

PUTONG WULI SHIYAN JIAOCHENG

普通物理实验教程

主 编◎徐 伟 吴智量
副主编◎赵寿柏 韩粤生 冯锦澎



广东高等教育出版社
Guangdong Higher Education Press

013069895

04-33
615

PUTONG WULI SHIYAN JIAOCHENG

普通物理实验教程

主 编◎徐 伟 吴智量
副主编◎赵寿柏 韩粤生 冯锦澎



04-33
615



广东高等教育出版社
Guangdong Higher Education Press



北航

C1678002

内 容 简 介

本书在编排上改变了传统普通物理实验教程按力、热、光、电的结构模式，分为绪论、误差与数据处理、常用仪器、基础实验—Ⅰ、基础实验—Ⅱ、综合性实验、设计性实验。其中常用仪器可作为学生自主实验，基础实验—Ⅰ和基础实验—Ⅱ为基本物理量测量和基础物理规律的验证，综合性实验和设计性实验选取了较为成熟的实验项目。本书涉及的实验项目较多，学生可根据自己的兴趣爱好、专业特色自主选择实验项目。

本书可作为高等学校理科和工科各专业教材或参考书，并适合不同层次的教学需要。

图书在版编目 (CIP) 数据

普通物理实验教程/徐伟, 吴智量主编. —广州: 广东高等教育出版社, 2013. 8
ISBN 978 - 7 - 5361 - 4969 - 4

I. ①普… II. ①徐… ②吴… III. ①普通物理学 - 实验 - 高等学校 - 教材
IV. ①04—33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 199587 号

广东高等教育出版社出版发行

地址: 广州市天河区林和西横路

邮政编码: 510500 电话: 020 - 87553735

网址: www.gdgjs.com.cn

广州汉鼎印务有限公司印刷

787 毫米 × 1 092 毫米 1/16 17.5 印张 415 千字

2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1 ~ 1 000 册

定价: 42.00 元

如发现印装质量问题, 请与承印厂联系调换。

(版权所有 · 翻印必究)



前 言

物理学是一门实验科学，也是自然科学的一门基础学科。物理实验、物理理论和实验技术密不可分，相辅相成，但又是相互独立的。科学技术的发展促进了实验物理学的发展，一些新的实验技术与内容应及时地补充到物理实验教学中去，使学生增添新概念，掌握新方法。

普通物理实验课的教学目的在于培养学生用实验方法研究物理现象与规律的能力，使学生在物理实验基本知识、基本方法和基本技能等方面受到系统的训练，加深对物理学基本概念和基本规律的理解和掌握，培养良好的科学素质、创新精神和实践能力，实验课应重视培养学生的创新意识和创造能力。

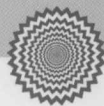
本书在编排上打破了传统的力、热、光、电的结构模式，采用了分层次的结构。常用仪器部分的实验，学生自主完成，且根据教材完成实验报告。基础实验—Ⅰ部分的实验强调基本实验技能的训练、基本测量方法的应用、实验数据处理和误差分析能力的培养。基础实验—Ⅱ部分的实验适当增加了难度，学生须通过一定的努力方可以完成实验，这样可增强学生的自信心。综合性实验为了激发学习主动性，达到在主动学习中提高学生的思维和创造能力的目的。设计性实验需要学生进行充分的文献调研，设计方案，发扬协作精神才能顺利完成实验项目。

直接参与本书编写的除了已经署名的作者外，还有彭军、梁伟栋、许百茹、江建钧、陈莹、钱志龙、陈文玮等，在此表示感谢。

书中如有不当之处，请读者不吝赐教。

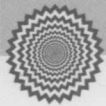
编 者

2013年7月12日



目 录

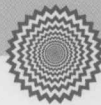
绪论	1
1-1 普通物理实验的目的与要求	1
1-2 实验课的教学环节	1
第二章 误差与数据处理	4
2-1 测量的概念	4
2-2 误差与不确定度的概念	5
2-3 有效数字	8
2-4 被测量、误差和不确定度的估计	10
2-5 异常数据的判别	15
2-6 用表格和图线处理数据	16
2-7 常用数据处理方法	18
2-8 一些有关的证明或说明	22
2-9 习题	26
第三章 常用仪器	29
3-1 长度测量仪器	29
3-2 质量测量仪器	33
3-3 时间与温度测量仪器	38
3-4 直流电表与万用电表	40
3-5 电源与信号发生器	48
3-6 电阻器与开关	51
3-7 常用光学仪器	55
3-8 分光计	57
第四章 基础实验—I	63
实验一 长度、质量与密度的测量	63
实验二 自由落体实验	65
实验三 电流、电压与电阻的测量	68
实验四 光的等厚干涉现象与应用	74
实验五 温度传感器实验——热电偶	78



实验六	示波器的使用	(82)
实验七	密度测定(静力称衡法)	(91)
实验八	电表改装与校准	(94)
实验九	单摆实验	(99)
实验十	直流电桥测电阻	(102)
实验十一	薄透镜焦距的测定	(106)
实验十二	透镜组基点的测定	(109)
实验十三	转动惯量的测定(三线摆法)	(115)
实验十四	静电场模拟实验	(122)
实验十五	霍尔效应实验	(126)
实验十六	衍射光强的测量	(132)
实验十七	杨氏模量的测定(拉伸法)	(137)
实验十八	液体表面张力系数的测定(拉脱法)	(143)
实验十九	RLC 电路的相频特性	(148)
实验二十	RLC 电路的幅频特性	(153)
实验二十一	冰熔解热的测定(量热法)	(157)
实验二十二	用电位差计测电池电动势与内阻	(162)
实验二十三	铁磁材料居里温度的测定	(167)
第五章 基础实验—II		(171)
实验一	交流电桥	(171)
实验二	金属热胀系数的测量	(177)
实验三	分光计的调整及棱镜折射率的测定	(180)
实验四	迈克尔逊干涉仪的调整及使用	(184)
实验五	偏振光研究	(189)
实验六	RLC 电路的暂态过程	(192)
实验七	用透射光栅测光波波长及角色散率	(197)
实验八	密立根油滴实验	(200)
实验九	微波分光实验	(206)
实验十	光电效应与普朗克常数的测定	(213)
第六章 综合性实验		(220)
实验一	粘滞系数的变温测定(落球法)	(220)
实验二	声速测量	(226)
实验三	热导率与比热的测定(准稳态法)	(231)
实验四	金属电子逸出功的测定	(236)
实验五	弦振动研究实验	(241)
实验六	电子电量的测定(电解水法)	(245)



实验七 光速测量	(247)
第七章 设计性实验	(252)
实验一 用三种方法测量本地的重力加速度	(252)
实验二 激光光杠杆法测量金属丝的杨氏模量	(252)
实验三 用霍尔元件测量转速	(252)
实验四 超声测速装置	(253)
实验五 测量物质的折射率和厚度	(253)
实验六 研究汽车防爆膜的光学性质	(253)
附录	(254)
1. 中华人民共和国法定计量单位	(254)
2. 基本物理常量	(255)
3. 物理学常用数据	(256)
参考文献	(270)



第一章 绪 论

1-1 普通物理实验的目的与要求

物理学是一门以实验为基础的科学,物理实验对物理学概念、原理和定律的建立、检验以及发展,都起着重要的作用。普通物理实验课与物理学课程联系密切,它既是用实验方法加深对物理规律认识的手段,也是学生接受科学实验基本训练的一门独立的必修课程。

本课程的目的是:使学生在物理实验的基础知识、基本方法和基本技能等方面接受较系统而严格的训练,培养分析问题和解决问题的能力,培养科学的态度和作风,从而为具备一定的科学实验能力和实验素养打下良好的基础。

本课程的要求是:

- (1) 理解所做实验的原理(实验所采用的方法和与之相关的理论);
- (2) 掌握基本物理量的常用测量方法;
- (3) 了解常用仪器工具的结构和原理,并能熟练使用;
- (4) 学会观察分析物理现象,加深对物理概念和规律的认识;
- (5) 能初步应用误差的基本理论,能正确使用有效数字,掌握对实验数据的常用处理方法;
- (6) 认真求实的作风和科学态度。

1-2 实验课的教学环节

物理实验课程的主要教学方式,是在教师的指导下和学生了解所做实验的基础上,充分发挥个人的主观能动性,自动动手和动脑,完成规定任务的实践训练活动。物理实验的教学环节包括预习、实验、实验总结(实验报告书写)三个过程。

1-2-1 预习

要在有限的上课时间内,很好地完成实验所要求的全部内容,课前的预习是不可避免的。预习包括:

- (1) 阅读讲义、教材或参考图书等资料,了解实验目的和要求,理解实验原理;
- (2) 了解本实验使用的主要仪器设备,尽量事先亲自到实验室实地察看它们的结构,并了解其工作原理及使用方法;
- (3) 了解本实验的主要步骤,包括这些步骤的目的和先后次序,以及注意事项等;
- (4) 写预习报告。

预习报告其实是正式实验报告的前半部分,它包括:实验题目、实验目的、使用的仪器设备、实验原理简述、空白的原始数据记录表格等。

1-2-2 实验

这是实验课的中心环节。学生要在教师的指导下，独立操作设备仪器，观察实验现象，记录实验数据。

(1) 学生应按时进入实验室，在指定的位置就座，填写实验记录卡。

(2) 首先必须熟悉和检查仪器设备，合理摆放和组成实验系统，例如组装实验所要求的电路或光路等。

(3) 实验系统组成以后，不要忙于测读数据，而应试操作，试测量，并调节系统的性能达到实验的要求，在此期间熟悉仪器设备的使用。

(4) 在有把握的时候，开始正式实验。按实验要求一步一步地操作实验系统，测读数据，如实地记录在预制表格内。在此过程中，要注意观察实验现象，判断现象的原因，判断是否正常，并注意所测数据是否合理。直至完成实验规定的全部测量项目。

(5) 实验完成后，自我检查数据，并请指导老师审阅。

(6) 归整仪器，请教师在记录卡上签名确认后，方可离开。

1-2-3 实验总结

实验报告的书写是实验课的重要环节。它应当真实全面地反映整个实验过程，是该实验的总结，实验报告的内容应包括：

(1) 实验日期，学生姓名，班别；

(2) 实验题目，实验目的，仪器设备，实验原理简述等与预习报告相同的部分；

(3) 实验步骤；

(4) 原始数据记录及其表格，数据处理过程；

(5) 实验结果表达或实验结论；

(6) 讨论。

在实验报告写作时，还应遵照下列的一些规则：

在原理简述部分，要避免两个极端。第一，不应一字不漏地照抄教材，而是要简单地叙述原理的若干要点，需要用到的理论公式和计算式（这些公式一般不必推导），并且配以必要的图示（如电路图，或光路图，又或装置示意图等）。第二，不应过于简单，只剩下公式，至少应该用文字清楚说明公式中每个字母的物理意义。

在仪器设备部分，应分别记录它们的名称和有关规格，必要时还应记录其型号。

在实验步骤部分，应真实地反映实验的全过程，叙述要详略得宜，主要的步骤和关键的操作不应被略去，最简化的写法也应体现出：你是用哪种工具仪器，测量了哪个物理量。

实验报告数据处理部分必须反映实验中得到的全部原始数据，数据量比较大时，还应记录在适当绘制的表格中。所谓适当绘制的表格，是指不但可记录原始数据，还可记录中间运算的结果，即这样的表格还具有数据处理的功能。结果的计算过程，应列出公式和数据代入式，以及计算结果。但大量的重复计算，或者统计计算（例如平均值和标准偏差等）只需写出结果就可以了。

完成一个实验，应当将实验的结果或实验的结论表达出来。这一部分还应包括测量



所得的图线等。

在讨论部分，可讨论的范围是广泛的，只要求是围绕这个实验。比如说，可以是对实验的基本判断，即是否完成了对主要物理量的测量；是否达到了实验目的和要求；假如是否定的，原因又何在；又可以是对实验误差的分析和计算，对实验结果准确度或不确定度的自我评价；也可以是讨论实验中观察到的现象，以及你对该现象的物理解释；当然也可以是个人在实验中得到的启示、体会和收获，或者是你对该实验某个步骤，或者某项测量内容的改进建议，甚至可以是你对该实验的重新设计，等等。

讨论部分不做硬性规定，写多写少都可以，甚至不写也可以。但建议同学们每做完一个实验，都做一些积极的思考和深入的探讨，这对同学们掌握物理知识的运用，以及实验能力和实验素养的提高，都大有益处。

实验报告必须在下次实验时由学习委员收齐缴交。

第二章 误差与数据处理

2-1 测量的概念

在物理实验中都离不开对物理量的测量。所谓测量就是借助于计量仪器把被测量的大小和单位——称为**测量值**，表示出来的过程。

物理量大多都是有单位的量，在它的测量值中最主要的是所使用的物理单位，而不是表征量值大小的数字。所用单位直接表征了被测量的物理属性，如果测量值没有写出单位，那它不过是一个无意义的数字。因此，测量者应该重视测量数据单位的记录及使用。

物理量的单位采用国际单位制（SI制）。其中规定了七个基本计量单位，它们是：长度测量的米（m），质量测量的千克（kg），时间测量的秒（s），电流强度测量的安培（A），温度测量的开尔文（K），物质的量的摩尔（mol），发光强度测量的坎德拉（cd）。由基本计量单位组成的部分导出单位详见附录。在物理实验中，为方便起见还常使用较小的基本计量单位，如厘米（cm），毫米（mm），克（g），毫秒（ms），微安（ μA ）等。

譬如，3.75 g，0.023 5 m，78 mA 等就是一些测量值表示的例子。

按被测量与计量仪器的关系，测量可分为两类，即直接测量与间接测量。**直接测量**就是被测量与仪器直接比较的测量；**间接测量**则是通过被测量和某几个直接测量量的函数关系计算出被测量大小的测量。

如在单摆实验中，用测量工具或仪器直接测量的物理量是摆长 l 和摆动的周期 T ，通过物理关系式

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{或} \quad g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

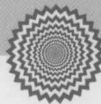
就可计算出间接测量量——重力加速度 g 。

如果按测量条件的异同，又可分为等精度测量与不等精度测量。

等精度测量就是在相同条件（方法、仪器、环境、实验者等）下对同一物理量进行的多次测量，**不等精度测量**则是在不同条件下对同一物理量进行的多次测量。

所谓**测量列**，指的是在等精度测量中得到的一组测量值。例如关于量 X 的一个测量列：

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$



2-2 误差与不确定度的概念

大量的实验表明,即使是在等精度测量中,所得测量值一般都不相同,它们之间存在着或大或小的差异。这说明待测量的客观实际值是不能通过测量而确切知道的,测量值与客观实际值之间的差,称为测量误差。换言之,测量所得只是近似值,或称一切测量均存在误差。

设 x 是被测量 X 的测量值,简称测值, a 是被测量的客观实际值,简称真值。定义测量误差 ε 为测值与真值之差,即 $\varepsilon = x - a$;相对误差为误差与真值之比,即 ε/a 。

误差的符号为正时,测值大于真值;为负时,测值小于真值。误差的绝对值表示了测值偏离真值的大小程度。相对误差能更全面地反映测量的准确程度。例如测量长度分别为 10.0 mm 和 200.0 mm 的两个物体,若测量误差均为 0.1 mm,那么相对误差分别为 1% 和 0.05%。显然后者的测量比较准确。

实际上不单测量过程存在误差,计算过程也会产生误差。例如将圆周率 π 修约为 3.14 时,就产生了所谓的舍入误差,其相对误差为 -0.05% 。

测量的任务就是,从测量数据中了解误差,分析并采取各种办法来缩减,甚至消除误差,从而得出被测量的最佳估计值,以及对最佳估计值的可信程度做出评价。

测量误差按其表现规律以及产生的原因可分为两类:系统误差和偶然误差。

2-2-1 系统误差

在等精度测量中,各测值的误差 ε 的绝对值和符号都相同,或按某种确定的规律变化的一类误差称为系统误差。系统误差主要来源于以下三个方面:

(1) 源于仪器:这是由于仪器装置本身的不完善,或没有按规定条件使用和调整而引起的误差。例如,天平两臂长度不相等引起的不等臂误差;仪表的零示值不为零所引起的零位误差;标尺刻度不准确引起的误差;等等。

(2) 源于理论近似性:许多物理理论公式都是有条件地成立的,如果实验时不能满足这些条件,就会产生误差。例如,单摆实验的理论公式 $g = 4\pi^2/T^2$ 就是在小摆角摆动条件下的近似公式,在测量单摆周期的时候,若不满足小摆角条件,则必然带来一定的误差。

(3) 源于个人:这是由于观测者个人的固有习惯、反应的快慢等因素引起的。例如,有的人在读数时总是偏大或偏小,按动秒表计时的时候总是提前或滞后等。

一般来说,每一项测量都有着自己独特的系统误差的来源,而且系统误差是不能通过等精度测量来消除的。因此分析系统误差的来源,以及适当地采取针对性措施来减少,甚至消除系统误差,就成为每一个实验者必须面对的问题和困难。并不存在千篇一律的处理方法,只能是具体情况具体分析。初学者应当通过每个实验来体察学习该实验消减系统误差的方法和措施。下面通过一些例子来说明。

系统误差通常可以通过改变实验方法和测量条件来发现,或通过理论分析来确定。

例 2-1:用一块准确度等级为 2.5 级,量程为 0~1 A 的安培表,测量某回路的电流强度为 0.73 A;改用 0.5 级但量程相同的安培表测量同一回路的电流,结果是 0.716 A。以准确度等级高的安培表为基准,可以估计出 2.5 级安培表的测量误差是

0.014 A 左右。

为适应各种测量对仪器的准确程度的不同要求，国家规定生产商出品的仪器分为若干准确度等级。而各类等级的仪器，又有对准确程度的具体规定。比如上例准确度等级为 2.5 级，量程为 0~1 A 的电表，其最大误差不超过 $2.5\% \times 1\ 000\ \text{mA} = 25\ \text{mA}$ ；而 0.5 级电表的最大误差不超过 $0.5\% \times 1\ 000\ \text{mA} = 5\ \text{mA}$ 。由仪器准确度等级不能确切知道误差的大小和符号，只能知道误差的大小将不会超越的界限，这类仪器误差称为**未定系统误差**。如果对仪器的零示值加以检查，零位误差是很容易发现的。零位误差的大小和符号是恒定不变的，属于**已定系统误差**。

例 2-2：用天平称某物体质量，物体在左盘，砝码在右盘，平衡时砝码值为 74.251 9 g，物体与砝码交换位置后则为 73.250 1 g。这意味着该天平存在不等臂误差。

知道了某实验系统误差的来源，就可采取针对性措施，以缩减误差。

如例 2-1，在确有需要的情况下，可更换准确度级别较高的电表来减小仪器的误差。又如例 2-2，可采取复称法处理，即物体放在天平左盘和右盘各称一次，取其平均值就可消除不等臂误差。又或者是从理论上求出修正公式，然后对测量结果做出修正。又如仪器的零位误差，可以通过仪器的调整来消除；又可以将该零位误差记录下来，然后从测量结果中加以扣除。

系统误差的大小标志着测量准确程度的高低，系统误差越大，测量的准确度就越低，反之亦然。

2-2-2 偶然误差

在等精度测量时，各测值的误差 ε 的绝对值和符号变化不定，这类具有随机性和偶然性的误差，称为**偶然误差**，也称为**随机误差**。偶然误差的来源是多方面的，大致有：

(1) 环境和实验条件的无规则变化，如温度和湿度的变化，电源电压的微小起伏，气流的扰动，振动对仪器的影响，以及被测量的随机涨落而引起的误差等。

(2) 实验者的生理分辨能力，感观灵敏度等因素的限制而引起的误差。例如按动秒表时，有时过早，有时过迟，使每次测得的周期互不相同而产生误差。

由此可见，偶然误差是大量微小的、不确定的偶然因素同时并存，综合作用的结果，是难以逐一找出原因加以消除的。但是，可以根据偶然误差的统计分布规律，采用统计方法来加以消减。

在相同条件下对同一物理量的多次测量中，由于偶然误差的存在，使每次的测值均不相同。就其中某一次的测值而言，误差的大小和符号是不确定的。但是，当测量次数无限增加时，对所测得一系列测量值而言，误差的大小和符号的分布呈现一定的统计规律。大量的实验测量表明，偶然误差服从**正态分布规律**，又称**高斯分布定律**。其定性特点是：（参阅 2-8 节可了解更多）

(1) 单峰性——绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大；(2) 对称性——绝对值相等的正、负误差出现的概率相等；(3) 有界性——绝对值很大的误差出现的概率趋向于零，也就是说，通常认定误差不会超过一定的极限值；(4) 抵偿性——正负误差相互抵消，随着测量次数的增多，误差的总和将趋向于零。上述误差大小的极限值称为**极限误差**。正态分布的概率密度函数为高斯型函数：



$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\varepsilon^2/2\sigma^2}, \quad \sigma > 0, \quad -\infty < \varepsilon < +\infty$$

其函数图象如图 2-1。该函数是满足归一化条件的, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\varepsilon) d\varepsilon = 1.$$

在概率密度函数中的分布参数 σ 称为标准误差, 简称标准差。它的统计意义是, 位于区间 $[-\sigma, +\sigma]$ 内的误差数目占无限多的误差总数的 68.3%, 也就是说, 进行一次测量时, 误差的绝对值 $|\varepsilon|$ 小于 σ 的概率将会是 68.3%, 可以用如下的概率积分表示:

$$\int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\varepsilon) d\varepsilon = 68.3\%.$$

积分的值 P 称为置信概率。如果区间为 $[-3\sigma, 3\sigma]$, 相应的置信概率 $P = 99.7\%$ 。这意味着 $|\varepsilon|$ 大于 3σ 的概率已很接近于零, 所以常把 3σ 视为偶然误差的极限误差。

区间 $[-\sigma, +\sigma]$, $[-3\sigma, 3\sigma]$ 等称为概率区间, 也称为置信区间。

根据标准误差 σ 的统计意义和概率密度函数 $f(\varepsilon)$ 的归一化条件, 可以推断: 若 σ 的值较小, $f(\varepsilon)$ 的单峰曲线必定高而窄, 此时反映了测量数据较为集中, 即测量的精密度比较高; 反之, 若 σ 的值较大, $f(\varepsilon)$ 的单峰曲线必定矮而宽, 此种情况反映了测量数据较为分散, 也即测量的精密度比较低。

测量仪器的未定系统误差由于还存在某种不确定性, 往往导致另一种概率密度分布——均匀分布。其分布的特点是, 在误差出现的范围之内, 概率是均等的, 可用如下的函数表示:

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} 1/2\Delta, & |\varepsilon| < \Delta \\ 0, & |\varepsilon| > \Delta \end{cases}$$

其图象如图 2-2。其中的 $\Delta > 0$ 就是极限误差。该函数也是满足归一化条件的。

可以证明, 具有均匀分布特性的未定系统误差的标准误差可由下列的关系式来估计:

$$\sigma = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

但其置信概率是 57.7%, 与正态分布情形的 68.3% 不同。

2-2-3 不确定度

由于各种误差的存在, 通过测量只能得到真值的估计值或近似值, 因此必须对近似的程度, 即测量的质量做出评估。这样的评价是针对真值可能出现的范围而做出的。在测量的置信概率相同的条件下, 该范围越大, 测量的近似程度就越低, 该范围越小, 则

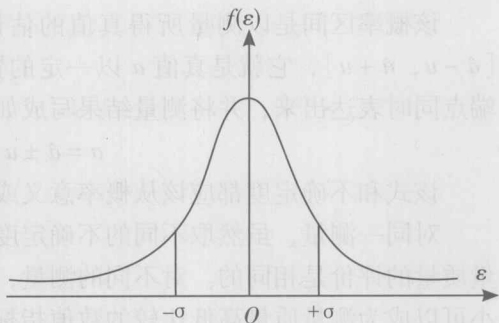


图 2-1 正态分布图象与概率区间 $[-\sigma, +\sigma]$

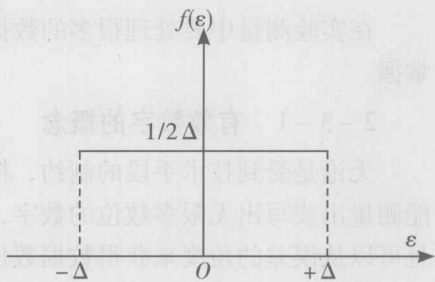


图 2-2 均匀分布

近似程度就越高。因此评价的指标就是测量所得的某概率区间的半长度，即不确定度 u 。

该概率区间是以测量所得真值的估计值或近似值 \hat{a} 为中心，以 $2u$ 为长度的区间 $[\hat{a} - u, \hat{a} + u]$ ，它就是真值 a 以一定的置信概率出现的范围。习惯上将该区间的两个端点同时表达出来，并将测量结果写成如下简洁而又紧凑的形式：

$$a = \hat{a} \pm u, \text{ 置信概率 } P。$$

该式和不确定度都应该从概率意义或统计意义来加以理解，否则容易理解错误。

对同一测量，虽然取不同的不确定度 u ，将会有不同的置信概率 P ，但它们对该测量质量的评价是相同的。对不同的测量，在相同置信概率的要求下，相应不确定度的大小可以成为测量质量高低比较的数值指标。比如，A、B 两同学独自测量同一电阻，在相同的概率要求下，计算出不确定度分别为 5Ω ， 8Ω 。那么可以说，A 同学的测量质量比较高。

不确定度是通过各种误差的计算，以及它们的合成而得到的。源于偶然误差，采用统计方法计算得到的，称为不确定度的 A 类分量，也称为随机不确定度，用 u_A 表示；源于系统误差，采用其他方法估算得到的，称为不确定度的 B 类分量，也称为系统不确定度，用 u_B 表示。这两类分量通过“方和根”的合成法，计算出不确定度 u ，即

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}。$$

也可以用相对不确定度表达测量的结果，即 u/\hat{a} 。

2-3 有效数字

在实验测量中要处理很多的数据，它们的记录、书写和计算都有一定的规则，必须掌握。

2-3-1 有效数字的概念

无论是受到技术手段的制约，抑或误差的限制，还是现实条件的束缚，我们都不可能测量出或写出无限多数位的数字，实验要处理的数据必定是有限数位的。我们应该而且可以从误差的角度来获得数据数位的一般处理规则。

例 2-3：用最小分度值为 1 mm 的直尺测得某物件的宽度为 0.032 0 m，其中最后一位的 0 是估计出来的，是不太可靠的。通常可以写成 3.20×10^{-2} m。如果改用 cm 为测量单位，该数字就是 3.20 cm；如果改用 mm 为测量单位，该数字就是 32.0 mm。

可见无论使用何种长度单位，这个测量数据能给出有用信息的数位都是 3 位。

因此定义：与测量单位变动无关的，由若干可靠数位（也称准确数位）和最后一位或两位的不可靠数位（也称不准确数位或估计数位）所构成的数字，称为有效数字。可靠数位与不可靠数位的位数之和称为有效数字的有效位数。将有效数字表示成 $N \times 10^{+n}$ 形式的写法称为科学记数法，其中 N 的整数部分通常只有个位。这里 n 称为数量级， 10^{+n} 称为相对于测量单位的数量级因数， N 则可称为标准有效数字。

下面的讨论将有助于对有效数字的理解和运用。

(1) 与测量单位有关的数量级 n 主要反映了数据的大小程度，而有效数字 N 则在



一个量级的范围内也反映了数据的大小,但更重要的是, N 表示了数据的精确程度。有效数位多,精确程度就比较高,反之亦然。

(2) 一个数据,若从左到右数起,第一位不为0数位左边的0与测量单位的选用有关,它们都不是有效数字,在数据中部和后部的0则都是有效数字。尤其是有效数字后部的0不能省略不写。如3.20 cm就不能写成3.2 cm,否则,就由3位有效数字变为两位有效数字,可靠数位就由两位减少成一位了,这是数据信息的损失,数据质量的劣化。同理,也不能随意地在数字的后面添加0。

(3) 在测量的时候,应该把仪器显示出来的所有数位,包括需要估计读出的数位,全部记录下来,换言之,测量数据应能反映仪器的测量精度。在估读时应根据个人的能力,按测量器具最小分度值的 $1/10$ 、 $1/5$ 或 $1/4$ 进行估计。

(4) 很显然,有效数字与数字的舍入规则密切相关。在有效数字的表示及其计算中,要求舍入误差绝对值不大于不可靠数位的单位的一半。

例2-4:将圆周率舍入为3.1416时,该数字就是5位有效数字。其中6所在的小数点后第4位是不可靠的,其余是可靠的。该数位单位的一半就是 0.5×0.0001 。圆周率近似值3.1416的舍入误差 $|3.1416 - \pi| < 0.5 \times 0.0001$ 。

此例表明以这样的要求衡量,就应该采用“四舍五入”规则,不采用“只舍不入”或“只入不舍”的规则。

(5) 有效位数只能粗略地表示有效数字的精确程度。但是这样的定性表达和处理并不足够,测量结果精确程度的定量表达,必须通过误差计算和用不确定度来表达。

2-3-2 有效数字的运算规则

有效数字运算的定性原则是,可靠数位之间的运算所得仍是可靠的,可靠数位与不可靠数位的运算所得是不可靠的,不可靠数位之间的运算所得仍是不可靠的,运算中发生的由不可靠数位进位到可靠数位的数字,一般视为可靠的。其目的是帮助初步确定运算结果的有效数位。

例2-5:按有效数字运算规则计算 $3.86 - 1.801 + 5.7 = 7.8$

此例表明对加减运算来说,和的小数位数,应与各加数中小数位数最少者相同。

例2-6:按有效数字运算规则计算 $325.78 \times 0.0145 / 789.2 = 0.00599$

此例表明对乘除运算来说,积的有效位数,应与各乘数中有效位数最少者相同。

例2-7:按有效数字运算规则计算 $\sin 30^\circ 07'$

考虑到4位有效数字 $30^\circ 07'$ 是通过“四舍五入”而得来的,“分”位中的个位是不可靠的,其舍入误差最大不超过 $0.5'$,所以比较 $\sin 30^\circ 07' = 0.50176238$ 和 $\sin 30^\circ 07' 30'' = 0.50188818$,函数值在小数点后第4位开始有变化。故应取4位有效数字,即 $\sin 30^\circ 07' = 0.5018$ 。

此例表明对函数运算来说,可采用上述的“试算法”来决定有效数字的函数值的有效数位。此例的结果同时表明,对多数基本初等函数来说,只要有效数字足够精确(即数位不太少),并且不在特殊值附近,函数计算一般不改变有效数字的有效位数。

注意有两个例外的函数,即常用对数和以10为底的指数函数。如 $10^{2.35} = 10^2 \times$



$10^{0.35} = 2.2 \times 10^2$ 是两位有效数字, 而 $\lg 801.5 = \lg 8.015 + \lg 10^2 = 0.9039 + 2 = 2.9039$ 是 5 位有效数字。

例 2-8: 按有效数字运算规则计算 $0.900 \times 3.000 = 2.700$

此例表明进位通常视为可靠的, 又或者可以将 0.900 的有效数位增加一位。

应该指出, 在运算过程中常遇到计算公式含有不是由测量得到的准确数值, 如 $S = 2\pi rh$ 中的公式常数 2, 又如测量的次数 n , 等, 它们不是有效数字, 在运算时可不考虑它们的有效位数, 又或者将它们视为无限多位数的有效数字。公式还常常含有几何的、物理的、物质的常数, 如圆周率 π , 重力加速度 g , 密度 ρ , 等, 应该取它们的有效位数不少于直接测量量中有效位数最多者。否则, 不适当的常数取值可能会带来比测量误差更大的或不必要的误差。

比如在实验中, 各量的测量常常可达 3 位以上的有效位数, 这时作为常数的重力加速度 g 的取值就不能是 9.8 m/s^2 , 而应取为 9.788 m/s^2 (广州地区重力加速度的数值)。

许多同学习惯将 g 取值为 10 m/s^2 , 这个数值仅一位有效数位, 没有可靠数位, 而且还具有超过 2% 的大误差。从实验角度看, 这是不能接受的错误取值。

在运算的中间过程, 一般可多保留几位不准确数位, 称为安全数字, 以减低过大的舍入误差对计算结果的影响。但必须指出, 对结果影响更大的是测量的系统误差和偶然误差, 所以应该由测量的不确定度 u 来决定最终结果的有效位数。一般情况下, 不确定度 u 只取一位有效数字。测量值或计算值的最后一位须与不确定度 u 取齐。

例 2-9: 某实验中重力加速度 g 的计算结果是 9.8314 m/s^2 , 不确定度估计为 0.03 m/s^2 。写出结果的表达。

不确定度所在数位是小数点后第 2 位, 计算结果的这一数位及其后面的数位, 都是不准确的, 无保留的必要。所以计算结果只应保留至小数点后第 2 位, 其余的数位舍去, 成为 3 位有效数字。结果表达为

$$g = 9.83 \pm 0.03 \text{ m/s}^2.$$

此例表明, 是误差或不确定度支配着测量数据和计算结果的有效位数, 如果不删除多余的不准确数位, 那就是对测量质量不真实的美化。

2-4 被测量、误差和不确定度的估计

前面介绍了测量、误差、不确定度, 以及有效数字的一般概念, 从本节开始介绍具体做法。

2-4-1 直接测量

1. 真值的估计

测量必定存在偶然误差, 前面已提及这类误差是可以通过等精度测量和统计的方法来消减的。设由等精度测量得到一测量列 $\{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}$, 为简便起见, 又假定测量不存在系统误差。如果真值为 a , 各测值的误差为 $\varepsilon_i = x_i - a$ 。考察这些误差的总和

$$\sum_i \varepsilon_i = \sum_i (x_i - a) = \sum_i x_i - na = n\bar{x} - na,$$