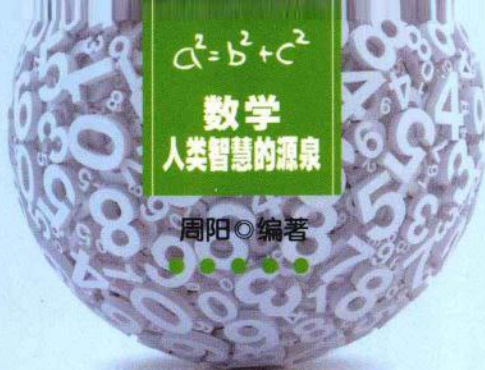




中吉联合



$$a^2 = b^2 + c^2$$

数学
人类智慧的源泉

周阳◎编著

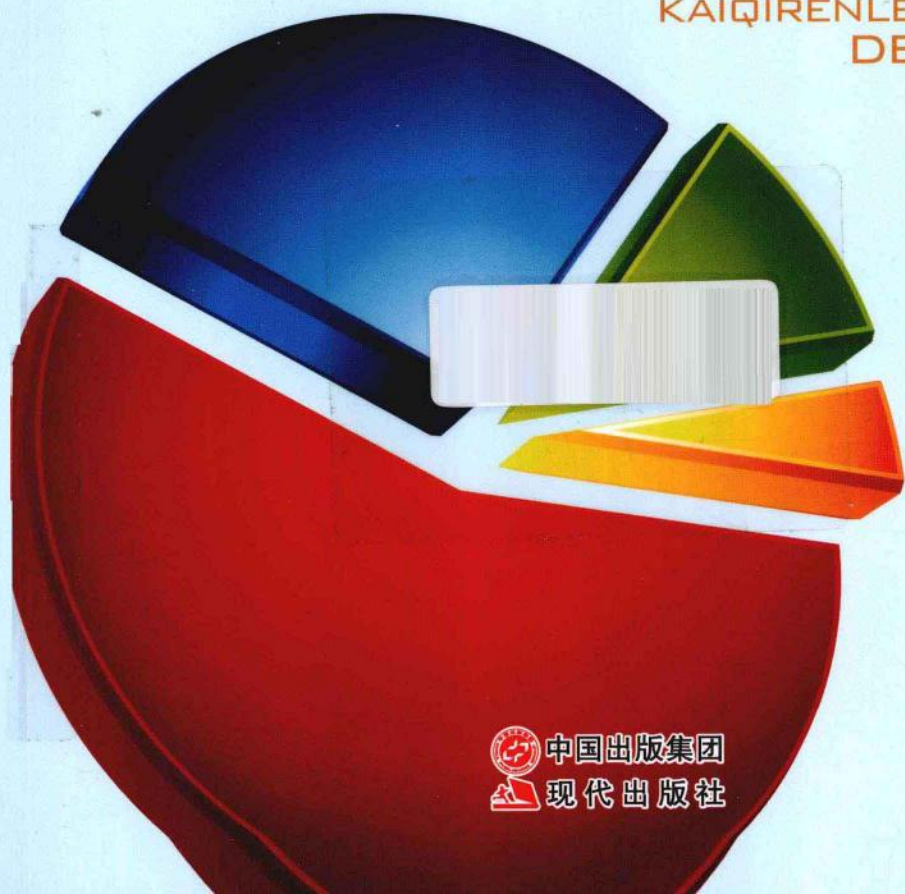


开启人类

RENLEIZHIHUIDEYUANQUAN

智慧的钥匙

KAIQIRENLEIZHIHUI
DEYAOUSHI



中国出版集团



现代出版社

数学
人类智慧的源泉

开启人类 智慧的钥匙

RENLEIZHIHUIDEYUANQUAN

周阳◎编著



中国出版集团

现代出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

开启人类智慧的钥匙 / 周阳编著. —北京: 现代出版社, 2012. 12

(数学: 人类智慧的源泉)

ISBN 978 - 7 - 5143 - 0920 - 1

I. ①开… II. ①周… III. ①数学 - 青年读物②数学 - 少年读物 IV. ①O1 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 274984 号

开启人类智慧的钥匙

编 著	周 阳
责任编辑	刘 刚
出版发行	现代出版社
地 址	北京市安定门外安华里 504 号
邮政编码	100011
电 话	010 - 64267325 010 - 64245264 (兼传真)
网 址	www. xdcbs. com
电子信箱	xiandai@ cnptc. com. cn
印 刷	北京市业和印务有限公司
开 本	710mm × 1000mm 1/16
印 张	12
版 次	2013 年 3 月第 1 版 2013 年 3 月第 2 次印刷
书 号	ISBN 978 - 7 - 5143 - 0920 - 1
定 价	29.80 元

版权所有, 翻印必究; 未经许可, 不得转载



前 言

数学，起源于人类早期的生产活动，被古希腊学者视为哲学之起点，数学的希腊语的意思就是“学问的基础”，在中国是古代六艺之一。数学，作为人类思维的表达形式，反映了人们积极进取的精神品质、严谨周详的逻辑推理以及对完美境界的不懈追求。

数学源于生活，而它最终的目的是服务于生活，解决生产和生活中的各种问题。数学在人类生活中的应用可以说是源远流长了。人类从猿进化而来就已经用到了数学。如：在计算日子的时候，在绳子上打个结，就表示一天。这便是结绳记事。

数学是人类不可缺少的基本工具，能够帮助人们处理数据、进行计算、推理和证明，利用数学模型还可以形象地描述自然现象和社会现象；数学为其他科学提供了语言、思想和方法，是一切重大科学技术发展的基础。

数学知识和数学思想在人们日常生活、生产实践中有极其广泛的应用。例如，人们购物后须记账，以便年终统计查询；去银行办理储蓄业务，查收各住户水电费用等，这些便利用了算术及统计学知识。此外，社区和机关大院门口的“推拉式自动伸缩门”；运动场跑道直道与弯道的平滑连接；底部不能靠近的建筑物高度的计算；隧道双向作业起点的确定；折扇的设计以及黄金分割等，则是平面几何中直线图形的性质及解直角三角形有关知识的应用。

20 世纪以前没有“应用数学”这一名词，直到“二战”前，高等数学的应用绝大部分与物理学有关。在“二战”前后，由于航空工业的发展以及飞机



在战争中的重要作用，高等数学开始大量用在力学及其他工程方面，促成了应用力学与应用数学的发展。20 世纪 60 年代以后情况就有些改变。一方面高等数学的应用范围愈来愈广，不但物理学、工程学、化学、天文学、地理学、生物、医学在应用高等数学，甚至经济学、语言学也开始应用相当多的高等数学，应用数学因此得到发展。

总而言之，数学自它“发明”以来，其应用领域不断扩大，所发挥的作用也在不断加深。而且学习数学，对于个人来说，它在提高我们的逻辑推理能力、分析能力、抽象能力和想象力等方面也有着极其重要的作用。



目 录

走进完美的数学世界

数学的起源	1
古埃及与古巴比伦的数学成果	4
古希腊的数学成果	8
中国古代的数学成果	12
古印度与古阿拉伯的数学成果	16
近代数学成果	21
现代数学成果	29
常用数学符号的发明	36
趣味无穷的数	44
数学工具	56

创建数学王国的功臣们

创造了 10 个世界领先的刘徽	68
博学多能的科学巨匠祖冲之	71
“几何之父”欧几里得	74



“数学之神”阿基米德	77
“代数之父”韦达	79
解析几何的创立者笛卡儿	82
“业余数学家之王”费马	85
伟大的天才——牛顿	88
最多产的数学家欧拉	91
“数学王子”高斯	93
数学世界的亚历山大——希尔伯特	96
控制论创始人维纳	99

数学在生产生活中的应用

窰井盖为什么是圆的	104
汽车前灯里的数学	107
中奖的概率	110
揭开扑克牌中的秘密	113
体育运动中的数学	116
电脑算命里的数学玄机	119
怎样缩短烤肉片的时间	122
交通拥堵中的“排队论”	125
用数学原理证明“旁观者效应”	129
善用自己身上的“尺子”	132
拱中的曲线数学	136
建筑物中的对称	139
建筑物中的几何性	141

数学在文艺中的应用

“分割主义”艺术	146
----------------	-----

如何在平面上展现三维世界	149
美术中的平移和对称	152
名画中的数学现象	154
黄金分割在美术中的运用	157
音乐中的数学变换	160
乐器的形状与数学有关	163
五音不全缘何故	166
数字入诗别样美	168
数字描绘出的诗歌意境	171
对联中的数学	174
数学了结的文学公案	178
圆周中的回环诗	180

走进完美的数学世界

从人类早期的结绳记事到今天计算机的高速运算，数学的发展经历了一个相当漫长的过程，古代的希腊和中国等国取得了举世瞩目的辉煌成就，为数学打下了奠基性的工作；从17世纪开始，数学发展到近代，这一时期涌现了众多卓有建树的数学大师，各种数学符号确定定型，各种数学理论层出不穷，数学获得了极大的发展与壮大；数学进入到20世纪以后，其发展速度之快、范围之广、作用之大，远远超出人们的预料，深刻改变着人们对数学的认识。

数学的起源

数学最早起源于适合人类生存的大河流域，例如尼罗河流域的古埃及、两河流域的古巴比伦、黄河长江流域的古代中国等。伴随着这些早期文明的发展，数学也开始了它的萌芽和进程。

在有文字记载之前人类就已经有了数的概念。起初人们只能认识“有”还是“没有”，后来又渐渐有了“多”与“少”的朦胧意识。而“多”与“少”的意识原始人是在一一对应的过程中建立的。即把两组对象进行一一比较，如果两组对象完全对应，则这两个组的数量就相等，如果不能完全一一对应，就会出现多少。例如，据古希腊《荷马史诗》记载：波吕斐摩斯被俄底修斯刺伤后，以放羊为生。他每天坐在山洞口照料他的羊群，早晨母羊出洞吃草，出来一只，他就从一堆石子中捡起一颗石子儿；晚上母羊返回山洞，进去一只，他就扔掉一颗石子儿。当把早晨捡起的石子儿全部扔完后，他就放心了，因为他



知道他的母羊全都平安地回到了山洞。

另一个方面，在长期的采集、狩猎等生产活动中原始人逐渐注意到一只羊与许多羊，一头狼与整群狼在数量上的差异。通过一只羊、一头狼与许多羊、整群狼的比较，就逐渐看到一只羊、一头狼、一条鱼、一棵树……之间存在着某种共同的东西，即它们的单位性。由此抽象出数“1”这个概念。数“1”可以说是这类具有单个元素的集合的特征。可以认为，在人类发展的一个相当长的阶段上，人们最早具有的数的概念是“1”，与之相对应的是一个比较确定的观念——“多”。如上面的“数羊”，人们把一些被数物品用另外某些彼此同类的物品或标记来代替，如用手指、小石块、绳结、树枝、刻痕等。根据彼此一一对应的原则进行这种计算，也就是给每个被数物品选择一个相应的东西作为计算工具，这就是早期的记数。

最早可能是手算，即用手指计数。一只手上的5个指头可以被现成的用来表示5个以内事物的集合。两只手上的指头合在一起，可以数到10，再和脚趾联合在一起，可以数到20。有人认为，现在的罗马数字Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ分别是1~4个手指的形象，Ⅴ是四指并拢拇指张开的形象，10则画成ⅤⅤ，表示双手，后来又画成Ⅹ，是ⅤⅤ的对顶形式。古代俄国把1叫做“手指头”，10则称为“全部”。这些都是古代手指计数的痕迹。亚里士多德曾经指出，今天十进制的广泛采用，只不过是人类绝大多数人生来就具有10个手指这样一个解剖学事实的结果。

手算能表示出的数目毕竟有限，即使再借助于脚趾，也不过数到20。当指头不够用时，数到10时，摆一块小石头，双手就解放了，还可以继续数更大的数目。自然地人们会想到，可以不用手，直接用石头记数。但记数的石子堆很难长久保存信息，于是又有结绳记数。我国有“上古结绳而治，后世圣人，易之以书契”的说法。“结绳而治”一般解释为“结绳记事”或“结绳记数”。“书契”就是在物体上刻痕，以后逐渐发展成为文字。

结绳记事、记数，并不限于中国，世界各地都有，有些地方甚至到19世纪还保留这种方法，有些结绳事物甚至保存下来。例如，美国自然史博物馆就藏有古代南美印加部落用来记事的绳结，当时人们称之为基普：在一根较粗的绳子上拴系涂有颜色的细绳，再在细绳上打各种各样的结，不同的颜色和结的位置、形状表示不同的事物和数目。

结绳毕竟不甚方便，以后在实物（石、木、骨等）上刻痕以代替结绳。从现在的考古资料看，几乎所有的文明古国都经历过一个刻痕记数的阶段，只是各自的形式不同而已。

无论手算、结绳还是刻痕所记下来的数还不是现在意义上的数，只是物体集合蕴涵着的数量特性从一个物体集合转移到另一个物体集合上。也就是说，人们还不能脱离具体的物的集合来认识“数量”。但是，当人们可以任意选用这种随手可得的东西来记数时，就离形成数的概念为期不远了。

总之，在人类几万年的原始文明中，只限于一些零碎的、片断的、不完整的知识，有些人只能分辨一、二和许多，有些能够把数作为抽象的概念来认识，并采用特殊的字或记号来代表个别的数，甚至采用十、二十或五作为基底来表示较大的数，进行简单的运算。此外，古人也认识到最简单的几何概念，如直线、圆、角等。

知识点

《荷马史诗》

《荷马史诗》相传是由公元前8—9世纪之间的古希腊盲诗人荷马创作的两部长篇史诗《伊利亚特》和《奥德赛》的统称。这两部史诗最初可能只是基于古代传说的口头文学，靠着乐师的背诵流传。荷马是将两部史诗整理定型的作者。《伊利亚特》和《奥德赛》处理的主题分别是在特洛伊战争中，阿喀琉斯与阿伽门农间的争端，以及特洛伊沦陷后，奥德修斯返回绮色佳岛上的王国，与皇后珀涅罗珀团聚的故事。

《荷马史诗》展现了自由主义的自由情景，并为日后希腊人的道德观念，乃至整个西方社会的道德观念，立下了典范。继此而来的，首先是一种追求成就，自我实现的人文伦理观，其次是一种人神同性的自由神学。《荷马史诗》于是成了“希腊的圣经”。



延伸阅读

数学最高奖菲尔兹奖

我们知道，诺贝尔设立了物理学、化学、生物学或医学等科学奖金，但没有数学奖。这个遗憾后来由加拿大数学家菲尔兹弥补了。菲尔兹 1863 年生于加拿大渥太华，在多伦多上大学，而后在美国的约翰·霍普金斯大学得到博士学位。他于 1892—1902 年游学欧洲，以后重回多伦多大学执教。他在学术上的贡献不如作为一个科研组织者的贡献更大。1924 年菲尔兹成功地在多伦多举办国际数学大会 ICM。正是在这次大会上，菲尔兹提出把大会结余的经费用来设立国际数学奖。1932 年苏黎世大会前夕，菲尔兹去世了。去世前，他立下遗嘱并留下一大笔钱也作为奖金的一部分。为了纪念菲尔兹，这次大会决定设立数学界最高奖——菲尔兹奖。1936 年在挪威的奥斯陆举行的 ICM 大会上，正式开始颁发菲尔兹奖。

古埃及与古巴比伦的数学成果

古埃及的数学成果

非洲东北部的尼罗河流域，孕育了埃及的文化。在公元前 3500—前 3000 年间，这里曾建立了一个统一的帝国。目前我们对古埃及数学的认识，主要源于两份用僧侣文写成的纸草书，其一是成书于公元前 1850 年左右的莫斯科纸草书，另一份是约成书于公元前 1650 年的兰德纸草书，又称阿默士纸草书。阿默士纸草书的内容相当丰富，讲述了埃及的乘法和除法、单位分数的用法、试位法、求圆面积问题的解和数学在许多实际问题中的应用。

古埃及人将所有的分数都化成单位分数（分子为 1 的分数之和），在阿默士纸草书中，有很大一张分数表，把形如 $\frac{2}{2n+1}$ 的分数表示成单位分数之和。

古埃及人已经能解决一些属于一次方程和最简单的二次方程的问题，还有一些关于等差数列、等比数列的初步知识。例如，在兰德纸草书上有一个关于“堆算”的特殊篇章。这部分从本质上来说，包含的是用一元一次方程来解的问题。古代埃及人把未知数称为“堆”，它本来的意思是指数量是未知数的谷物的堆。其中一个方程式这样的：“有一堆，它的 $\frac{2}{3}$ 加它的 $\frac{1}{2}$ ，加它的 $\frac{1}{7}$ ，再加全部共为 33”，用现在的形式写出来就是：

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{x}{2} + \frac{x}{7} = 33$$

埃及人还发展了卓越的几何学。有一种观点认为，尼罗河水每年一次的定期泛滥，淹没河流两岸的谷地。大水过后，法老要重新分配土地，长期积累起来的土地测量知识逐渐发展为几何学。古埃及人留下了许多气势宏伟的建筑，其中最突出的是约于公元前 2900 年兴建于下埃及的法老胡夫的金字塔，高达 146.5 米，塔基每边平均宽 230 米，任何一边与此数值相差不超过 0.16 米，正方案度与水平程度的平均误差不超过万分之一。与金字塔媲美的另一建筑群是上埃及的阿蒙神庙。其中卡尔纳克的神庙主殿总面积达 5000 平方米，有 134 根圆柱，中间最高的 12 根高达 21 米。这些宏伟建筑的落成，也离不开几何学知识。

埃及人能够计算简单平面图形的面积，计算出的圆周率为 3.16049；他们还知道如何计算棱锥、圆锥、圆柱体及半球的体积。其中最惊人的成就在于方棱锥平头截体体积的计算，他们给出的计算过程与现代的公式相符。

古巴比伦的数学成果

底格里斯河和幼发拉底河流域，希腊人称之为美索不达米亚，原意为两河之间的地方，统称为两河流域。在历史上两河流域一直是许多城邦以及定居的部族和游牧部族之间竞争角逐的场所。在两河流域的历史上，征服者和被征服者就像走马灯一样来来去去，其情形是极其复杂的。但是，两河流域是个大熔炉，在这里，许多不同的部族都是由竞争角逐而趋于融合，所以各个部族的文化和技术相互融合，从而使这个地区成了西亚的先进地区。

古代巴比伦国家的位置在美索不达米亚最靠近底格里斯河和幼发拉底河河床的地方。巴比伦城位于幼发拉底河河岸上，“巴比伦人”这个名称包括许多



同时或先后居住在底格里斯河和幼发拉底河之间及其流域上的一些民族。其中苏美尔人是两河流域古文明的奠基者。公元 1700 年左右,阿摩利人汉谟拉比王统治时期,文化得到高度的发展,这位君主以制定一部著名的法典而著称(《汉谟拉比法典》),这个时期就是所称的古巴比伦王国。公元前 8 世纪,这个地区为原来住在底格里斯河上游的亚述人所统治。亚述人尚武轻文,在文化方面很少有创造性的贡献,然而,亚述帝国的政治统一却也促进了文化的交流,使古代东方各地的文化得以融于一炉。对两河流域的古文化,亚述人也做过一些保存和整理工作。亚述帝国的最后一个君主名叫巴尼伯,曾经在尼尼微的宫殿里建了一座图书馆,那里收藏了 2.2 万块刻着楔形文字的泥板。一个世纪以后,亚述帝国为伽勒底人和米太人所灭,在历史上美索不达米亚的这段时期(公元前 7 世纪)通常称为伽勒底时期,也称为新巴比伦帝国。公元前 540 年左右,新巴比伦帝国为居鲁士统治下的波斯人所征服。公元前 330 年,希腊军事领袖亚历山大大帝征服了这个地区。历史中所讲的巴比伦数学也到此为止。

从 19 世纪前期开始,在美索不达米亚工作的考古学家们进行了系统的发掘工作,发现了大约 50 万块刻着文字的泥板,仅仅在古代尼普尔旧址上就挖掘出 5 万块。在巴黎、柏林和伦敦的大博物馆中,在耶鲁大学、哥伦比亚大学和宾夕法尼亚大学的考古展览馆中,都珍藏着许多这类书板,书板有大有小,小的只有几平方英寸,最大的和一般的教科书大小差不多,中心大约有 1.5 英寸厚。有的只是书板的一面有字,有时两面都有字,并且往往在其四边上也刻

有字。

在公元前 3500 年以前,苏美尔人就已经发明了文字。苏美尔人用削尖了的芦苇管做笔,把这种文字刻在泥板砖的坯块上,在日光下或火炉上烘干,这种带有文字的泥板就称为泥板书。因为这种文字是刻在泥板上的,落笔处比较重,收笔处比较纤细,呈尖劈形,所以被称为“楔形文字”。在 50 万块书板中,约有 300 块是被鉴定为载有数



楔形文字

字表和一大批问题的纯数学书板。直到 1935 年，由于美国学者诺伊格包尔和法国学者蒂罗·丹金夫人的工作才取得突破。他们解释了一部分数学泥板，由于这些工作还在进行，或许不久的将来还会有新的发现。

古代巴比伦人是具有高度计算技巧的计算家，其计算程序是借助乘法表、倒数表、平方表、立方表等数表来实现的。巴比伦人书写数字的方法更值得我们注意。他们引入了以六十为基底的位值制（六十进制），希腊人、欧洲人直到 16 世纪还在数学计算和天文学计算中运用这个系统，直至现在六十进制仍被应用于角度、时间等记录上。

知识点

尼罗河

尼罗河是一条流经非洲东部与北部的河流，与中非地区的刚果河以及西非地区的尼日尔河并列非洲最大的 3 个河流系统。尼罗河长 6670 千米，是世界上最长的河流。它有两条主要的支流，白尼罗河和青尼罗河。发源于埃塞俄比亚高原的青尼罗河是尼罗河下游大多数水和营养的来源，但是白尼罗河则是两条支流中最长的。尼罗河最下游分成许多汉河流注入地中海，这些汉河流都流在三角洲平原上。三角洲面积约 24000 平方千米，地势平坦，河渠交织，是古埃及文化的摇篮，也是现代埃及政治、经济和文化中心。

延伸阅读

玛雅人的二十进制制

在数学上，除二进位制、八进位制和十进位制外，还有二十进位制。二十进位制最初是由玛雅人创造的。

玛雅文化形成于 2800 年前的墨西哥境内，繁荣于公元前的数百年间，是美洲古代文化中最发达、水平最高，也是世界最著名的文化之一。在数学方



面，玛雅人创造了3个符号和二十进位制。

玛雅人创造的3个数学符号分别代表1、5和0。到5以上就用“.”和“—”配合使用。在3个数学符号的基础上，他们创造了二十进位制。

与十进位相比较，玛雅数位为个位、20位、400位、8000位等。

玛雅人在二十进位制的基础上，又创造了加法和减法，这种加减法只要掌握排列次序和进位、借位方法，就可以很快学会。

古希腊的数学成果

数学作为一门独立和理性的学科开始于公元前600年左右的古希腊。古希腊时期是数学史上一个“黄金时期”，在这里产生了众多对数学主流的发展影响深远的人物和成果，泰勒斯、毕达哥拉斯、柏拉图、欧几里得、阿基米德等数学巨匠不胜枚举。

古希腊数学的起源并没有明确的文献记载。最早在希腊和欧洲国家发展的先进文明为米诺斯和后来的迈锡尼文明，这两者都在公元前2000年间逐渐兴盛。虽然这两个文明具有写作能力和先进的、能够建造具有排水系统和蜂箱墓地的四层高宫殿的工程技术，然而他们并没有留下任何与数学有关的文献。

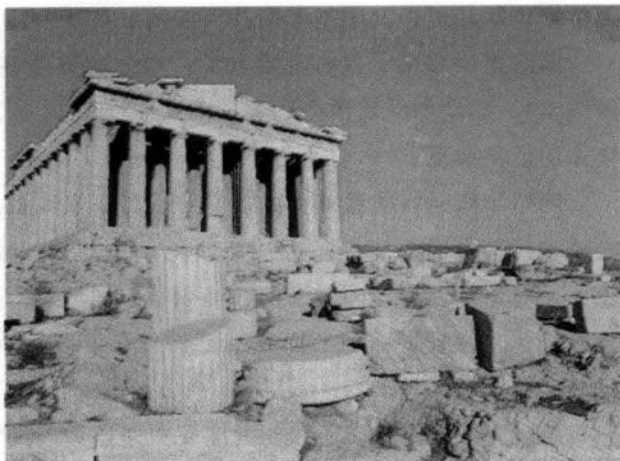
尽管没有直接的证据证明，但是研究人员普遍认为邻近的巴比伦和埃及文明均对较年轻的古希腊传统产生过影响。公元前800年至公元前600年古希腊数学普遍落后于古希腊文学，而且与这段时期的古希腊数学相关的信息非常少，几乎所有流传下来的资料都是在较后期的公元前4世纪中叶才开始被当时的学者记录下来。古希腊数学的发展可分为雅典时期和亚历山大时期两个阶段。

雅典时期

这一时期约在公元前600年到公元前300年，始于泰勒斯为首的伊奥尼亚学派，其贡献在于开创了命题的证明，为建立几何的演绎体系迈出了第一步。稍后有毕达哥拉斯领导的学派，这是一个带有神秘色彩的政治、宗教、哲学团体，以“万物皆数”作为信条，将数学理论从具体的事物中抽象出来，予数学

以特殊独立的地位。

公元前 480 年以后，雅典成为希腊的政治、文化中心，各种学术思想在雅典争奇斗妍，演说和辩论时有所见，在这种气氛下，数学开始从个别学派闭塞的围墙里跳出来，来到更广阔的天地里。



雅典遗迹

埃利亚学派的芝诺提出 4 个著名的悖论（二分说、追龟说、飞箭静止说、运动场问题），迫使哲学家和数学家深入思考无穷的问题。智人学派提出几何作图的三大问题：化圆为方、倍立方体、三等分任意角。希腊人的兴趣在于从理论上去解决这些问题，是几何学从实际应用向演绎体系靠拢的又一步。正因为三大问题不能用标尺解出，往往使研究者闯入未知的领域中，作出新的发现：圆锥曲线就是最典型的例子；“化圆为方”问题亦导致了圆周率和穷竭法的探讨。

哲学家柏拉图在雅典创办了著名的柏拉图学园，培养了一大批数学家，成为早期毕氏学派和后来长期活跃的亚历山大学派之间联系的纽带。欧多克斯是该学园最著名的人物之一，他创立了同时适用于可通约量及不可通约量的比例理论。柏拉图的学生亚里士多德是形式主义的奠基者，其逻辑思想为日后将几何学整理在严密的逻辑体系之中开辟了道路。

亚历山大时期

这一阶段以公元前 30 年罗马帝国吞并希腊为分界，分为前后两期。时间是公元前 300 年到公元 641 年。

前 期

亚历山大前期出现了希腊数学的黄金时期，代表人物是名垂千古的三大几