变出新的内容，萌生出许多新的分支。力学学科既重理论，又重实践，它在建筑、机械、航空、航天、交通、水利、地质、矿业、爆破、生物、农业等部门和专业中都有大量的应用。力学研究和学术交流在国际和国内学术舞台上一直是非常活跃的。

为了加强交流，促进力学的进一步发展，西北地区陕西、甘肃、新疆、宁夏、青海五省和西安市力学学会每两年联合召开一次学术交流大会。本届为第四届学术会议，于1994年7月在西安市西北工业大学召开，这次会议除西北五省一市参加外，还邀请了河南、山西、四川、广西、内蒙古等省的力学学会，所以是一次比以往更大的盛会。

本书从会议稿件中选登了130多篇论文，内容遍及固体力学、计算力学、一般力学、实验力学、生物力学、结构力学、岩土力学、爆炸力学、流体力学等等分支学科，其中有基础理论和分析方法的研究，也有测试技术、仪器研制、工程实践、教学实践等各方面的内容，都是近年来的研究成果。论文作者来自大专院校、工厂、设计所、研究所和其他单位，有广泛的代表性。

本书论文名目繁多，内容丰富，多为理论或经验的总结，讨论比较专门深入，其中不乏独到的见解和可取之处，对于增进力学工作者对各部门力学工作的了解，进一步促进力学的学术研究、工程实践和教学工作，有宝贵的参考价值。本书文章不分先后次序，大体按内容分类排列，但不明显列出分块标题。

本届会议和本书的出版由陕西省力学学会主办，得到论文作者和西北工业大学出版社的充分合作，并得到西安飞机设计研究所、西北工业大学的资助，也得到西安冶金建筑学院和西安矿业学院爆破工程部的资助。谨在此对于为本书的出版做过贡献的同志，表示诚挚的谢意。我们期望本书能受到广大力学工作者的欢迎，也愿诚恳地听取广大读者的批评指正。

陕西省力学学会 甘肃省力学学会
新疆力学学会 宁夏力学学会
青海省力学学会 西安市力学学会

1994年7月于西安

力学研究与实践

目 录

高可靠性结构设计中分布函数的统计推断	冯振宇 诸德培(1)
结构变形最优控制的数值分析	尹林 王晓明 沈亚鹏(6)
工程结构的动力学设计	顾松年(10)
疲劳寿命模型的可靠性研究	冯振宇 林富甲 诸德培(16)
关于寿命服从指数分布的可靠性分析	强宝平 诸德培(20)
某型飞机机翼发散速度计算	刘济科 赵令诚 方同(25)
结构可靠性的近似解析解及解析——数值混合解法的发展	 张立 冯元生(27)
机翼壁板剩余强度概率分析方法	陆富梅 阎文胜(31)
疲劳寿命和初始疲劳裂纹尺寸之间的关系研究	 董登科 薛景川 杨玉恭(36)
置于Winkler 弹性地基上圆板的后屈曲分析	郝际平 邱力(42)
正交异性矩形板的后屈曲	郝际平 何保康(48)
砖房的模糊动力可靠性分析与抗震设计	牛荻涛 欧进萍(53)
大型电气贮架在地震力作用下的动力响应	张陵 肖临善(60)
钢筋混凝土构件的损伤力学分析	郭少华(65)
粘弹性薄板的动力分析	刘协会 师俊平 赵巨才(69)
弹性力学空间问题的复变函数方法	贾普荣 刘达 孙蓉(73)
利用不完备模态集修改结构物理参数的矩阵摄动方法	何忠韬 丁旺才(78)
用频响函数和最小二乘法建立动态系统的聚缩模型	 何忠韬 丁旺才 罗修纯(82)
三点弯曲裂纹梁刚塑性动态断裂的非线性弹簧模型分析	李曙林(86)
正交各向异性球壳的位移解	余茂益 龚志钰 冯广占 王清远(90)
求三次样条函数的一种新方法	赵秀丽 叶金铎(95)
平面刚架影响线函数	崔清洋 龚耀清(99)
编号优化算法中形成层次结构方法的改进	郑璐石(104)

各种支撑的矩形厚板动态稳定的富里哀分析	赵冬	王克林(109)
扇形薄板弯曲问题的解析解	刘叶玲	吕小红(113)
桁架结构动力特性优化设计的显式约束方程建立	刘亮	翟宇毅(116)
受内压作用的非圆截面管的环向应力分析	莫宵依	赵巨才(120)
送电铁塔结构分析的子结构法	辛天益	穆顺勇(124)
一般非线性扁壳边值模型及线性简支矩形边扁壳的级数解法		
.....	张宝中	郭智勇 金伏生(128)
有铰刚架的变形协调	肖钢冶	杨治林(132)
竖向集中力作用在半无穷体上		张组绵(136)
等截面柱受自由落体冲击时的动荷系数新探		连星耀(141)
焊接空心球节点单层网壳考虑节点弹性变形的切线刚度矩阵		
.....	李海旺	丁树人(145)
变截面直梁分析中的有限样条元		杨绿峰(149)
环状弹性垫圈全平面应变问题	李星	杨晓春 郑璐石(153)
裂纹在交线上的一般平面焊接问题	杨晓春	李星(156)
煤矿巷道变形破坏与防治的有限单元法研究	巨天乙	李云鹏(159)
强震下基底柔性滑移隔震砖房的反应时程计算	李青宁	惠宽堂 刘铮(163)
现浇砼连续箱梁桥施工支架预留拱度力学计算及实测数据分析		
.....	王虎	吕增寅(168)
薄壁箱形截面大跨度组合拱整体稳定性分析	吴鸿庆	欧阳永金(171)
复合材料层板接头的挤压分层屈曲破坏	刘达	程勇 贾普荣(172)
复合材料焊接的平面接触问题	杨晓春	李星(178)
复合材料结构温度谱与载荷谱叠加方法	李令芳	张斌儒 周辰福(182)
也谈圆端形截面配筋计算		童森林(186)
振动分析的复模态速度法	孙木楠	张天舒 方同(196)
时滞非定常线性系统的稳定性	戎海武	张德昌(200)
机械结构结合面物理参数的一种识别方法	刘光良	许庆余(204)
非均匀梁(轴、杆)的动力子结构分析	黎明安	方同(208)
提高某机平尾颤振速度方案的探讨	刘济科	杨智春 赵令诚(214)
复合弹簧减振器的研制与实践	范春虎	郑军超 邵鹏生(216)

一类两级隔振系统分析及优化设计	支希哲 赵银雁 孟光 顾致平(222)
论变换对 Chaos 阈值的影响	张新华 方同(225)
主——从结构随机振动的主动控制	姚国治 方同(228)
非线性系统静力学相的计数	张新华 方同(232)
环绕大球纬线运动球体的运动条件	卢钟铭(235)
刚体绕空间轴合成有限转动方向余弦矩阵的几何分析	蒲致祥(238)
悬挂体系地震反应的有限元分析	康希良 王步云(242)
柔性墩台梁式桥横桥向振动分析	郝宪武 杨炳成(247)
自同步振动机理实验新方法	张晓钟 张新民 王秀莲 段志善(251)
动量矩定理中的修正项	卢钟铭 陈荐纪(255)
具有集中质量的杆系结构的自由振动	刘俊杰(257)
刚架结构的强迫振动	刘俊杰(261)
陀螺仪摇摆试验台的运动研究	顾致平 路周才(265)
一种求系统主振型的新方法	陈新之 张功学(269)
双电机自同步振动系统中的能量转换与传输	 张晓钟 王秀莲 段志善 张新民(272)
树形多刚体系统动力学的四元数分析法	张劲夫 吕朵(276)
缠绕式提升系统容器的加减速速度研究	郭志勇 何万库(280)
一种新型离心摆式振动电机的动力学参数计算	董乐善 樊丽俭(284)
非临界状态静摩擦力研究	刘大力(288)
从力偶到动量偶	冯振宇 卢钟铭(291)
空间六矩式平衡方程的几何条件	赵永刚 李世荣(295)
关于受力点不断变化的力之功	王永刚(300)
虚位移原理的新推证	赵巨才 莫宵依 刘协会 师俊平(304)
一种多体系统运动分析建模及仿真法	姚宏(307)
地球上动点科氏加速度的普遍公式与科氏惯性力的正确应用	卢万年(311)
关于相对运动关系的进一步探讨	薛璞(316)
激光衍射测变形	王廷栋 赵希淑(319)
计及蠕变的滑坡模拟实验	赵希淑 王廷栋(323)
散粒体地基滑移线的白光散斑测量	武建军 王廷栋(327)

某飞机主起舱门作动筒振动试验中轴向运动和加载方法	陈蓄 权大庆(331)
激光熔覆处理应力集中部位对疲劳寿命的影响	 魏志德 李光霞 李长春(335)
浅谈加载速度对试验结果的影响	王社(339)
电涡流法检测应力应变机理研究	傅增祥 施纪泽 金保森 王智慧(342)
摆锤式冲击试验机增加瞬态测试系统的尝试	 傅增祥 施纪泽 曾昭翔 金保森(345)
旋耕部件外载测量研究	卢博友(349)
点焊连接件的“热阻”测试及计算研究	赵建钊 任青梅 高瑾(353)
电阻应变计并联线路	杜云海 韩连元(357)
随动加载控制在襟翼作动器定寿试验中的应用	 朱明烈 蔡昕锁 贺崇武(362)
Y8C 型飞机货舱大门收放系统的功能协调	张炳寿 徐坚 陈正华(366)
炮筒残余应力测试	孔昭月 赵挺 胡冰文(369)
试用形式逻辑方法探求水洞测力因果关系与数值处理的可靠性问题	 杨树宁(372)
有限导流垂直裂缝流动的半解析数值模拟	何光渝 董正远(383)
液力变扭器的功率计算	汪秀君 夏之英(387)
圆筒仓侧壁散体的流动压力的研究	刘定华 王建华(390)
流体管道的非线性耦联振动	孙先跃 洪小波 王新志(394)
流体管道流固耦合横向受迫振动	王新志 洪小波 赵永刚 孙先跃(397)
人工心瓣的水击现象研究	邹盛全(402)
低渗透多孔介质中气体渗流的非达西特征	 闫庆来 何秋轩 任晓娟 高永利(407)
爆生气体对控制爆破覆盖的影响	潘国斌(412)
弹道力学在提高起爆网路可靠度中的应用	詹建武 姚尧(417)
黄土中挤压爆破的研究	王野平(420)
低爆速炸药减震效果的试验研究	吴民强 马建敏 姚尧(424)
边坡工程定向控制大爆破研究	欧阳骥(428)

黄土挤压爆破的作用过程	张奇 李新(432)
筒形建筑物爆破拆除缺口尺寸的研究	戴俊(438)
水泥试块爆炸裂纹扩展速度的测量	王小林(447)
弹性地基上中厚度圆板弯曲问题	吕永新 张弛 夏永旭(452)
上埋式管道土压力的弹塑性有限元分析	郝宪武 顾安全(458)
关于软弱岩石浸水软化对强度和变形特性影响	曾云 郭庆国(461)
用极限分析理论计算斜坡上的地基极限承载力	王晓谋 徐守国(467)
用黄土抗剪强度指标推算其抗拉强度	张伯平 袁海智(472)
位移反分析法在岩土工程中的应用	许金余 郑颖人 支国华(477)
风化料填筑特性及其参数的确定	郭增玉 谢凯军 张永祺(481)
地下中深孔孔底起爆落矿试验研究	惠鸿斌 马生昶 王炎明(491)
地层岩石可钻性测试实验研究	李文魁 王安仕 金友煌 张绍槐(499)
理论力学教材改革研究	周纪卿 张义忠(503)
有关理论力学教学改革实践的体会与建议	陈玲莉(507)
直接用载荷表示的三弯矩方程	冯宸 李建勋(509)
有限单元法教材与教学之我见	钟光珞(513)
改革流体力学实验教学的尝试	郭自杰(516)
动力学普遍定理间关系的讨论	支希哲(518)
浅谈算法设计在材料力学计算机分析教学中的作用	陈科进(521)
谈谈对某些教材中循环特征 γ 的一点看法	陈科进(523)
提高材力课程教学质量的几项改革措施	楚康鸿(525)
理论力学计算机教学的实践和体会	何望云 师俊平 赵巨才(528)
关于改变铸铁类材料莫尔强度理论表述公式的建议	陈君驹(532)
静力学公理体系之我见	郑克锦(536)
调整理论力学课程体系的尝试	王桂珍 张玲(540)
动能和势能浅谈	陈书勤 刘德成 王顺才(543)
关于工科弹性力学教学的两点建议	何芳社(546)
收集实践反馈信息,改革材力教学内容	黄一红 康春霞(548)
优化力学课堂教学浅探	吴绍莲(550)

高可靠性结构设计中分布函数的统计推断

冯振宇 诸德培

(西北工业大学 504 教研室, 西安, 710072)

摘要 本文分析了在长寿命高可靠性结构设计中分布函数的假设检验方面存在的几个问题, 并结合算例指出, 在分布函数的统计推断问题上不存在非此即彼的东西, 某一具体样本所代表的实际分布可以同时用几个分布来拟合。

关键词 分布函数, 统计推断, 高可靠性

1 概述

传统的确定性结构设计与分析方法, 既不能保证飞机结构的安全性, 也不足以保证其可靠性⁽¹⁾。而以概率论与数理统计为数学基础的结构可靠性设计思想正逐步得到完善和发展, 根据结构可靠性设计方法, 结构设计中的诸参数(因素)如结构件的初始质量(包括裂纹形成寿命和初始裂纹尺寸)、外载荷、材料特性(包括材料强度、材料韧性)等都具有不可忽略的分散性, 应该作为随机变量处理, 并以一定的概率分布函数加以描述⁽²⁾。其中, 应用最为广泛, 在工程设计中最重要的有疲劳寿命分布和疲劳强度分布。

在一定应力水平下, 可以由疲劳试验测定多个试件的疲劳寿命数据, 利用数理统计方法推断出其概率分布, 即疲劳寿命分布。目前工程上对疲劳寿命究竟服从什么分布的认识并不统一, 有人认为疲劳寿命服从对数正态分布, 有人认为它服从威布尔分布, 也有人提出了较为复杂的寿命分布函数⁽³⁾, 但更为合理的说法似乎是疲劳寿命的概率分布函数应随应力水平的高低不等而不同⁽⁴⁾。

虽然我们有可能利用升降法或 Probit 法等间接性方法得到应力水平接近持久极限时的疲劳强度分布, 但对于工程中较为常用和较为重要的中等应力水平, 通过试验方法确定给定寿命下的疲劳强度分布则是不现实的。因此, 国内外不少学者^(5, 6)试图根据假定的疲劳寿命分布和 P-S-N 曲线导出疲劳强度分布, 这可以称之为寿命—强度诱导分布。应该指出, 这种方法本身至少存在以下两个缺陷, 其一, 这种寿命—强度转换方法建立在所有应力水平下的疲劳寿命分布函数类型一致这一假设基础之上, 而这个假设早已被认为是不准确的, 日本有关学者通过对大量疲劳试验数据的分析与整理, 指出在高应力水平下, 疲劳寿命可以用对数正态分布描述, 而在较低应力水平时, 用威布尔分布更为合适⁽⁴⁾。其二, 不同应力水平下的疲劳寿命分布函数本身也只是在一定显著度下, 在分布函数的拟合优度检验时不被拒绝而接受下来, P-S-N 曲线更是建立在一定置信度(存活率)上, 以假定的数学方程拟合得到。基于此, 我们认为确认疲劳强度服从建立在以上假设基础上的寿命—强度诱导分布的理由是不充分的。

实质上, 工程设计中不仅要求概率分布函数能恰当地描述试验数据的离散程度, 通过拟合优度检验, 而且要求这些分布函数形式上尽量简单明了, 过于复杂的函数往往丧失其适用价值。

2 拟合优度检验

简言之, 拟合优度检验即分布函数的统计推断就是从样本推断母体的概率分布函数。对于样本 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 通常我们不知道其真实分布, 必须引入一个假设的分布函数 $F(x)$, 称之为理论分布, 一般情况下, 实际分布和理论分布往往存在某种程度上的偏差, 记为 $\Delta(x_1, \dots, x_n, F)$, 拟合优度检验就是利用这个偏差 Δ 检验实际分布和理论分布是否相吻合。

所有的假设检验方法都是建立在一定显著度 α 之上的, 显著度 α 过大, 则接受域很小, 此时接受原假设的理由就相对充分, 但同时也增大了拒绝正确原假设的可能, 即犯第一类错误——“弃真”的概率增大, 反之, 在同样的子样容量下, α 过小, 则犯第二类错误——“存伪”的概率增大。工程实际中, 是根据接受原假设事件发生引起的后果的严重程度来确定 α 的, 一般取为 0.10, 0.05 或 0.01。

子样容量 n 同样是假设检验中的一个重要因素, n 太小, 利用仅有的几个试验数据去推断分布函数, 则检验结果的可靠性差, 可信度低。但 n 也不能太大, 因为原假设绝对成立的情况几乎不存在, 当 n 很大时, 只要实际分布和理论分布略有不合, $\Delta(x_1, x_2, \dots, x_n, F)$ 急剧增大, 检验结果就会出现严重的偏差。而且, 子样过大, 检验费用也会增高。比较适合子样容量一般为十几个到几百个。

依偏差指标 $\Delta(x_1, x_2, \dots, x_n, F)$ 的形式不同, 拟合优度检验计有以下方法:

① Pearson χ^2 检验

1900 年, K. Pearson 提出了著名的 χ^2 统计量, 来衡量实际分布与理论分布之间的偏差程度

$$\chi_{n-1}^2(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^n (n_i - np_i)^2}{np_i}$$

其中 n 是样本分组个数, n_i 是各组内数据点数, 即实际频数, np_i 为理论频数。若理论分布中的参数已知, 建议分组时, 各区间具有相同的概率^[7], 若参数未知, 则需要用参数估计方法计算各参数的点估计量。

χ^2 假设检验对分布不作限制, 较为简单, 但分组使其损失相当多的有用信息, 而且具体如何分组也受人为因素影响。

需要说明的是, χ^2 检验实质上只是检验了 $F(x_{i+1}) - f(x_i) = p_i$ 是否为真, 而并未真正检验母体分布是否为 $F(x)$ 。

② K-S 检验

Kolmogorov 和 Smirnov 先后提出了一种以经验分布函数(EDF)和理论分布函数之间最大纵差为研究对象的拟合优度检验方法, 称为 K-S 检验, 也有称为 D 检验的, 检验统计量

$$D = \sup_{-\infty < x < \infty} |F_n(x) - F(x)|$$

这种方法比 χ^2 检验的灵敏度高, 但是当分布参数未知时, K-S 检验方法就不适用。此外, 以上两种方法都属于大子样检验, 子样容量较小时也不太适用。

③ W^2 检验和 A^2 检验

1936 年, Smirnov 在 Cramer 和 Von-Mises 研究工作的基础, 提出了 W^2 检验统计量

$$W^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 f(x) dx$$

但对长寿命高可靠性结构的设计与分析, 在假设检验时就要重点考虑概率密度曲线两个尾区的形态, 特别是下尾区。为了提高尾部区域的检验效率, 1954 年 Andersen 和 Darling 提出了另一个经验分布函数(EDF)统计检验方法, 相应的统计量为

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 [F(x)(1 - F(x))]^{-1} f(x) dx$$

其中 $[F(x)(1 - F(x))]^{-1}$ 为加权因子, 越接近尾区(即 $F \rightarrow 0$ 或 $F \rightarrow 1$), 加权越重。

当分布参数已知时, 可以很方便地应用 A^2 检验, 此时, A^2 的极限分布百分位点 A_α^2 如下表所示(原假设成立时)

表 1 A_α^2 数值表

α	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
A_α^2	1.248	1.610	1.933	2.492	3.070	3.857	4.500	6.000

当分布参数未知时, 不同的理论分布对应的百分位点也不相同, 还要进行关于子样容量的统计量修正。

具体计算时, 对于给定样本 $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(2i-1)\ln Z_i + (2n+1-2i)\ln(1-Z_i)]$$

其中 $Z_i = F(x_{(i)})$, 对于给定的显著度 α , 若 $A^2 > A_\alpha^2$, 则拒绝原假设, 否则接受原假设。

这类方法(包括 A^2 检验和 W^2 检验)以经验分布函数和理论分布函数的均方积分为基础, 特别适用于小样本情况下的母体分布函数的检验问题, 检验效率高。

3 算例及分析

本文以常规的正态分布, 对数正态分布和威布尔分布为例, 进行分布假设检验方面的分析。

若随机变量 X 服从正态分布, $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$ 则

$$E(X) = \mu_x$$

$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2] = \sigma_x^2$$

$$E[(X - E(X))^3] = 0$$

若 X 服从对数正态分布, 即 $\log_{10} X \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$, 则

$$E(X) = \exp[C\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y^2 C^2]$$

$$\text{Var}(X) = \exp[2C\mu_y + C^2\sigma_y^2][\exp(C^2\sigma_y^2) - 1]$$

$$E[(X - E(X))^3] = e^{3\mu} [e^{\frac{9}{2}\sigma_y^2} - 3e^{\frac{5}{2}\sigma_y^2} + 2e^{\frac{3}{2}\sigma_y^2}]$$

其中 $C = \ln 10$, 若 X 服从威布尔分布

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - X_0}{X_A}\right)^m\right]$$

则

$$E(X) = X_0 + X_A \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

$$\text{Var}(X) = X_A^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right]$$

$$E[(X - E(X))^3] = X_A^3 \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{3}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) - 2\Gamma^3\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right]$$

根据分析概率论, 如果一个随机变量可以用两个分布函数拟合, 有^[9]

$$\int x^K f_1(x) dx = \int x^K f_2(x) dx$$

其中 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 分别是两个分布的概率密度函数, 进而

$$\int [x - E(X)]^j f_1(x) dx = \int [x - E(X)]^j f_2(x) dx$$

即

$$E[(X - E(X))^j]_1 = E[(X - E(X))^j]_2$$

这样就建立了两个分布函数的参数之间的关系, 并可以从一个分布参数推出另一个分布的参数。

本文假设了两个参数完全已知的对数正态分布, 然后诱导出威布尔分布和正态分布的参数, 如下表

表 2 三种分布的参数

对数正态		威布尔			正态	
μ_Y	σ_Y	m	X_X	X_0	μ_X	σ_X
3.0	0.10	1.88	489.5	592.4	1026.9	239.6
3.0	0.15	1.47	601.8	516.6	1061.5	377.8

然后利用蒙特-卡洛方法模拟不同母体参数、不同子样容量的样本, 计算其 A^2 统计量, 如表 3

表 3-1, A^2 计算值

样本 分布 n	① (15)	② (30)	③ (100)
Lognormal (3.0, 0.10)	1.15	1.22	1.85
Weibull (1.88, 489.5, 592.4)	1.34	1.06	3.24
Normal (1026.9, 239.6)	1.07	1.44	2.09

表 3-2, A^2 计算值

样本 分布 n	④ (15)	⑤ (30)	⑥ (100)
Lognormal (3.0, 0.15)	0.85	1.68	1.17
Weibull (1.47, 601.8, 516.6)	0.83	2.91	0.53
Normal (1061.5, 377.8)	1.13	1.86	1.78

通过本算例可以看到, 样本①、②、④、⑥至少以 10% 的显著度接受三种分布, 样本③⑤在 5% 的显著度上不接受正态分布, 而只接受对数正态分布和威布尔分布。

由此可以看出,所有的推断都是建立在一定的检验准则(检验统计量),一定的子样容量和一定的显著度基础上,而且检验结果与给定的具体样本有很大关系。这方面不存在“非此即彼”的东西,在一种显著度下能接受的分布,在再大一点的显著度下完全有可能被拒绝。即使接受原假设,也只是在一定的显著度下,以一定的检验准则,不被拒绝,而不能肯定原假设就是正确的,同样拒绝原假设也并不意味着有的理由认为它是错误的。在假设检验中,某一样本所代表的母体实际分布可能同时用几个分布函数来描述。

参考文献

1. 诸德培,飞机结构可靠性与完整性,航空学报,第12期,1986
2. 诸德培,林富甲,飞机结构可靠性分析基础,西北工业大学,1985
3. 冯振宇,疲劳寿命概率分布模型研究,西北工业大学硕士论文,1990
4. 石川 浩,关于结构可靠性设计的研究现状,北方交通大学结构振动研究室译
5. 傅惠民,疲劳强度概率分布,北京航空学院博士论文,1986
6. Avakov V A, Fatigue Strength Distribution, Int. J. Fatigue, 15, No20, 1993
7. 陈希孺,数理统计引论,科学出版社,1981
8. 概率论与数理统计,复旦大学数学系编,1961
9. 曾攀,俞新陆,疲劳中Lognormal和Weibull分布的等价性及一种新的参数估计方法,航空学报, No10, 1989

结构变形最优控制的数值分析*

尹 林 王晓明 沈亚鹏

(西安交通大学工程力学系, 西安, 710049)

提 要 对由压电片控制的机敏结构, 本文运用机—电耦合的变分方程建立起有限元方程, 在此基础上建立了求压电片控制电压和结构变形之间关系即控制矩阵的方法, 利用最优化方法, 实现对结构变形的无条件和有条件最优控制。最后给出了计算实例。

1 引言

机敏材料是指本身可完成控制系统中全部或部分功能并自发产生所需响应, 甚至可通过反馈信息来调整参数给出合适响应而无需外界帮助的材料[1], 引伸到工程结构中, 便为机敏结构, 其通常包含传感元件、执行元件和被控结构三个主要部分, 要实现各种控制, 首先必须了解三者之间的关系。压电片是最为常见的既为传感元件又可为执行元件的材料。Crawley 和 Luis^[2] 首先研究了含有压电片的梁结构, 得到了压电片加有电压时对梁的作用力。Im 和 Atturi^[3] 提出了更为一般的模型。Wang 和 Rogers^[4] 扩展到板结构。Ha^[5] 建立了有限元分析方法。

本文进一步修正了 Ha 所提出的有限元方法, 针对线性结构建立了求压电片控制电压和被控结构关系即控制矩阵的方法。讨论了结构形状的最优控制方法。并用于压电片上的控制电压有、无限制的有条件与无条件形状控制中。无疑, 上述方法可用于空间结构、卫星天线等众多领域之中广泛出现的结构变形控制分析; 同时也是建立和修改控制模型较为有效的手段。

2 基本方程

对于表面粘结或内嵌有压电片的复合材料层合板结构系统(简称系统), 变形可受压电片控制, 问题含有力场和电场的耦合作用。若压电片中不存在自由体电荷, 则系统的平衡方程为:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \ddot{u}_i, \quad D_{i,i} = 0 \quad (1)$$

线性本构方程为

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl}\sigma_{kl} + d_{ijk}E_k, \quad D_i = d_{ik}\sigma_{ik} + \epsilon_{ij}E_j \quad (2)$$

几何方程为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad E_i = -V_{,i} \quad (3)$$

边界条件为

$$\sigma_{ij}n_j = \bar{T}_i \text{ (在 } S_\sigma \text{ 上)}, \quad u_i = \bar{u}_i \text{ (在 } S_u \text{ 上)}, \quad D_{i,i} = \bar{Q} \text{ (在 } S_Q \text{ 上)}, \quad V = \bar{V} \text{ (在 } S_V \text{ 上)} \quad (4)$$

上述各式中, D_i 为电位移, E_i 为电场强度, S_{ijkl} 为材料的柔度系数, d_{ijk} 为压电系数, ϵ_{ij} 为介电常数, V 为电压。 S_σ 、 S_u 、 S_Q 、 S_V 分别为给定表面力 $\bar{T}_i$ 、位移 $\bar{u}_i$ 及面电荷 $\bar{Q}$ 、电压 $\bar{V}$ 的边界。(1)–(4)式对系统中的压电体部分及非压电体部分均适用。非压电体部分由于所对应的电学量为零, 形式退化为通常的复合材料力学公式。

相应于基本控制方程(1)–(3), 系统的变分方程可表示为

* 本文得到国家教委博士点基金(编号: 9369803)的资助

$$\int_v (\sigma_{ij,j} - \rho \ddot{u}_i) \delta u_i dv + \int_{v_p} D_{i,j} \delta V dv = 0 \quad (5)$$

其中 v 表示整个系统的体积, v_p 表示压电片的体积。

引入广义应力、应变、位移及外力向量[5], 结合(4)式, (5)式化为

$$\int_v \rho \{\delta u\}^T \{\ddot{u}\} dv + \int_v \{\delta e\}^T \{\bar{\sigma}\} dv = \int_A \{\delta u\}^T \{\bar{T}\} dA \quad (6)$$

(6)式即为用于建立有限元方程的虚功方程。

3 变形最优控制的数值分析方法

1. 一般有限元方程

本文采用 8 结点 3 维非协调等参块单元[5], 若考虑温度效应, 可得有限元方程

$$[M^e] \{\ddot{q}^e\} + [K^e] \{\bar{q}^e\} = \{\bar{F}^e\} + \int_{v_p} [B]^T [\bar{R}] \{\bar{\alpha}\} T dV - [K_{gr}] [K_m]^{-1} \int_{v_p} [G]^T [\bar{R}] \{\bar{\alpha}\} T dV \quad (7)$$

应当注意的是, (7)式右端的第二、三项表示了温度载荷, 其中第三项是由于对不协调项变分产生的, 但 Ha[6]并未考虑此项, 这将引起结果上的差别, 这可在下一节算例中看到。另外, 由于采用了 3 维块单元, 压电片粘结在板的表面或是内嵌在板中, 均可采用本文的方法。

2. 无条件变形最优控制

典型的变形控制就是依靠控制结构系统中压电片的输入电压来实现, 建立起压电片上所加电压和结构变形之间的关系, 即求得控制矩阵 $[C]$ 及选择相应的控制方法是实现变形控制不可缺少的部分, 也是进行变形控制数值分析最为关键的一步。具体步骤为:

(1) 控制矩阵的建立

设有 m 个被控参考点, n 个压电片 (一般 $m \geq n$), 则控制矩阵 $[C]$ 为 $m \times n$ 阶矩阵。当第 i 个压电片加单位电压, 而其它 $n-1$ 个压电片加零电压时, 由第二部分的有限元方法可求出系统各离散节点 (包括被控参考点) 的变形。设第 j 个被控参考点的变形为 W , 则相应的控制矩阵元素 $C_{ij} = W$ 。

(2) 变形控制方法

由于本文所讨论的基本方程和边界条件均为线性, 因此可根据叠加原理并结合控制矩阵 $[C]$, 求得在各压电片上所需的实际控制电压, 方程为

$$[C] \{V\} = \{W_o\} \quad (8)$$

其中 $\{V\}$ 为待求的各压电片上的控制电压, $\{W_o\}$ 为需达到的位移。但 (11) 式一般情况下并不能精确成立。基于最优化方法, 为使控制后的变形与所需的形状之间误差最小, 可设目标函数为

$$f = ([C] \{V\} - \{W_o\})^T ([C] \{V\} - \{W_o\}) \quad (9)$$

求出的 $\{V\}$ 使 f 最小。这可由最小二乘法实现。

3. 有条件变形最优控制

机敏元件作为控制元件, 由于其有一定的工作范围, 这就要求对其输入作一定的限制。相对于上节中的无条件控制, 此种情况称为有条件控制。对压电片而言, 控制电压不应超出其击穿电压。利用无条件变形最优控制类似的方法可知, 有条件形状控制的控制电压应满足:

$$\min f = ([C] \{V\} - \{W_o\})^T ([C] \{V\} - \{W_o\}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \{V\} \leq \{V_o\} \end{array} \right\} \quad (10)$$

其中 $\{V_o\}$ 为压电片的允许最高电压。上式可用有条件二次规划方法进行求解。

4 算例及分析

本节所给算例均针对一上、下表面均粘结有压电片(6cm×6cm×0.13mm)的复合材料层合板+(37.2cm×22.8cm×0.75mm),铺设方向为[0/±45°],材料常数采用[5]中所给的数值。

1. 温度场作用下系统的变形

为了验证分析方法和程序的正确性,首先计算了 Ha^[5] 给出的算例。当在(7)式中不考虑右端第三项时,本文的计算结果与 Ha^[5] 的结果完全相同;但从第三部分的分析可知,此项应考虑进有限元方程中。当考虑此项后,计算结果与 Ha^[5] 相比,是有很大差别的(图 1)。

2. 无条件变形最优控制

(1)温度变形的最优控制

可以设想,板结构在外层空间由于光照,上、下表面会出现温差而产生变形。这在高精度的空间结构中是绝对不允许的。要使变形尽可能的恢复,可以用压电片控制来实现。用 3.2 中的方法计算可得各压电片的控制电压如表 1。由(9)式, $f=0.1025\times10^{-6}\text{m}^2$ 。控制前后的变形如图 2。

表 1 压电片的控制电压(无条件温度变形控制)

压电片编号	1	2	3	4	5	6
控制电压(V)	-77.46	-32.82	-135.9	-9.84	-46.52	-52.37

(2)抛物面形状的控制

对于平板,如要通过控制压电片上的电压使其成为抛物面状,设抛物面方程为

$$z = \frac{x^2}{20} + \frac{(y-0.114)^2}{20}$$

(11)

计算结果如表 2, $f=0.5595\times10^{-6}\text{m}^2$ 。

表 2 压电片的控制电压(无条件抛物面形状控制)

压电片编号	1	2	3	4	5	6
控制电压(V)	181	-132.8	-202.2	-42.1	346.4	287.8

3. 有条件变形最优控制

若各压电片上所加电压要在±100v 之间,利用 3.3 中的方法,4.2.1 中的例子,计算结果如表 3, $f=0.1035\times10^{-6}\text{m}^2$ 。4.2.2 中的例子,结果如表 4, $f=0.3218\times10^{-6}\text{m}^2$,结构变形如图 3。

表 3 压电片的控制电压(有条件温度变形控制)

压电片编号	1	2	3	4	5	6
控制电压(V)	-100	-21.53	-100	-27.42	-85.9	-33.65

表 4 压电片的控制电压(有条件抛物面形状控制)

压电片编号	1	2	3	4	5	6
控制电压(V)	-100	-40.76	100	34.17	100	100

由上述计算结果可看出,当无条件控制中的控制电压有超过最高允许电压时,有条件的控制精度要比无条件低,压电片上电压的大小和相位也要发生改变。需要注意的是,抛物面形状控制精度不高,特别是有条件控制。这就提醒我们在布片方式上应作进一步的修改。