

第一届全国岩石力学 数值计算及模型试验 讨论会论文集



中国岩石力学
与工程学会

岩石力学数值计算及模型试验专业委员会

西南交通大学出版社

第一届全国岩石力学数值计算 及模型试验讨论会论文集

江西 吉安 1986.06.20-27

中国岩石力学与工程学会岩石力学数值
计算及模型试验专业委员会

西南交通大学出版社

·第一届全国岩石力学数值计算及模型试验讨论会论文集

DIYIJIE QUANGUO YANSHI LIXUE SHUZHJ JISUAN

JI MOXING SHIYAN TAOLUNHUI LUNWENJI

中国岩石力学 岩石力学数值计算及模型试验专业委员会编
与工程学会

*

西南交通大学出版社出版发行

(四川 峨眉)

西南交通大学出版社印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 20

字数: 505 千字 印数: 1—1000 册

1988 年 12 月第一版 1988 年 12 月第一次印刷

ISBN 7-81022-091-8/Z 006

定价: 6.30 元

前 言

由于岩体力学性质及其地质背景的复杂性，以往在采矿、土木、交通、石油、水电、国防工程以及地学和地震学中提出的大量问题，很难用经典的数学方法得到满意的解决，甚至不可能解决。

随着电子计算机的广泛应用，数值方法得到很大发展，它在复杂岩体中的应用，优势特别显著。因此，岩石力学中的数值方法开展得十分活跃，正在有力地推动岩石力学的发展，提高对岩石工程的设计水平。岩石力学工作者可以集中较多的精力去揭示岩石的属性和对复杂地质现象的处理，设计工程师可以精心设计而不必过多担心设计中出现的计算问题。反之，岩石力学中提出的大量实际问题又丰富了数值方法的研究内容，推动数值方法的发展。

模型试验是岩石力学中另外一个应力分析的强有力的武器，用它还可研究岩体的破坏机制和失稳过程。近一、二十年来，模型试验在我国发展很快，在地下洞室、边坡和坝基工程中都有许多应用模型试验解决实际问题的成功经验。模型试验在研究岩体破坏机制方面的独到长处，可弥补数值方法的不足，二者相辅相成，能得到很好的效果。国内某些工程中的重大岩石力学问题正是通过数值方法和模型试验相互印证，得到较为满意的解决的。当前，出现了模型试验与数值计算杂交分析的发展趋势。

这次学术讨论会交流的论文，许多内容是紧密结合工程实际问题的，既有一定的理论深度，又直接为生产服务，反映了数值方法和模型试验在我国岩石力学领域的某些发展与应用，这些论文涉及到岩石本构关系，模型试验、有限元法、边界元法、离散元法、变分法、加权余量法、边坡稳定、地下洞室、坝基稳定、地下工程动力问题和区域地应力场等各个方面，是很有意义的。

对吉安地区水电局的领导和同志们为开好这次会议付出的辛勤劳动，西南交通大学出版社为论文集的出版所给予的帮助，论文作者的合作及论文作者所在单位为论文集的出版在经济上的资助，表示深切谢意。

编辑委员会

1987年12月

目 录

第一部分 数值方法

一类改进的岩体屈服准则及其弹塑性本构关系·····	杨光华	1
岩土介质的非线性弹/粘塑性本构关系·····	章根德	7
岩土材料的常用力学模型及其弹性、弹塑性矩阵·····	施泽华	15
岩体失稳类型和失稳判据·····	陶纪南	24
离散单元法——一种适用于节理岩石力学分析的数值方法·····	王泳嘉	32
岩体结构面随机网络及其在离散单元法、渗流计算以及块体 分析理论中的应用·····	井兰如	38
离散单元法的基本原理及其在岩体工程中的应用·····	刘万禧	43
形状优化的边界元方法·····	张 扬 沈家荫	47
边界元方法的角点问题·····	陈 平 张有天 王 镭	53
巷道围岩三维应力的边界元分析·····	刘万禧	59
边界元——回归反分析程序 (BGBP) 及其在工程中的应用·····	和再良 陈阳辉	63
岩体地应力场的边界直接积分法·····	马启超 王宝林	74
杂交混合元在复杂岩石工程中的应用·····	张溪常 卓家寿	80
变截面变弹性抗力系数地基梁的加权残数解法和近似解析解·····	叶梅新 倪国荣	87
岩石流变及断裂的有限元分析·····	陶振宇 余启华 莫海鸿	97
变分法在斜坡稳定评价中的应用·····	苏伯苓 沈洁清	102
有限单元法在微机上的实现及其在地下工程中的应用·····	高乐群	108
地下结构抗爆动力问题的数值方法·····	孙 钧	112
雁列裂纹破裂过程的数值模型·····	宋惠珍 袁岩光	120

第二部分 数值方法在工程中的应用

坝基节理岩体稳定的三维弹塑性断裂有限元分析·····	周维垣 杨若琼 周力田	126
三维有限元混合法对岩坡稳定问题的分析研究·····	黄 涛	134
猫跳河六级水电站双曲率拱坝坝肩岩体应力分析及工程处理·····	杨凤梧 谢树庸	139
复合膨胀渗水围岩——支护系统的流变机理 及其粘弹塑性效应·····	孙 钧 李成江	147

鲁布革水电站厂区区域地应力场有关的若干力学问题·····	马启超 王大年	154
数值计算在拉西瓦地应力场综合分析中的应用·····	刘世煌	160
节理岩体完全平面应变问题弹性解析·····	郭兰波 朱效嘉 张家生	167
地下开采引起的岩层移动性态的探讨·····	于政喜 范学理	174
洞潭水电站球岔设计及球穴围岩稳定分析·····	倪国荣 张涵浩 李从众	179
应用塑性强化理论计算水工有压隧洞锚喷衬砌与围岩的应力·····	吕有年 蔡晓鸿	186
软岩中圆形压力隧洞衬砌应力计算·····	蔡晓鸿 吕有年	194
矿山压力时效问题的数值分析研究·····	刘成丹 梁纯升	203
水工引水隧洞岩爆机制研究·····	陆家佑	210
薄覆盖层高边墙大跨度地下建筑的稳定问题·····	康 宁	215
地下工程断面上二向压力的近似计算方法·····	徐云尧	221
井筒围岩应力分析及其应用·····	华安增	229

第三部分 模 型 试 验

应用激光散斑法对地质力学模型材料及其组合块体 的试验研究·····	陈兴华 杜丽惠	234
复杂岩基混凝土坝的地质力学模型试验的进展·····	黎保琨	241
缓倾角断续结构面坝基模型试验与有限元计算·····	黄 红	248
散斑技术与数值计算的杂交分析方法在结构模型 试验中的应用·····	魏 群 张镜剑 彭成山	254
锚喷支护的效果及其破坏机制的研究·····	杨淑清 曾亚武	261
地下洞群围岩稳定性模型的试验研究·····	赵震英 叶 勇	268
地下洞室模型材料及量测技术研究·····	辜映华	276
均质岩体中地下洞室的模型试验研究·····	郑 力 朱可善 朱敬民 樊泽宝	280
在静荷载作用下的均质岩体中砂浆锚杆支护洞室受力特点及破坏形态模型试验研究 ——喷锚支护作用机理研究内容之一·····	顾金才 苏锦昌	288
攀枝花铁矿兰家火山露天矿边坡稳定性的 模型试验研究·····	刘竹华 杜永廉 吴玉庚 陈诗才	294
论岩石工程问题的相似材料模型试验·····	郑鸿泰	304

PROCEEDINGS OF THE FIRST NATIONAL SYMPOSIUM ON NUMERICAL ANALYSIS AND MODEL TEST IN GEOMECHANICS

1986.6

Jian Jiangxi China

CONTENTS

Part 1 Numerical Method

A Series of Modified Criterion for Rock Material and its Elasto-plastic Constitutive Relations.....	Yang Guanghua	1
The Nonlinear Elastic/ viscoplastic Constitutive Relation for Rock and Soil Media.....	Zhang Gende	7
Mechanical Models Commonly Used for Geomaterial and their Elastic, Plasto-plastic Matrices.....	Shi Zehua	15
Types and Criteria of loss of Stability of Rock Mass.....	Tao Jinan	24
Discrete Element Method—A Numerical Method Suitable for analysis in Jointed Rocks.....	Wang Yongjia	32
Random Discontinuity Network and its Applications in Discrete Element Method, Seepage computation and Block Theory.....	Jing Lanru	38
Principle of the Discrete Element Method and its Application in Rock Mechanics and Engineering.....	Chou wanxi	43
Shape Optimization of Gravity Dam by BEM	Chang Yangz, Shen Jiayin	47
On Corner Point Problem in Boundary Element Method	Chen Ping, Zhang Youtian, Wang Lei	53
A Study on Stress around a Drift Excavated in Three- Dimensional Stress State Ground by Stress Boundary Element Method.....	Chou Wanxi	59
The Application in Engineering by Boundary Element Program through the Regressive Analysis on Feedback.....	He Zailiang, Chen Yanghui	63
A Boundary Direct Integral Method of the Initial Stress Field in Rock Masses.....	Ma Qichao, Wang Baolin	74
Hybrid-Mixed Element Model for Stress Analysis in Complex Rock Engineering.....	Zhang Xichang, Zhuo Jiashou	80
WRM Solution and Approximate Analytical Solution of Foundation Beams		

with Variable Section and Variable Coefficient of Elastic Resistance	87
.....Ye Meixin, Ni Guorong	
The FEM Analysis of Rock Creep and Fracture	97
.....Tao Zhenyu, Yu Qihua, Mo Haihong	
Stability Evaluation of the Slope with the Variational Method	102
.....Su Boling, Shen Jieqing	
FEM Program of Micro Computer and Its Application in Underground	108
EngineeringGao Legun	
Numerical Methods of Dynamic Problems of Underground Anti-blast	112
Structures.....Sun Jun	
Numerical Model for Fracture Process of Echelon Crack	120
.....Song Huizhen, Yuan Yanguang	

Part 2 Numerical Method Applied to Engineering

A Three Dimensional Finite Element Stability Analysis of Dam Abutment	126
of Joint Rock Using Elasto-plastic Fracture Model	
.....Zhou Weiyuan, Yang Ruoqiong, Zhou Litian	
The Stability Analysis of Rock Slope by Three-dimension Mixed Finite	134
Element Method.....Huang Tao	
The Stress Analysis and the Engineering Treatment of the Rock Mass at the	139
Sixth Steparch Dam on the Maotiao River.....Yang Fengwu, Xie Shuyong	
The Rheological Mechanism of a Composite Swelling Water-osmotic Surrounding	147
Rock Tunnel-supporting System and its Viscous Elasto-plastic Effects	
.....Sun Jun, Li Chengjiang	
Some Mechanical Problems Related to the Regional Ground Stress Field at	154
Lu-bu-ge Hydro-power Station.....Ma Qichao, Wang Danian	
Numerical Analysis of Crustal Stress Field at Laxiwa.....Liu Shihuang	160
Elastic Analysis of Complete Plane Strain Problems of Jointed Rock Mass	167
.....Guo Lanbo, Zhu Xiaojia, Zhang Jiasheng	
Discussion for Shape of Strata Movement due to Underground Mining	174
.....Yu Zhengxi, Fan Xueli	
A Study on Surrounding Rock for Globular Cavern of the Hydroelectric	179
Station.....Ni Guorong, Zhang Hanhao, Li Congzhong	
Calculating Elasto-plastic Stress of Shotcrete and Rock-bolt Lining by the	186
Plastic Hardening Theory in Hydraulic Pressure Tunnel	
.....Lu Younian, Cai Xiaohong	
Computation of Stress of Lining in Circular Pressure Tunnel in the Soft	194
RockCai Xiaohong, Lu Younian	

The Study of Mining Pressure Time-dependent Problem in Numerical Analysis.....	<i>Liu Chengdan, Liang Chunsheng</i>	203
Study on Mechanism of Rockburst in a Headrace Tunnel.....	<i>Lu Jiayou</i>	210
The Question of Stability of Large Span Underground Construction with Thin Overburden and High Side Walls.....	<i>Kang Ning</i>	215
An Approximate Calculation for the Biaxial Pressures on the Cross-section of Underground Workings.....	<i>Xu Yunyao</i>	221
Stress Analysis of the Rock Surrounding a Shaft and its Application	<i>Hua Anzeng</i>	229

Part 3 Model Test

The Experimental Study of Geomechanical Model Materials and the Model of Jointed Rock Masses by Using the Laser Speckle Method	<i>Chen Xinhua, Du Lihui</i>	234
New Developments of Geomechanical Model Tests of Concrete Dams on Complex Rock Foundations.....	<i>Li Baokun</i>	241
Model Test and Finite Element Calculation on Dam Foundation with Slight Sloping Discontinuous Fracture	<i>Huang Hong</i>	248
Application of Hybrid Analysis Method Combined Speckle Technique with Numerical Calculation in Structural Model Test	<i>Wei Qun, Zhang Jingjian, Peng Chengshan</i>	254
A Study of the Effects of Shotcrete and Rock Bolting Support together with the Failure Mechanism of Ambient Rock.....	<i>Yang Shuqing, Zen Yawu</i>	261
Experimental Studies of the Stability for the Rock around the Underground Openings	<i>Zhao Zhenying, Ye Yong</i>	268
Study on a Model Material for Underground Opening and a Measurement Technique in Modelling.....	<i>Gu Yinghua</i>	276
Model Study and Analysis of a Circular Opening in Isotropic Media	<i>Zheng Li, Zhu Keshan, Zhu Jingmin, Fan Zebao</i>	280
Model Testing Study on the Behaviour and Failure Shape of Grouted Rockbolts Reinforced Openings under Static Loading.....	<i>Gu Jincal, Su Jinchang</i>	288
Experimental Research of the Geomechanical Models on Slope Stability of the Lanjia Huoshan Open Mine of the Pan Zhi Hua Iron Mine	<i>Liu Zhuhua, Du Yonglian, Wu Yugeng, Cheng Shicai</i>	294
On Similitude Material Model Experiment of Rock Engineering Problem	<i>Zheng Hongtai</i>	304

第一部分 数值方法

一类改进的岩体屈服准则及其弹塑性本构关系

杨 光 华

(广东省水利水电科学研究所)

提 要

本文给出了屈服准则在 π 平面上的外凸性及光滑性的数学条件, 提出一类既能消除莫尔—库仑 (Mohr-Coulomb) 准则在 π 平面上的角点, 又比德鲁克—普拉格 (Drucker-Prager) 准则一类圆锥形修正准则更好地反映岩体在不同应力状态下的强度特征的非圆锥形改进准则。并推导了弹塑性本构关系, 以供编制三维弹塑性有限元程序。

一、前 言

目前岩体三维弹塑性分析中常用的屈服准则为莫尔—库仑准则, 德鲁克—普拉格准则一类的圆锥形修正准则和辛克维兹—潘德 (Zienkiewicz-Pande) 修正准则^[1]。由于莫尔—库仑准则在 π 平面上存在六个角点, 给数值计算带来不便, 从而出现了各种修正准则。对于岩土类脆性材料, 由于其拉、压强度差异较大, 致使其强度与应力状态密切相关。显然, 在 π 平面上为一圆形轨迹的圆锥形修正准则与岩石类脆性材料的力学性质是明显不符的, 而纯粹对莫尔—库仑准则中的角点的一种数学处理, 在 π 平面上为一非圆形的光滑曲线的辛克维兹—潘德准则则是较为合理的, 其与实际情况的符合程度则有待于实践的验证。即使如此, 辛克维兹—潘德准则在 π 平面上推荐的两个函数中, 一个是极为复杂的, 而另一个常被采用的简单函数则为^[1]:

$$g(\theta) = \frac{2\kappa}{(1+\kappa) - (1-\kappa)\sin 3\theta} \quad (1)$$

其中, θ 为 lode 应力角,

$$-\frac{\pi}{6} \leq \theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \leq \frac{\pi}{6}$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]$$

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1$$

κ 可用材料的内摩擦角 φ 表示为

$$\kappa = \frac{3 - \sin \varphi}{3 + \sin \varphi} \quad (2)$$

这一公式虽简单而并不总是外凸的。为此，作者曾提出了一个改进的岩体屈服准则^[2]。鉴于岩体力学乃是正在发展中的学科，新的或更为合理的屈服模型必将不断出现。为此，本文给出了利用 π 平面上的对称性开拓而得到的屈服准则的外凸性及光滑性的数学条件，以便于处理新模型中的外凸性及光滑性问题，给出了辛克维兹—潘德准则中 (1) 式的函数在一定条件下的非外凸性的证明，然后，在作者的改进准则^[2]的基础上，提出了一类在 π 平面上恒为外凸且光滑的、非圆形的屈服准则。

二、 π 平面上屈服准则外凸及光滑的条件

在 π 平面上，岩土类材料的屈服准则通常只有三条对称轴，如图 1 所示。为此，通常人们只给出 $-\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ 范围内的屈服函数，其余部分则由对称性开拓而得，为保证开拓后所得的屈服面是外凸和光滑的曲面，对于 $-\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ 内的部分（图 1 中的 $\widehat{AB}$ ），则要求：

1. $\widehat{AB}$ 曲线是外凸曲线；
2. $\widehat{AB}$ 在 A、B 两点处分别与对称轴正交。

为便于讨论，可用极坐标系来表示曲线方程

$$r = c/f(\theta) \quad (3)$$

其中， c 为常数， r 可以用 J_2 来表示^[3]，则由平面曲线的外凸性条件有^[4]

$$\rho = r^2 + 2\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 - r\left(\frac{d^2r}{d\theta^2}\right) \geq 0 \quad (4)$$

假定 $f(\theta) > 0$ ，将 (3) 式代入则可得

$$\rho = f(\theta) + \frac{d^2 f(\theta)}{d\theta^2} \geq 0 \quad (5)$$

此即为 π 平面上 $-\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ 曲线外凸的条件，对于 (1) 式中的 $g(\theta)$ 函数，相当于

$$f(\theta) = \frac{1}{g(\theta)} = \frac{(1 + \kappa) - (1 - \kappa)\sin 3\theta}{2\kappa} \quad (6)$$

代入 (5) 式并求 ρ 对于 θ 的极小值得

$$\rho_{\min} = \rho_{\theta = -\frac{\pi}{6}} = (1 + \kappa) - 8(1 - \kappa) \geq 0$$

$$\kappa \geq \frac{7}{9} = 0.777 \quad (7)$$

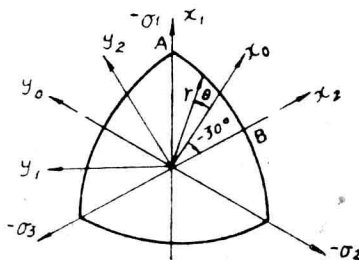


图 1

再由 (2) 式而得 $\varphi < 22.03^\circ$, 也即只有材料的内摩擦角满足这一条件时, 屈服面才是外凸的。对于岩石类材料, 其大多数情况下都不满足此条件, 显然, 存在凹点的屈服面是不够理想的。对于以上要求屈服面外凸和光滑的条件 2, 可以通过坐标旋转, 利用导数的几何意义, 由坐标转换公式可得图 1 中 $\widehat{AB}$ 在 x_1oy_1 以及 x_2oy_2 坐标下的法线斜率为:

$$\frac{1}{\frac{dy_{1,2}}{dx_{1,2}}} = \frac{f'(\theta)\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{6}\right) + f(\theta)\sin\left(\theta \mp \frac{\pi}{6}\right)}{f'(\theta)\cos\left(\theta \mp \frac{\pi}{6}\right) + f(\theta)\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{6}\right)} \quad (8)$$

则由

$$\left. \frac{1}{\frac{dy_{1,2}}{dx_{1,2}}} \right|_{\theta=\pm\frac{\pi}{6}} = 0 \quad (9)$$

得其光滑性条件为:

$$\text{当 } \theta = \pm \frac{\pi}{6} \text{ 且 } f'\left(\pm \frac{\pi}{6}\right) + f\left(\pm \frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\pm \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \text{ 时}$$

$$\frac{df(\theta)}{d\theta} = 0$$

当屈服面在 π 平面上具有三条对称轴, 要使屈服面在 π 平面上既外凸而又无角 $f(\theta)$ 在 $-\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ 内满足 (5)、(10) 式的条件即可。

三、一类改进的岩体屈服准则

改进类的岩体屈服准则的一般形式为^[2]:

$$F = \alpha \sigma_m + J_2^{1/2} f(\theta) - k = 0$$

其中, $f(\theta)$ 按文[2]中的方法确定, 而 α 、 k 值则采用圆锥形修正准则此可得到一类在 π 平面为非圆形的新的岩体屈服准则, 其 α 、 k 及 f'

改进类屈服准则的系数值

屈服准则	α	
改进屈服准则1 ^[2]	$\frac{3 \sin \varphi}{\sqrt{3} \sqrt{3 + \sin^2 \varphi}}$	$\frac{3}{\sqrt{3} \sqrt{3 + \sin^2 \varphi}}$
改进屈服准则 2	$\frac{6 \sin \varphi}{\sqrt{3} (3 + \sin \varphi)}$	$\frac{6c \sin \varphi}{\sqrt{3} (3 + \sin \varphi)}$
改进屈服准则 3	$\frac{6 \sin \varphi}{\sqrt{3} (3 - \sin \varphi)}$	$\frac{6c \sin \varphi}{\sqrt{3} (3 - \sin \varphi)}$
		$f_1(\theta)$
		$f_2(\theta)$

其中

$$\left. \begin{matrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta) \end{matrix} \right\} = \frac{[(1 + \kappa) + 1.125(1 - \kappa)^2] \mp [(1 - \kappa) - 1.125(1 - \kappa)^2] \sin 3\theta}{2} \quad (12)$$

$$f_1\left(\frac{\pi}{6}\right) = f_2\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \kappa + 1.125(1 - \kappa)^2$$

$$f_1\left(-\frac{\pi}{6}\right) = f_2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$$

以上的改进类屈服准则均满足外凸性和光滑性条件, 其在 π 平面上的关系如图 2 所示。由图中可知, 改进类屈服准则在 π 平面上是非圆形的, 其比圆形类如德鲁克-普拉格准则能更好地反映岩石类脆性材料在不同应力状态

($\theta = 0^\circ$, $\theta = \pm \frac{\pi}{6}$) 下的强度特征。其中改进屈服准则 1 是在 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 处与德鲁克-普拉格准则 (内切圆) 相切, 改进屈服准则 2 是在 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 处与内角外接圆相切, 改进屈服准则

3 是在 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 处与外角外接圆相切。当然, 也可以利用这里 π 平面上的 $f(\theta)$ 函数与子午面上的其他曲线形式一起组成更为一般和广泛的屈服准则。

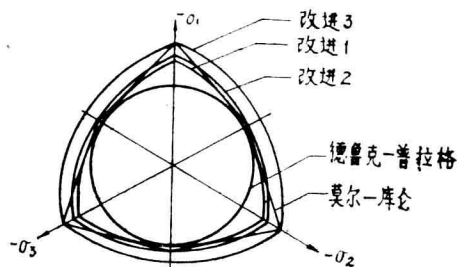


图 2

四、改进类屈服准则的弹塑性本构关系

在弹塑性关联情况下, 材料进入塑性后的应力应变关系为:

$$\{d\sigma\} = [D_{e,p}]\{d\varepsilon\} = ([D] - [D_p])\{d\varepsilon\} \quad (13)$$

其中, $[D]$ 为弹性矩阵

$$[D] = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G & & & & & \\ K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & & & & \\ K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & & & \\ 0 & 0 & 0 & G & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad \text{对称}$$

$$\{d\sigma\} = [d\sigma_x \quad d\sigma_y \quad d\sigma_z \quad d\tau_{xy} \quad d\tau_{yz} \quad d\tau_{zx}]^T$$

$$\{d\varepsilon\} = [d\varepsilon_x \quad d\varepsilon_y \quad d\varepsilon_z \quad d\gamma_{xy} \quad d\gamma_{yz} \quad d\gamma_{zx}]^T$$

其中, K 、 G 分别为材料的体积模量及剪切模量, 其与弹性模量 E 及泊松比 ν 的关系为:

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)} \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (14)$$

$$[D_p] = \frac{[D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D]}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} \quad (15)$$

$$A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial H} dH$$

对于理想塑性情况下 $A = 0$, H 为硬化参数。为求 $[D_p]$ 矩阵, 由 (11) 式有

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} &= \frac{\partial F}{\partial \sigma_m} \cdot \left\{ \frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma} \right\} + \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} \cdot \left\{ \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \{\sigma\}} \right\} + \frac{\partial F}{\partial J_3} \cdot \left\{ \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} \right\} \\ &= C_1 \left\{ \frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma} \right\} + C_2 \left\{ \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sigma} \right\} + C_3 \left\{ \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{其中 } \left\{ \frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma} \right\} = \frac{1}{3} [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} S_x S_x - \tau_{yx}^2 \\ S_x S_x - \tau_{xz}^2 \\ S_x S_y - \tau_{xy}^2 \\ 2(\tau_{yx} \tau_{xz} - S_x \tau_{yz}) \\ 2(\tau_{yz} \tau_{xz} - S_y \tau_{xz}) \\ 2(\tau_{xz} \tau_{yz} - S_z \tau_{xy}) \end{bmatrix} + \frac{1}{3} J_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

$$S_x = \sigma_x - \sigma_m \quad S_y = \sigma_y - \sigma_m \quad S_z = \sigma_z - \sigma_m$$

$$C_1 = \frac{\partial F}{\partial \sigma_m} \quad C_2 = \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} \quad C_3 = \frac{\partial F}{\partial J_3}$$

以上改进类的屈服准则的 C_1 、 C_2 、 C_3 值如下表 2 所示

各改进屈服准则的 C_1 、 C_2 、 C_3 值

表 2

屈服准则	$C_1 = \frac{\partial F}{\partial \sigma_m}$	$C_2 = \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}}$	$C_3 = \frac{\partial F}{\partial J_3}$
改进准则 1	$\frac{\sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{3 + \sin \varphi}}$	$f_1(\theta) - \{9\sqrt{3}[(1-\kappa) - 1.125(1-\kappa)^2]/4J_2^2\}$	$-\frac{3\sqrt{3}[(1-\kappa) - 1.125(1-\kappa)^2]}{4J_2^{3/2}}$
改进准则 2	$\frac{6 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)}$	$f_1(\theta) - \{9\sqrt{3}[(1-\kappa) - 1.125(1-\kappa)^2]/4J_2^2\}$	$-\frac{3\sqrt{3}[(1-\kappa) - 1.125(1-\kappa)^2]}{4J_2^{3/2}}$
改进准则 3	$\frac{6 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}$	$f_2(\theta) + \{9\sqrt{3}[(1-\kappa) - 1.125(1-\kappa)^2]/4J_2^2\}$	$\frac{3\sqrt{3}[(1-\kappa) - 1.125(1-\kappa)^2]}{4J_2^{3/2}}$

由以上所得的各值代入 (15) 式, 则可用计算机作矩阵相乘即得 $[D_p]$ 矩阵, 从而可由 (13)、(14)、(15) 式得弹塑性矩阵 $[D_{ep}]$ 。

五、结 束 语

本文在此所提出的一类改进屈服准则,既无角点且恒为外凸而又比圆锥形修正准则能更好地符合岩石类脆性材料的力学性质,对于岩体工程的弹塑性三维分析具有一定的实用价值,可用以取代圆锥形修正准则而具有更好的效果。对于本文的各改进准则的采用,则应根据三轴试验结果来选择较好,进一步结合工程进行验证的工作有待于进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] Zian kiewicz, O. C. and pande, G. N., Some Useful Forms of Yield Surface for Soil and Rock Mechanics, Finite Elements in Geomechanics, Willey, 1977
- [2] 杨光华: 一个改进的岩体屈服准则, 《武汉水利电力学院学报》, 1985 年第 2 期
- [3] 王 仁, 黄文彬著: 《塑性力学引论》, 北京大学出版社 1982 年
- [4] 数学手册编写组: 《数学手册》, 人民教育出版社 1979 年

A Series of Modified Criterion for Rock Material and its Elasto-plastic constitutive Relations

Yang Guanghua

(Scientific Research Institute of Water Conservancy and Hydro-electricity
of Guangdong Province)

Abstract

In this paper, the mathematical condition of convex and smoothness for yield criterion in π -section is presented. A series of modified yield criterions which are non-circle in π -section and can smooth the corner in π -section of Mohr-Coulomb Criterion and express the strength nature of rock material under various states, are put forward. the constitutive relation of elasto-plasticity is derived for the three-dimensional elasto-plastic FEM program.

岩土介质的非线性弹/粘塑性本构关系

章 根 德

(中国科学院力学研究所)

提 要

本文用连续介质力学理论分析了岩土介质屈服前的特性,导出了非线性弹性本构方程并以试验资料作了验证。进一步又以非线性弹性来代替 Perzyna 模型中关于弹性区的线弹性假设,导出了非线性弹/粘塑性动力帽盖模型。这样,用具有相适应流动准则的弹/粘塑性理论建立描述岩土介质主要特性的动力帽盖模型问题就基本上解决了。

本模型与 Perzyna 模型相比,对于 $\dot{e}_{ij}$ 增加了附加项 $H(I_1 \dot{s}_{ij} + I_1 \dot{s}_{ij})$,它对应了偏量应力与静水压力耦合引起的非线性畸变;对 $\dot{\epsilon}_{ii}$ 增加了附加项 $3(3B + H) s_{ij} \dot{s}_{ij}$,它对应了纯剪引起的非线性剪胀效应。虽然这两种效应以不同的面貌出现,但实质上都是非线性的耦合效应。当非线性常数消失时,本模型就转化为 Perzyna 的弹/粘塑性动力模型。

岩土介质是物理力学特性十分复杂的地质材料。为了恰当地描述它的本构关系,Dimaggio 和 Sandler 等人提出了帽盖模型^{[1]、[2]}。进一步地,为了描述岩土介质的动力特性,Perzyna^[3]提出了弹/粘塑性的动力帽盖模型。

在动力帽盖模型中,率型的应力—应变关系可以表示为:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2\mu} \dot{s}_{ij} + \frac{1}{9K} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \nu \langle \phi(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1)$$

或写成另一形式^[4]

$$\dot{e}_{ij} = \frac{1}{2\mu} \dot{s}_{ij} + \nu \langle \phi(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2a)$$

$$\dot{\epsilon}_{ii} = \frac{1}{3K} \dot{\sigma}_{ii} \quad (2b)$$

在 Perzyna 的弹/粘塑性模型中,材料在屈服前认为是线弹性的,而

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p \left(= \nu \langle \phi(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right)$$

这一项反映了材料的粘性与塑性的耦合。 $f(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p)$ 称为材料的动态屈服函数。它与静态屈服(初始屈服)函数 $F(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}^p)$ 之间的关系为:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = \mathcal{H}[F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) + 1] \quad (3)$$

(3) 式中的 $\mathcal{H}$ 是材料的硬化参量, 它一般是材料塑性应变能 w^p 的函数

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}(w^p) = \mathcal{H}\left(\int_0^t \sigma_k \cdot d\varepsilon_k^p\right) \quad (4)$$

岩土介质中,特别是对某些土与高孔隙率的岩石来说,即使在屈服前应力—应变关系的非线性也是十分明显的。由于线弹性假设不能描述材料在屈服前的非线性、剪胀性等特性,所以本文中用非线性的本构关系来取代 Perzyna 弹/粘塑性模型关于弹性区线弹性假设,给出了非线性的弹/粘塑性本构模型。并运用本模型对球面应力波在岩土介质中传播时所出现的剪胀现象进行了解释。

一、岩土介质的非线性弹性模拟

某些岩土介质的应力—应变曲线,即使在塑性屈服前也往往是非线性的。图 1 给出了土介质(砂子、亚粘土、砂土、粘土)在不同加载速度下得到的应力—应变曲线。

曲线 1 对应的应变率很小,接近于静态加载条件。曲线 2 与 3 对应了中等加载率。曲线 4 对应了冲击波阵面上非常高的加载率。从这些曲线可以看到:从零开始加载,应力—应变关系就是非线性的,且依赖于加载的应变率。所以,关于岩土介质屈服前是线弹性的假设,其适用范围是相当窄的。对于相当多的一类岩土介质来说,应力—应变关系即使在弹性区也是非线性的。

借助于连续介质力学的基本理论,可以导出非线性弹性的本构关系。

对于弹性体,应力张量 $\tilde{\sigma}$ 与应变张量 $\tilde{\varepsilon}$ 有一一对应关系

$$\tilde{\varepsilon} = f(\tilde{\sigma}) \quad (5)$$

将(5)式展开成级数,可以写成如下形式

$$\tilde{\varepsilon} = f_0 \tilde{I}_0 + f_1 \tilde{\sigma} + f_2 \tilde{\sigma}^2 + f_3 \tilde{\sigma}^3 + \dots \quad (6)$$

按照张量分析的 Cayley-Hamilton 理论,对称张量满足它自身的特征方程,就可以得到关于 $\tilde{\sigma}$ 的幂的递推公式^[6]

$$\tilde{\sigma}^3 = I_3 \tilde{I}_0 - I_2 \tilde{\sigma} + I_1 \tilde{\sigma}^2 \quad (7)$$

其中 $I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$, $I_2 = \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11}$, $I_3 = \sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33}$, $\tilde{I}_0$ 为单位张量。

借助公式(7), $\tilde{\sigma}$ 的任何三次幂和高于三次幂的项都能表示成 $\tilde{I}_0$, $\tilde{\sigma}$ 和 $\tilde{\sigma}^2$ 的线性组合。消去关于 $\tilde{\sigma}$ 三次幂或更高次幂, (6) 式能改写成

$$\tilde{\varepsilon} = \phi_0 \tilde{I}_0 + \phi_1 \tilde{\sigma} + \phi_2 \tilde{\sigma}^2 \quad (8)$$

公式(8)中的模数 $\phi_i = \phi_i(I_1, I_2, I_3)$ 都是关于应力不变量的多项式。如果我们这样考

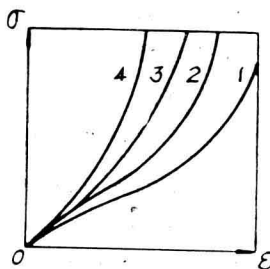


图 1 土介质的应力—应变关系曲线