

黄振兴
编著

微波传输线 及其电路

WEIBO CHUANSHUXIAN
JIQI DIANLU

微波的主要特点是它的似光性、穿透性和非电离性。微波的最重要的应用是雷达和通信。在工农业生产、科学研究、医学、生物学以及人民生活等方面也有广泛应用。微波遥感的特点是能够全天候工作，在探测大地、普查地球资源、测绘地形地物、监视农作物的生长以及侦查军事目标等方面都有广泛的应用。



电子科技大学出版社

013071142

TN710
375

微波传输线及其电路

黄振兴 编著

微波传输线及其电路



电子科技大学出版社



TN710
375

951150010

图书在版编目(CIP)数据

微波传输线及其电路 / 黄振兴编著. —成都:

电子科技大学出版社, 2013.1

ISBN 978-7-5647-1439-0

I. ①微… II. ①黄… III. ①微波电路 IV.

①TN710

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 315371 号

内容简介

本书论述了微波传输线的基本理论及其特性,系统和深入地阐述了微波电路和微波系统基本理论以及在工程上实用的分析方法,列举了工程计算实例,介绍了常用的无源微波器件。书中还收录了作者从事微波工程几十年的一些经验数据与分析方法。

全书共分 9 章,包括微波传输线、波导及同轴传输线、带状传输线、传输线的不连续性、微波传输线的连接器件、微波电路、多模电路、含半导体的微波电路、微波铁氧体线性器件。

本书可供从事雷达、通信以及微波工程技术的科技人员、研制和设计生产微波系统及器件的技术人员使用,也可作为与微波工程有关专业的大专院校教师和高年级学生的参考书。

微波传输线及其电路

黄振兴 编著

出版: 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编: 610051)

策划编辑: 罗雅

责任编辑: 罗雅

主页: www.uestcp.com.cn

电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn

发行: 新华书店经销

印刷: 河北永清县晔盛亚胶印有限公司

成品尺寸: 170mm×240mm 印张 25.75 字数 598 千字

版次: 2013 年 4 月第一版

印次: 2013 年 4 月第一次印刷

书号: ISBN 978-7-5647-1439-0

定价: 78.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83201495。
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

序 言

对于从事微波工程技术方面的人员来说，需要一本用比较简单的方法来分析微波电路的参考书，本书就是为与微波专业有关的工程技术人员所编写。本书用简单的“直接法”分析复杂的微波电路及微波系统。微波是波长很短的电磁波，从米波到亚毫米波，微波在电磁波频谱中的位置是其低频端与普通无线电波的“超短波”波段毗邻，而其高频端则与“远红外”接“壤”。微波能量从一个器件到另一个器件的传输，是借助于传输线来实现的，有多种微波传输线，如同轴线、波导管、带状线以及介质波导等，这几种传输线都各有其特点。随着近代科学技术的发展，要求微波传输工作在更短的波长上，使设备体积小、重量轻、工作可靠等，因而，微波传输线及其器件也在不断地与之相适应。

微波传输线把电磁场能量由系统的一点传送到另一点，而不产生能量的辐射和反射损耗，这就要求各种传输线间的连接要达到良好的匹配，使能量顺利通过，只造成最小的损耗，连接的两传输线间要加过渡的器件即连接器件，这些器件是传输线（或器件）间的桥梁。

微波电路即微波器件，微波传输线与微波元件、铁氧体、半导体等以各种不同的结构形式组成种种微波器件，而微波器件与微波传输线根据不同需要又组成各种微波系统，所以微波器件是构成微波系统的重要部分。微波器件的重要功能是对微波进行各种变换，按变换的性质可以分为线性器件和非线性器件，线性器件又分为线性互易器件和线性非互易器件。

微波器件的电路结构理论分析一般是比较复杂的，特别是当它内部的组成元件比较多时。但当结构上有某种对称性时，它的分析就可大大简化，并且可以得出工程计算方法，这样就说明了理论上对称 n 分支电路是完全可以分析的，其分析的方法有两种——外特性分析和内特性分析。

工程上实用的许许多多微波器件，一般都具有这样或那样的对称性，为了分析和设计微波器件或系统，通常并不采用求解电磁场边值问题的途径，而是从使用电路的观点，适当地规定微波器件各分支参考面上的电压、电流、阻抗、导纳、入射波、出射波等概念后，器件的分析就能把内部场的概念变为外部路的概念，这样，我们用一定的矩阵来表示微波器件或系统电路的各个环节，进而运用电路定理加以处理，揭示出器件或系统作为整体与外电路相接时的行为，并据以进行分析或设计。

在绝大多数实际问题中，我们不一定需要详细了解器件内部电磁场结构的情况，而只需要掌握它们的外部特性便已足够了，亦即当它们作为整体与外电路联结的时候，所表现的行为是我们最感兴趣的，诸如，阻抗怎样变换、功率如何传递、匹配能否改善等等，这样就避开了棘手的电磁场边界问题。因此， n 分支电路的性质和

它的外部参数就可以用导纳矩阵 $[y]$ 、阻抗矩阵 $[z]$ 或散射矩阵 $[s]$ 简单而方便地表示出来，这些矩阵有相同的阶数 n ，并且它们之间可以互相转换。对于具体的微波器件或系统，我们可以用理论计算或实验测量的方法确定以上矩阵，掌握了有关矩阵，该器件的外部特性便一目了然。

全书共分9章，第1、第2、第3章是熟悉各种微波传输线的特性，并介绍了波导传输线特性阻抗的新定义。第4章介绍了各种微波传输线的不连续性元件。第5章介绍了各种微波传输线的连接器件及不同传输线之间的过渡器件。第6章论述了微波电路的定理、微波电路的对称性及其散射矩阵的建立和合成，分别阐述了单分支、二分支、三分支及多分支微波电路及其器件，还论述了组合微波电路系统。第7章是多模电路，讲述了E面和H面波型器和多模馈源，并进行了七模馈源的工程设计。第8章介绍含半导体的微波电路，讲述了微波检波器、调制器、限幅器、换向器、自动幅度控制等。第9章是微波铁氧体线性器件，讲述了移相器、隔离器、开关、环行器等的相关知识。

本书于1988年在兰州国营长风机器厂时已完成初稿，由于编著者被派往深圳工作，没有时间再进行下去，直到2003年才开始重新整理、完善，至于1989年及其以后微波电路的发展及新器件，本书未再编入，但本书也不失其系统性和实用性。

由于编著者才疏学浅，书中难免有不少缺点与错误，热切地希望读者多多指教。

黄振兴

目 录

第 1 章 微波传输线.....	1
§1.1 引言.....	1
§1.2 麦克斯韦方程.....	2
§1.3 波动方程.....	4
§1.4 直角坐标系中波动方程的解.....	5
§1.5 圆柱坐标系中波动方程的解.....	9
§1.6 边界条件.....	11
§1.7 沿线传播的波长、相速和群速.....	14
§1.7.1 相速、导内波长.....	14
§1.7.2 群速.....	15
§1.8 沿传输线传播波的类型.....	16
第 2 章 波导及同轴线.....	18
§2.1 矩形波导.....	18
§2.1.1 矩形波导中不传输 TEM 波.....	18
§2.1.2 矩形波导中的 TE 波.....	18
§2.1.3 矩形波导中的 TM 波.....	24
§2.1.4 矩形波导中的模式.....	26
§2.1.5 矩形波导壁上的电流.....	28
§2.1.6 矩形波导中传输功率及击穿强度.....	30
§2.1.7 矩形波导中的损耗.....	31
§2.1.8 矩形波导的尺寸选择.....	36
§2.2 圆形波导.....	37
§2.2.1 圆波导中的 TM 波.....	37
§2.2.2 圆形波导中的 TE 波.....	42
§2.2.3 圆形波导壁上的电流分布.....	44
§2.3 其他波导传输线.....	45
§2.3.1 各种横截面波导.....	45
§2.3.2 脊形波导.....	45
§2.4 同轴线.....	48
§2.4.1 同轴线中的 TEM 波.....	49
§2.4.2 同轴线中的 TM 波 (E 波).....	51

§2.4.3	同轴线中的 TE 波 (H 波)	53
§2.4.4	同轴线中的 TEM 波传输功率及衰减系数	55
§2.4.5	同轴线的尺寸选择	56
§2.4.6	径向传输线	57
§2.5	矩形波导的特性阻抗	58
§2.5.1	特性阻抗的定义	58
§2.5.2	波导中的“电压”与“电流”概念	59
§2.5.3	波导特性阻抗	59
§2.5.4	阻抗的转换	59
§2.6	矩形波导特性阻抗的新概念	61
§2.6.1	矩形波导旧特性阻抗的问题	61
§2.6.2	关于定义特性阻抗的原则与方法	62
§2.6.3	矩形波导特性阻抗的新概念	63
第 3 章	带状传输线	66
§3.1	三板线	67
§3.1.1	三板线的特性阻抗 Z_c	67
§3.1.2	三板线内的传播速度与导内波长	69
§3.1.3	三板线的损耗与衰减	70
§3.1.4	三板线的 Q 值	72
§3.1.5	三板线的功率容量	72
§3.2	微带线	73
§3.2.1	微带线的相速、特性阻抗	74
§3.2.2	微带线的损耗与衰减	76
3.2.2.1	介质损耗	76
§3.2.3	微带线的色散特性	78
§3.3	耦合三板线和耦合微带线	82
§3.3.1	耦合三板线的主要特性	83
§3.3.2	耦合微带	87
§3.3.3	微槽	90
§3.4	短毫米波及亚毫米波传输线	91
第 4 章	传输线的不连续性	93
§4.1	矩形波导的平面不连续性	93
§4.1.1	矩形波导中的零厚度结构	93
§4.1.2	矩形波导中的有限厚度结构	100

§4.1.3	矩形波导中的大厚度障碍物	104
§4.1.4	矩形波导中厚板上的圆窗孔	113
§4.1.5	矩形波导中的杆	114
§4.1.6	矩形波导阶梯	121
§4.2	圆波导的不连续性	127
§4.2.1	圆波导中的零厚度环形窗	127
§4.2.2	圆波导中的零厚度圆形金属环	128
§4.2.3	圆波导中有限厚度圆形障碍	129
§4.2.4	圆波导中的椭圆孔和圆孔	130
§4.2.5	圆波导中的谐振环	131
§4.3	同轴线的不连续性	133
§4.3.1	同轴线阶梯	133
§4.3.2	同轴线的电容间隙	134
§4.3.3	同轴线的电感销钉	135
§4.3.4	同轴线的电容窗	135
§4.3.5	同轴线的电容间隙终端	138
§4.3.6	同轴线的中小椭圆孔和小圆孔	139
§4.3.7	同轴线的串联和并联短截线	140
§4.3.8	同轴线的宽频带支杆	141
§4.3.9	同轴线高低阻抗线	143
§4.4	三板线的不连续性	144
§4.4.1	三板线的开路端	145
§4.4.2	三板线的电容间隙	145
§4.4.3	三板线的阶梯	146
§4.5	微带线的不连续性	147
§4.5.1	微带线的开路端	147
§4.5.2	微带线的电容间隙	148
§4.5.3	微带线的尺寸跳变	149
§4.5.4	微带线的串联和并联元件	150
第 5 章 微波传输线的连接器件		152
§5.1	矩形波导与矩形波导的连接	152
§5.1.1	接触式法兰连接	152
§5.1.2	扼流式法兰连接	153
§5.2	波导的弯曲、拐角和扭曲	155
§5.2.1	矩形波导的弯曲	155

§5.2.2	圆形波导的弯曲	156
§5.2.3	矩形波导的拐角	157
§5.2.4	矩形波导的扭曲	158
§5.2.5	微带线的拐角	160
§5.3	传输线的过渡	161
§5.3.1	矩形波导的线性连续过渡	162
§5.3.2	波导与同轴线过渡	162
§5.3.3	同轴线与带状线的过渡	171
§5.3.4	矩形波导与带状线的过渡	172
§5.4	旋转关节	173
§5.4.1	空腔式圆波导旋转关节	173
§5.4.2	同轴线旋转关节	174
§5.4.3	非接触式同轴旋转关节	178
§5.4.4	波导同轴旋转关节	180
§5.4.5	零分贝波导旋转关节	181
第 6 章	微波电路	186
§6.1	微波电路的几个定理	187
§6.1.1	微波电路的对偶电路定理	187
§6.1.2	微波电路的互易定理	190
§6.1.3	微波电路的等效电源定理	192
§6.2	场与路的基本关系	199
§6.2.1	微波电路的能量	199
§6.2.2	等效电压和等效电流	202
§6.2.3	单分支器件电路	204
§6.3	微波电路的矩阵表示	206
§6.3.1	微波电路的矩阵表示	206
§6.3.2	散射矩阵 [S]	208
§6.3.3	散射矩阵 [S] 的优缺点	209
§6.4	散射矩阵 (S) 的性质	211
§6.4.1	有关散射矩阵的两个重要定理	211
§6.4.2	参考面的移动	212
§6.5	对称微波器件电路和对称算子	213
§6.5.1	微波器件的对称性	213
§6.5.2	对称算子和麦克斯韦方程的对称性	214
§6.5.3	对称算子的求法和性质	216

§6.6 本征值与本征矢.....	218
§6.6.1 本征值与本征矢.....	218
§6.6.2 本征值求法.....	218
§6.6.3 本征矢求法.....	220
§6.6.4 关于对称算子与散射矩阵的定理.....	221
§6.6.5 对称电路散射矩阵与其模矩阵.....	222
§6.7 散射矩阵(S)的合成.....	223
§6.7.1 综合电路散射矩阵合成的综合法.....	223
§6.7.2 直接法求综合电路合成散射矩阵.....	227
§6.8 单分支微波电路.....	232
§6.8.1 单分支电路的入射波和反射波.....	232
§6.8.2 单分支电路的归一化.....	233
§6.9 单分支微波电路的器件.....	234
§6.9.1 阻抗变换器.....	234
§6.9.2 可变短路活塞.....	236
§6.9.3 匹配负载.....	238
§6.10 二分支微波电路.....	2239
§6.10.1 二分支电路的矩阵表示.....	239
§6.10.2 二分支电路各矩阵间的转换关系.....	245
§6.11 二分支微波电路的器件.....	249
§6.11.1 衰减器.....	249
§6.11.2 移相器.....	252
§6.11.3 波导枝节调配器.....	257
§6.11.4 带状线匹配变换器及其他匹配元件.....	257
§6.12 三支微波电路的性质.....	258
§6.13 三支微波电路的器件.....	263
§6.13.1 H面Y形对称接头.....	263
§6.13.2 T形接头.....	269
§6.14 四分支及多分支微波电路及器件.....	270
§6.14.1 四分支微波电路的一般特性.....	270
§6.14.2 波导定向耦合器.....	274
§6.14.3 带状线定向耦合器.....	288
§6.14.4 三分贝电桥.....	289
§6.14.5 双T接头.....	292
§6.14.6 带状线环行桥.....	295
§6.14.7 带状线功率分配器.....	295

§6.15	组合微波电路系统	297
§6.15.1	可变移相器	297
§6.15.2	可变方向耦合器	298
§6.15.3	双频馈电器	300
§6.15.4	和差器	302
§6.15.5	微波双工器	309
第7章	多模电路	314
§7.1	波型器	314
§7.1.1	E面波型器	314
§7.1.2	H面波型器	316
§7.2	多模馈源	320
§7.2.1	多模馈源设计的几个问题	321
§7.2.2	羊喇叭单脉冲多模馈源	323
§7.2.3	七模双平面单脉冲馈源	327
§7.2.4	七模双平面单脉冲馈源工程设计	332
第8章	含半导体的微波电路	342
§8.1	微波检波器	342
§8.1.1	微波检波二极管的特性	342
§8.1.2	微波检波器	343
§8.2	平衡相位检波器	344
§8.3	载波调制器	345
§8.3.1	双边带载波调制器	345
§8.3.2	单边带载波调制器	346
§8.4	混频器	347
§8.4.1	不平衡型混频器	348
§8.4.2	平衡混频器	348
§8.5	微波限幅器	349
§8.6	微波换向器	350
§8.6.1	正向偏压接通	350
§8.6.2	反向偏压接通	350
§8.6.3	同轴线二极管开关	351
§8.7	微波自动幅度控制	352
§8.8	微波脉冲的产生及波形修正	352
§8.8.1	微波脉冲的产生	352

§8.8.2 微波脉冲波形的修正	353
§8.9 热敏电阻功率计	354
第 9 章 微波铁氧体线性器件	357
§9.1 电子自旋与磁共振	357
§9.2 旋磁介质	359
§9.3 微波铁氧体线性器件	365
§9.3.1 移相器	365
§9.3.2 隔离器	372
§9.3.3 开关	375
§9.3.4 铁氧体环行器	378
附 录	382
附录一 矩阵的定义和运算简介	382
附录二 矢量分析中的一些公式	388
附录三 电磁波频谱	391
附录四 苏英美雷达常用波段划分	392
附录五 贝塞尔函数	394
附录六 勒让德椭圆积分	396
参考文献	397
书 籍	397
文 献	397

第 1 章 微波传输线

§ 1.1 引言

微波，是波长很短的电磁波，从频率的角度来说，是从特高频到极高频。这就是通常把频率从 300MHz 到 300GHz 的电磁波划为微波波段，其波长是从 1m~1mm，还有人把波长小于 1mm 的亚毫米波也划分到微波范围。总之，微波在电磁波频谱中的位置是其低频端与普通无线电波的“甚高频”波段毗邻，而其高频端则与“远红外”接壤。

微波能量从一个器件到另一个器件的传输，是借助于传输线来实现的，由传输系统引导向一定方向传播的电磁波称为导行波。目前，已有多种微波传输线，如同轴线、空心金属波导管（简称波导管）、带状线以及介质波导等，这几种传输线都各有其特点。

随着近代科学技术的发展，微波传输要求工作在更短的波长上，使设备体积小、重量轻、工作可靠等，因而，微波传输线及其器件也在不断地与之相适应。在低频率下，把能量由振荡源传输到负载，采用了双导线，随着频率的提高，波长越短，双导线间的间距差不多正比于波长，这样横向尺寸的减小，就增加了电气击穿的危险和辐射损耗的增大。因此，在许多情况下，分米波段（波长 1~0.1m）双导线就不适用了。为了避免辐射损耗，把传输线做成封闭的形式，这就出现了同轴线，电磁场就完全被限制在内外导体之间，因而消除了辐射损耗。

频率继续提高，同轴线的横截面尺寸相应减小，使同轴线的损耗增大，而且主要损耗在较细的内导体上。横截面的减小使得在相同电压下内导体表面的电场增强，因而容易引起击穿。因此，同轴线不能工作于很高的频率，功率容量也比较小。

为了减小损耗和提高功率容量，在 20 世纪初有人利用空心金属管做传输高频电磁波的实验，并相应的进行了波导的理论研究，只要波导的横截面尺寸与波长相比足够大，电磁波是可以在空心金属管中传播的，波导管具有损耗小、功率容量大等优点，但它的工作频带较窄，这一点就不如同轴线了。

随着空间技术的发展，设备的体积和重量必须减小，原来的同轴线和波导管由于重量太大，已不实用于新的需要，而带状线则大大地减小了体积和重量。早在 20 世纪 40 年代末、50 年代初微带作为一种传输线类型几乎和三板线同时被提出。三板线和微带线可以认为是由同轴线和双导线演变而来，本书以后凡提到带状线，都包括三板线和微带线两者。

§ 1.2 麦克斯韦方程

麦克斯韦方程是英国科学家麦克斯韦(1831—1879年)在他提出的位移电流的假设下,全面总结电生磁和磁生电现象后提出来的。通过这些方程,使我们看到了随时间变化的电场与磁场之间有密切的关系,电场与磁场永远是相互联系的,形成了统一的电磁场。所以麦克斯韦方程是电磁理论的核心,是用以描述支配时变电磁场的物理规律的一组方程式。当然,这些方程式的绝大部分是由一些研究工作者从实验中得出的,在这里,我们的目的不是来肯定这些方程的依据,而是要对其物理意义有所领会,并研究如何在微波工程领域中有意义的实际问题获得这些方程的解。麦克斯韦方程表示了电场和磁场之间以及它们和电荷、电流之间相互关系的普遍规律。方程的积分和微分形式是:

积分形式

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= i + \frac{\partial \Psi}{\partial t} \\ (b) \quad \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{\partial \phi}{\partial t} \\ (c) \quad \oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} &= q \\ (d) \quad \oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

微分形式

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ (b) \quad \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ (c) \quad \nabla \cdot \mathbf{D} &= q_s \\ (d) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

本书采用单位制是合理化 M.K.S (米.千克.秒) 实用单位制,在这种单位制中:

自由空间的电介系数: $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

自由空间的导磁系数: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \approx 1.257 \times 10^{-6} \text{ H/S}$

自由空间的光速: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

各向同性媒质的介电系数和导磁系数分别为 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, $\mu = \mu_0 \mu_r$, 其中: ϵ_r 、 μ_r 分别为相对介电系数和相对导磁系数。

除了合理化单位制外,有些文献也采用非合理化制,为了便于读者从一种单位

制转换到另一种单位制，这里将一些主要物理量的转换关系列举如下：

MKS 制 (合理化)

高斯制 (非合理化)

电场强度

$$E \text{ (V/m)}$$

$$E$$

磁场强度

$$H \text{ (A/m)}$$

$$H$$

电位移

$$D = \epsilon E$$

$$\frac{1}{c} D$$

磁通密度

$$B = \mu H$$

$$\frac{1}{c} B$$

电介系数

$$\epsilon$$

$$\frac{1}{c} \epsilon$$

导磁系数

$$\mu$$

$$\frac{1}{c} \mu$$

电位移通量

$$\Psi = \int_s D \cdot ds$$

磁通量

$$\phi$$

电荷密度

$$q_s$$

$$\frac{4\pi}{c} q_s$$

电流密度

$$J = \sigma E$$

$$\frac{4\pi}{c} J$$

电导率 (电导系数)

$$\sigma$$

$$\frac{4\pi}{c} \sigma$$

自由电荷

$$q$$

麦克斯韦方程组的说明如下：

积分式 (a) 说明在电磁场中，沿任何闭合路径的磁势等于穿过该路径的全电流 (传导电流 i 与位移电流 $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ 之和)， $\Psi = \int_s D \cdot ds$ 是穿过该路径的电位移通量。积

分式 (a) 等号右边用正号表示电流方向与积分方向成右手螺旋关系。

积分式 (b) 说明在电磁场中，沿任何闭合路径的电动势等于穿过该路径的位移磁流。位移磁流是磁通的变化率 $\partial \phi / \partial t$ 。等号右边用负号是因为积分方向与磁通方向成右手螺旋关系的缘故。我们知道，积分方向就是电磁感应的感应电动势方向，这方向若与磁通方向成右手螺旋关系， $\partial \phi / \partial t$ 必须用负号，即感应电动势

$$\epsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

积分式 (c) 说明在电磁场中，从任何封闭面穿出去的电位移线数等于该封闭面内所包围的自由电荷。

积分式 (d) 说明在电磁场中，从任何封闭面穿出去的磁通线数等于 0。

微分式 (a) 说明在电磁场中某一普通点，最大单位面的磁势等于穿过该单位面

的全电流。所谓普通点是指其附近媒质的物理性质是连续的点，最大单位面的磁势就是 \mathbf{H} 的旋度，也就是 $\nabla \times \mathbf{H} = m \left(\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \right) / ds$ ，其中 m 表示沿最大磁势方向的单位矢量， l 是 ds 的周边。这个式子表明，在这个普通点，取各个方向的微分面，找出 $\left(\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \right) / ds$ 及其方向 m ； m 与我们所找的那个微分面垂直并指向与积分方向成右手螺旋关系的方向。由此可见，麦克斯韦方程的微分形式 (a) 和积分形式 (a) 是一致的，只不过微分形式表示了“点”的关系（即微分关系），并且有了方向性。

微分式 (b) 说明在电磁场中某一普通点，最大单位面的电动势等于穿过该单位面的位移磁流 $-\partial \mathbf{B} / \partial t$ ，其中负号的意义同上。

微分式 (c) 说明在电磁场中某一普通点，从单位体积穿出去的电位移线数等于该单位体积内所包围的自由电荷。由此可见，积分式 (c) 和微分式 (c) 的物理概念是一致的，只不过微分形式代表了“点”的关系。所谓单位体积穿出去的电位移线数就是 $\left(\int V \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} \right) / dV = \nabla \cdot \mathbf{D}$ 。

微分式 (d) 说明在电磁场中某一普通点，从单位体积穿出去的磁通线数等于 0。

麦克斯韦方程的 (a) 式表示磁生电；(b) 式表示电生磁；(c) 式表示电位移线发出和终止于自由电荷；(d) 式表示磁通线是无始无终的闭合线，也就是说根本不存在自由磁荷。

通常场源是按正弦形式变化，在稳定状态下，场量都将按正弦形式变化，称为简谐变化。当采用 $e^{j\omega t}$ 为时间因子时，则可将瞬时的场方程变为复量的场方程

$$\left. \begin{aligned} \text{(a)} \quad \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + j\omega \mathbf{D} \\ \text{(b)} \quad \nabla \times \mathbf{E} &= -j\omega \mathbf{B} \\ \text{(d)} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} &= q_s \\ \text{(e)} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中， $j = \sqrt{-1}$

§ 1.3 波动方程

假设：1. 电磁场是无源的，则电荷密度 $q_s = 0$

2. 在绝缘介质（电导率 $\sigma = 0$ ）中，则传导电流密度 $\mathbf{J}_s = 0$

在以上两个假设条件下，麦克斯韦方程式 (1-2) 变为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1-4)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1-5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1-6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1-7)$$

我们取式 (1-4) 的旋度, 并利用式 (1-5) 得

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-8)$$

取式 (1-5) 的旋度, 并利用式 (1-4) 得

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-9)$$

利用矢量公式 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}$ 并考虑式 (1-6)、式 (1-7), 则式 (1-8)、式 (1-9) 化为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-10)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-11)$$

上两式称为波动方程式, 场量的每一坐标分量都满足标量的波动方程式 (1-12)

$$\nabla^2 \Psi - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \quad (1-12)$$

式中, $\Psi(x, y, z, t)$ 代表任一分量 (标量), 是 x, y, z, t 的函数。

虽然满足麦克斯韦方程的场必须满足波动方程, 但相反情况不一定成立, 因此, 波动方程的解必须验证是否满足麦克斯韦方程。

§ 1.4 直角坐标系中波动方程的解

在直角坐标系中, 场的标量波动方程式 (1-12) 具有下列形式

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (1-13)$$

我们用分离变量法求解方程式 (1-13)

设

$$\Psi(x, y, z, t) = \Psi(x, y)Z(z)T(t) \quad (1-14)$$

代入式 (1-13) 中得

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \cdot ZT + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} ZT + \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \Psi T = \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \Psi Z \varepsilon\mu \quad (1-15)$$

上式除以 $\Psi Z T$ 得

$$\frac{1}{\Psi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{1}{\Psi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon\mu}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \text{常数} \quad (1-16)$$

式中, $\Psi(x, y)$ 为波前平面内的分布函数, 与坐标 z 无关, 因为 x, y, z, t 是独立变量, 要使式 (1-16) 成立, 那么必须每项都为常数。