工业和信息化普通高等教育
"十二五"规划教材立项项目

21世纪高等学校规划教材

工科物理实验教程

王学水 李培森 姜琳 主编

21st Century University Planned Textbooks

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

工业和信息化普通高等教育
“十二五”规划教材立项项目

21世纪高等学校规划教材

工科物理实验教程

王学水 李培森 姜琳 主编

21st Century University
Planned Textbooks

人民邮电出版社
北京

图书在版编目（CIP）数据

工科物理实验教程 / 王学水，李培森，姜琳主编
-- 北京 : 人民邮电出版社，2013.2
21世纪高等学校规划教材
ISBN 978-7-115-30189-5

Ⅰ. ①工… Ⅱ. ①王… ②李… ③姜… Ⅲ. ①物理学－实验－高等学校－教材 Ⅳ. ①04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第019515号

内 容 提 要

本书是参照教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会于2004年制定的“非物理类理工学科大学物理实验课程教学基本要求”，借鉴国内外近年来物理实验教学研究改革成果，并结合山东科技大学工科物理实验教学中心教师多年来取得的实验教学研究成果和科学研究成果编写而成的。全书将物理实验分为三个部分：基础实验、综合和应用性实验及设计性实验，覆盖了力学、热学、电磁学、光学、近代物理等领域的主要内容。在实验内容的安排上，考虑到各专业对物理实验的要求不同，采用了“分层次、模块化”实验模式，以适应不同专业的要求，有利于学生个性的发展，提高学生对实验的兴趣。

本书可作为理工科非物理类各专业大学物理实验课程的教材或参考书，也可作为成人教育工科专业的教材和供社会读者阅读参考。

21世纪高等学校规划教材

工科物理实验教程

◆ 主　　编　王学水　李培森　姜　琳
　副 主 编　于　阳　武加伦　张会云　王雪琴　孟丽华
　　　　　　彭延东　张玉梅　张少梅　梁　敏　刘　静
　主　　审　张鲁殷　王世范
　责任编辑　武恩玉

◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市崇文区夕照寺街14号
　邮编　100061　电子邮件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　北京昌平百善印刷厂印刷

◆ 开本：787×1092　1/16
　印张：13.5　　　　2013年2月第1版
　字数：354千字　　2013年2月北京第1次印刷

ISBN 978-7-115-30189-5

定价：28.00元

读者服务热线：(010)67170985　印装质量热线：(010)67129223
反盗版热线：(010)67171154

前　言

工科物理实验作为理工科大学生在进校后的第一门科学实验课程，不仅应让学生受到严格的、系统的实验技能训练，掌握科学实验的基本知识、方法和技巧，更主要的是要培养学生严谨的科学思维能力和创新精神，培养学生理论联系实际、分析和解决问题的能力，特别是与科学技术的发展相适应的创新能力和工程实践能力。

本教材是参照教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会于 2004 年制定的“非物理类理工学科大学物理实验课程教学基本要求”，借鉴国内外近年来物理实验教学研究改革成果，并结合山东科技大学工科物理实验教学中心教师多年来取得的实验教学研究成果和科学研究成果编写而成的。教材应力求做到以下三点：(1)要反映工科专业的特点，突出实用性和实践性的原则，强化工程实验的观念，以有利于学生综合素质的形成和科学思想方法与创新能力的培养。(2)要注意前后知识的连贯性、逻辑性，力求深入浅出，图文并茂，并在可用图示说明的前提下直接用图说明教学内容，以有利于学生对新知识的理解。(3)要体现新知识、新技术、新方法，适当留有供自学和拓宽专业的知识内容。

本书编写的人员分工如下：李培森编写了绪论、第二章、实验九、实验十、实验二十三、实验二十六、附录，姜琳编写了第一章、实验一、实验十一，于阳编写了第五章、实验八、实验二十九，武加伦编写了实验四、实验五、实验七、实验十五，王雪琴编写了实验十三、实验十四、实验三十，彭延东编写了实验十九、实验二十、实验二十七，孟丽华编写了实验二、实验二十二、实验三十一，张会云编写了实验三、实验十二、实验十六、实验十七、实验十八，张玉梅编写了实验二十四，张少梅编写了实验二十五，刘静编写了实验六，梁敏编写了实验二十一，王学水编写了实验二十八，全书由王学水统稿。

在本书编写过程中，张鲁殷、王世范两位教授于百忙之中给予大力支持和指导并担任主审，在此表示衷心感谢。由于编者的知识水平和教学经验所限，加之时间紧，书中难免有疏漏和不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编　者

2012 年 9 月

目 录

绪论

第一节　工科物理实验课的地位、作用和任务

物理学从本质上说是一门实验科学。无论是物理概念的产生，还是物理规律的发现和物理理论的建立，都必须以严格的物理实验为基础，并受到实验的检验。例如，杨氏干涉实验使光的波动学说得以确立；赫兹的电磁波实验使麦克斯韦的电磁场理论获得普遍承认；等等。当然，一些实验问题的提出，以及实验的设计、分析和概括也必须应用已有的理论。

随着科学技术的发展，物理学实验越做越精确，范围越做越宽广，这样它可以验证更深一层的理论，推动理论研究的发展；它可以启示新的科学思想，提供新的科学方法；它用精确的数据辨明各类事物的细微差异；它证明一定的假设并将假设转化为理论；它指出理论的适用范围。近代科学的历史表明，物理学领域内的所有研究成果都是理论和实验密切结合的结晶。

因此，物理实验教学和物理理论教学具有同等重要的地位，它们既有深刻的内在联系和配合，又有各自的任务和作用。在学习物理学时，我们必须明确物理学的上述特点，正确处理理论课和实验课的关系，不可偏于一方。

科学实验是科学理论的源泉，是工程技术的基础。作为培养德智体美全面发展的高级工程（科学）技术人才的高等学校，不仅要使学生具备比较深广的理论知识，而且要使学生具有从事科学实验的较强能力，以适应科学技术不断进步和社会主义建设迅速发展的需要。大学物理实验在这方面起着非常重要的作用。

工科物理实验是对理工科学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的良好途径，是对学生进行科学实验训练的重要基础，更是后续实验课程的基础。

工科物理实验课的主要任务和目的为：

（1）通过实验现象的观察与分析和常用物理量的测量，使学生掌握物理实验的一些基本知识和基本方法，学会实验的一些基本技能，加深对物理学基本原理的理解。

（2）培养与提高学生科学实验基本素质，其中包括：

① 能够通过阅读实验教材或资料，基本掌握实验原理及方法，为进行实验作好准备。

② 能够借助教材和仪器说明书，在老师指导下，正确使用常用仪器及辅助设备，尤其是加深对实验设计思想的理解。

③ 能够运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断，逐步学会提出问题、分析问题和解

决问题的方法。

④ 能够正确记录和处理实验数据，绘制曲线，分析实验结果，写出合格的实验报告。

⑤ 能够完成符合规范要求的设计性内容的实验。

⑥ 在老师指导下，能够查阅有关方面科技文献，用实验原理、方法设计简单的具有研究性或创意性内容的实验。

（3）培养与提高学生的科学实验素养。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，主动研究的探索精神，遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

以上三个任务，是物理理论教学所不能代替的。

第二节　学习工科物理实验课的基本程序

实验是人为地创造出一种条件，按照预定计划，以确定顺序重现一系列物理过程或物理现象的研究方法。对于这些过程或现象，可以用不同类型的仪表定量地测量。我们唯有获得精确的测量数据才能对某一物理过程或现象有深刻的了解。

本书所包括的物理实验，多数是测定某一物理量的数值，也有研究某一物理量随另一物理量变化的规律性的（实验）。对于同一物理量，大多可用不同方法来测定。但是，无论实验的内容如何，也不论采用哪一种实验方法，物理实验课的基本程序大都相同，一般可以分为如下三个阶段。

一、实验课前的预习

由于实验课的时间有限，而熟悉仪器和测量数据的任务一般都比较重，不允许在实验课内才开始研究实验的原理。如果不了解实验原理，实验时就不知道要研究什么问题，测量哪些物理量，也不了解将会出现什么现象，只能机械地按照教材所指定的步骤进行操作，离开了教材就不知道怎样动手。用这种呆板的方式做实验，虽然也可得到实验数据，却不了解它们的物理意义，也不会根据所测数据去推断实验的最后结果。因此，为了在规定时间内，高质量地完成实验课的任务，学生应当做好实验课前的预习工作。

1. 预习的要求

以理解实验目的、实验原理和注意事项为主，对于实验的具体步骤只要求作粗略的了解，以便实验时能够抓住实验的关键，做到较好地控制实验的物理过程和观察物理现象，及时、迅速、准确地获得待测物理量的数据。为了使测量数据清楚，防止漏测数据，预习时应根据实验要求画好数据表格，表格上应标明文字符号所代表的物理量及其单位，并确定测量次数。

2. 完成预习报告

内容包括实验名称、实验目的和实验原理，具体要求见实验报告要求。

二、进行实验

实际操作前要认真听老师讲解重点和难点，要熟悉仪器，了解仪器的工作原理，掌握仪器的使用方法和操作规程，然后将仪器安装调试好。例如，调节气垫导轨达到水平，调节光具座上各光学元件处于同轴、等高，等等。

每次测量后，立即将数据记录在数据表格中。要根据仪表的最小刻度单位或准确度等级确定实验数据的有效数字位数。各个数据之间，数据与图表之间不要太挤，应留有间隙，以便必要时

补充或更正。要求用钢笔或圆珠笔记录原始数据，避免用铅笔记录原始数据。在实验数据记录纸上不能有任何零散的多余数字，更不允许用做计算草稿纸，如果觉得测量数据有错误，可在错误的数字上画一条整齐的直线；如果整段数据都错了，则划一个与此段大小相适应的“×”。在情况允许时，可以简单地说明为什么是错误的。错误的数据记录以后不要用橡皮擦去，也不要用黑圆圈或黑方块擦掉。我们保留“错误”数据，是因为“错误”数据有时经过比较后可能是对的。当实验结果与温度、湿度和气压有关系时，要记下实验时的室温、空气湿度和大气压。

在两人或多人合作做一个实验时，既不要其中一人处于被动，也不要一人包办代替，应当既有分工又有协作，以便共同达到预期的实验要求。

总之，测量实验数据时要特别仔细，以保证读数准确，因为实验数据的优劣，往往决定了实验工作的成败。但是，未经重新测量时决不允许修改实验数据。

三、撰写实验报告

实验报告是实验工作的全面总结，要用简明的形式将实验结果完整而又真实地表达出来。撰写报告时，要求文字通顺、字迹工整、图表规矩、结果正确、讨论深刻。应养成实验完成后尽早撰写实验报告的习惯，这样可以得到事半功倍的效果。

一份完整的实验报告，通常包括下列几部分：

（1）实验名称。

（2）实验目的。

（3）实验原理。在理解原理的基础上，用自己的语言简要地叙述清楚原理，包括画原理图、电路图、光路图和实验装置示意图，测量中依据的主要公式及主要推导过程，式中各量的物理意义及单位，公式成立所应满足的实验条件等。

（4）实验仪器及规格。记录实验所用仪器设备的名称、型号和规格。

（5）数据记录与处理。数据处理包括两方面的内容：一是确定实验结果和实验结果的误差范围或不确定度，因为判定实验结果的不准确范围与获得实验结果具有同等的重要性。二是找出影响实验结果的主要因素，从而采取相应的措施（例如，合理选择仪器，实现最有利的测量条件等）以减小误差。显然，对于不同的实验，因所用的实验方法或所测量的物理量不同，误差分析的方式亦不尽相同。

在表达实验结果时，由于各实验要求不同，一般有两种表达方法。一种是用测量值 $\overline{A}$ 、绝对误差 ΔA 和相对误差 E_r，即表达为

$$A = \overline{A} \pm \Delta A$$

$$E_r = \frac{\Delta A}{\overline{A}} \times 100\%$$

另一种是用总不确定度 U 表示，即

$$A = \overline{A} \pm U$$

如果实验是观察某一物理现象或验证某一物理定律，则只需扼要地写出实验的结论。

（6）分析讨论。包括回答实验的思考题；实验过程中观察到的异常现象及其可能的解释；对于实验仪器装置和实验方法的改进建议；误差过大时，应分析原因，对误差作出合理的解释；等等。还可以写出实验的心得体会，但不要求每个实验都写心得体会，有则写，无则不要勉强。

第一章 测量误差与数据处理的基础知识

大学物理实验的任务不仅是定性观察各种物理现象，更重要的是定量测量相关物理量。要测量就会有误差，就要进行数据处理。因此，误差理论与数据处理是大学物理实验课的基础，是物理实验的重要内容之一，也是实验工作者应该具备的基本素质之一。我们研究误差的目的，一是根据误差的规律，在一定条件下尽量减小误差，保证实验课题的质量；二是根据误差理论合理地设计和组织实验，正确地选用测量方法和测量仪器；三是根据误差理论确切地评价测量结果中所包含误差的大小，以便更好地应用测量数据。

误差理论与数据处理是一门以数理统计和概率论为基础的独立学科。对低年级大学生来说，这部分内容难度较大，本书仅介绍大学物理实验中常用的误差理论与数据处理的基础知识，着重点放在如何应用这些知识，而不进行严密的数学论证，以求减小学习的难度。这样有利于学好物理实验这门基础课程。

第一节　测量与误差

一、测量

物理实验是以测量为基础的。研究物理现象，了解物质特性，验证物理原理都要进行测量。测量可分直接测量和间接测量两大类。直接测量指无须对被测的量与其他实测的量进行函数关系的辅助计算而直接测出被测量的量（用预先按已知标准量定度好的测量仪器对某一未知物理量直接进行测量）。例如，用天平和砝码测物体的质量，用电流表测电路中的电流等都是直接测量。间接测量指利用直接测量的量与被测的量之间已知的函数关系，从而得到该被测量的量（对几个与被测物理量有确切函数关系的物理量进行直接测量，然后通过代表该函数关系的公式、曲线或表格求出该被测物理量）。例如，通过测量物体的体积和质量，再用公式计算出物体的密度。有些物理量既可以直接测量，也可以间接测量，这主要取决于使用的仪器和测量方法。

如果对某一待测量进行多次测量，假定每次测量的条件相同，即测量仪器、方法、环境和操作人员都不变，测得一组数据 x_1，x_2，x_3，…，x_n。尽管各次测量结果并不完全相同，但没有任何理由判断某一次测量更为精确，只能认为测量的精确程度是相同的。于是将这种具有同样精确程度的测量称为等精度测量，这样的一组数据称为测量列。由于在实验中一般无法保持测量条件完全不变，所以严格的等精度测量是不存在的。当某些条件的变化对测量结果影响不大或可以忽略时，可视这种测量为等精度测量。在物理实验中，凡是要求对测量进行多次测量的均指等精度测

量，本课程中有关测量误差与数据处理的讨论，都是以等精度测量为前提的。

二、误差

任何测量结果都有误差，这是因为测量仪器、方法、环境及实验者等都不可能完美无缺。分析测量中可能产生的各种误差并尽可能消除其影响，对测量结果中未能消除的误差作出合理估计，是实验的重要内容。

待测量的大小在一定条件下都有一个客观存在的值，称为真值。真值是一个理想的概念，一般是不可知的。我们通常所说的真值主要有以下 3 类。

（1）理论真值或定义真值。如三角形的 3 个内角之和等于 180° 等。

（2）计量学约定真值。由国际计量大会决议约定的真值，如基本物理常数中的冰点绝对温度 T_0=−273.15 K，真空中的光速 c=2.997 924 58×10^8 m/s 等。

（3）标准器相对真值。用比被校仪器高级的标准器的量值作为相对真值。例如，用 1.0 级、量程为 2 A 的电流表测得某电路电流为 1.80 A；改用 0.1 级、量程为 2 A 的电流表测同样电流时为 1.802 A，则可将后者视为前者的相对真值。

误差就是测量值 x 与真值 x_0 之差，用 Δx 表示：

$$\Delta x = x - x_0$$

误差的大小反映了测量结果的准确程度。测量误差常用相对误差 E 表示：

$$E = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\%$$

用误差分析的方法来指导实验的全过程，包括以下两个方面：

（1）为了从测量中正确认识客观规律，必须分析误差的原因和性质，正确地处理测量数据，尽量消除、减小误差，确定误差范围，以便能在一定条件下得到接近真值的结果。

（2）在设计一项实验时，先对测量结果确定一个误差范围，然后用误差分析方法指导我们合理选择测量方法、仪器和条件，以便能在最有利的条件下，获得恰到好处的预期结果。

测量误差根据其性质和来源可分为系统误差和随机误差两大类。

三、系统误差

系统误差是指在多次测量同一物理量的过程中，保持不变或以可预知方式变化的测量误差的分量。系统误差的主要来源有以下几方面：

（1）仪器的固有缺陷。如仪器刻度不准、零点位置不正确、仪器的水平或铅直未调整、天平不等臂等。

（2）实验理论近似性或实验方法不完善。如用伏安法测电阻没有考虑电表内阻的影响，用单摆测重力加速度时取 $\sin\theta \approx \theta$ 带来的误差等。

（3）环境的影响或没有按规定的条件使用仪器。例如，标准电池是以 20 ℃时的电动势数值作为标准值的，若在 30 ℃条件下使用时，若不加以修正就引入了系统误差。

（4）实验者心理或生理特点造成的误差。如计时的滞后，习惯于斜视读数等。

系统误差一般应通过校准测量仪器，改进实验装置和实验方案，对测量结果进行修正等方法加以消除或尽可能减小。发现并减小系统误差通常是一件困难的任务，需要对整个实验所依据的原理、方法、仪器和步骤等可能引起误差的各种因素进行分析。实验结果是否正确，往往在于系统误差是否已被发现和尽可能消除，因此对系统误差不能轻易放过。

四、随机误差

随机误差是指在多次测量同一被测量的过程中，绝对值和符号以不可预知的方式变化着的测量误差的分量。随机误差是实验中各种因素的微小变动引起的，主要因素如下。

（1）实验装置的变动性。如仪器精度不高，稳定性差，测量示值变动等。

（2）观察者本人在判断和估计读数上的变动性。主要指观察者的生理分辨本领、感官灵敏程度、手的灵活程度及操作熟练程度等带来的误差。

（3）实验条件和环境因素的变动性。如气流、温度、湿度等微小的无规则的起伏变化，电压的波动以及杂散电磁场的不规则脉动等引起的误差。

这些因素的共同影响使测量结果围绕测量的平均值发生涨落变化，这一变化量就是各次测量的随机误差。随机误差的出现，就某一次测量而言是没有规律的，当测量次数足够多时，随机误差服从统计分布规律，可以用统计学方法估算随机误差。

除系统误差和随机误差外，还可能发生人为读数、记录上的错误或仪器故障、操作不正确等造成的错误。错误不是误差，要及时发现并在数据处理时予以剔除。

五、仪器量程、精密度、准确度

测量要通过仪器或量具来完成，所以必须对仪器的量程、精密度、准确度等有一定的了解和认识。

量程是指仪器所能测量的范围。如 TW-1 物理天平的最大称量（量程）是 1 000 g，UJ36a 电位差计的量程为 230 mV。对仪器量程的选择要适当，当被测量超过仪器的量程时会损坏仪器，这是不允许的。同时，也不应一味选择大量程，因为如果仪器的量程比测量值大很多时，测量误差往往会比较大。

精密度是指仪器所能分辨物理量的最小值，一般与仪器的最小分度值一致，最小分度值越小，仪器的精密度越高。如螺旋测微计（千分尺）的最小分度值为 0.01 mm，即其分辨率为 0.01 mm/刻度，或仪器的精密度为 100 刻度/mm。

准确度是指仪器本身的准确程度。测量是以仪器为标准进行比较，要求仪器本身要准确。由于测量目的不同，对仪器准确程度的要求也不同。按国家规定，电气测量指示仪表的准确度等级 a 分为 0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5，5.0 共七级，在规定条件下使用时，其示值 x 的最大绝对误差为

$$\Delta x=\pm\text{量程}\times\text{准确度等级}\%$$

例如，0.5 级电压表量程为 3 V 时，其最大绝对误差为

$$\Delta V=\pm 3\times 0.5\%=\pm 0.015\ \text{V}$$

对仪器准确度的选择要适当，在满足测量要求的前提下尽量选择准确度等级较低的仪器。当待测物理量为间接测量时，各直接测量仪器准确度等级的选择，应根据误差合成和误差均分原理，视直接测量的误差对实验最终结果影响程度的大小而定，影响小的可选择准确度等级较低的仪器，否则应选择准确度等级较高的仪器。

第二节　随机误差的处理

随机误差与系统误差的来源和性质不同，所以处理的方法也不同。

一、随机误差的正态分布规律

实践和理论证明，大量的随机误差服从正态分布规律。正态分布的曲线如图 1-2-1 所示，图中的横坐标表示误差$\Delta x = x_i - x_0$，纵坐标为误差的概率密度$f(\Delta x)$。应用概率论方法可导出

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}} \qquad (1\text{-}2\text{-}1)$$

式（1-2-1）中的特征量σ为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \Delta x_i^2}{n}} (n \to \infty)$$

称为标准误差，其中 n 为测量次数。

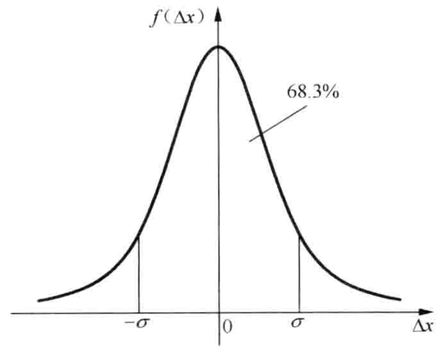

图 1-2-1 随机误差的正态分布

服从正态分布的随机误差具有以下特征：

（1）单峰性。绝对值小的误差出现的概率大于绝对值大的误差出现的概率。

（2）对称性。绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等。

（3）有界性。在一定的测量条件下，绝对值很大的误差出现的概率趋于零。

（4）抵偿性。随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋于零，即

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = 0$$

二、直接测量结果最佳值——算术平均值

设对某一物理量进行直接多次测量，测量值分别为 x_1，x_2，x_3，…，x_n，各次测量值的随机误差为$\Delta x_i = x_i - x_0$。将随机误差相加得

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} (x_i - x_0) = \sum_{i=1}^{n} x_i - n x_0$$

或

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - x_0 \qquad (1\text{-}2\text{-}2)$$

用$\bar{x}$代表测量列的算术平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

式（1-2-2）改写为

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \bar{x} - x_0$$

根据随机误差的抵偿特征，即$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \Delta x_i = 0$，于是

$$\bar{x} \to x_0$$

可见，当测量次数相当多时，算术平均值是真值的最佳值，即近真值。

当测量次数 n 有限时，测量列的算术平均值$\bar{x}$仍然是真值 x_0 的最佳估计值。证明如下：假设最佳值为 x 并用其代替真值 x_0，各测量值与最佳值间的偏差为$\Delta x_i' = x_i - x$，按照最小二乘法原理，

若 x 是真值的最佳估计值，则要求偏差的平方和 S 应最小，即

$$S=\sum_{i=1}^{n}(x_i-x)^2\to\min$$

由求极值的法则可知，S 对 z 的微商应等于零，即

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x}=2\sum_{i=1}^{n}(x_i-x)=0$$

于是

$$nx-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$$

即

$$x=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\bar{x}$$

所以，测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 是真值 x_0 的最佳估计值。

三、标准误差、置信区间、置信概率

随机误差的大小常用标准误差表示。由概率论可知，服从正态分布的随机误差落在[Δx，Δx+d（Δx）]区间内的概率为 f（Δx）d（Δx）。由此可见，某次测量的随机误差为一确定值的概率为零，即随机误差只能以确定的概率落在某一区间内。概率密度函数 f（Δx）满足下列归一化条件：

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x)=1$$

所以，误差出现在（$-\sigma$，$+\sigma$）区间内的概率 P 就是图 1-2-1 中该区间内 f（Δx）曲线下的面积：

$$\begin{aligned}P_{(-\sigma<\Delta x<+\sigma)}&=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\Delta x)\mathrm{d}(\Delta x)\\&=\int_{-\sigma}^{+\sigma}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-\Delta x^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}(\Delta x)=68.3\%\end{aligned}\tag{1-2-3}$$

该积分值可由拉普拉斯积分表查得。

标准误差 σ 与各测量值的误差 Δx 有着完全不同的含义。Δx 是实在的误差值，而 σ 并不是一个具体的测量误差值，它反映在相同条件下进行一组测量后，随机误差出现的概率分布情况，只具有统计意义，是一个统计特征量。式（1-2-3）表明，多次测量中任一次测量，随机误差落在（$-\sigma$，$+\sigma$）区间的概率为 68.3%。区间（$-\sigma$，$+\sigma$）称为置信区间，相应的概率称为置信概率。显然，置信区间扩大，则置信概率提高。置信区间取（-2σ，$+2\sigma$），（-3σ，$+3\sigma$）时，相应的置信概率 P（2σ）= 95.4%，P（3σ）= 99.7%。

定义 $\delta=3\sigma$ 为极限误差，其概率含义是在 1 000 次测量中只有 3 次测量的误差绝对值会超过 3σ。由于在一般测量中次数很少超过几十次，因此，可以认为测量误差超出 $\pm3\sigma$ 范围的概率是很小的，故称为极限误差，一般可作为可疑值取舍的判定标准。

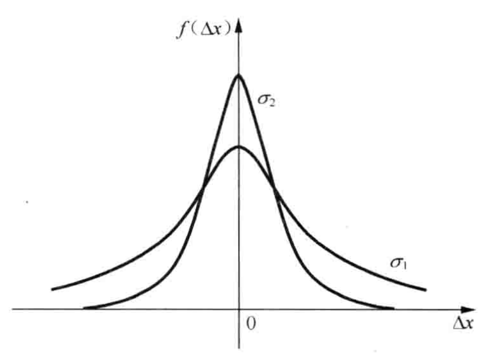

图 1-2-2　不同 σ 的概率密度曲线

图 1-2-2 所示是不同 σ 值时的 f（Δx）曲线。σ 值小，曲线陡且峰值高，说明测量值的误差集中，小误差占优势，各测量值的分散性小，重复性好。反之，σ 值大，曲线较平坦，各测量值的分散性大，重复性差。

四、随机误差的估算——标准偏差

在有限次测量中可用各次测量值与算术平均值之差——偏差

$$\Delta x_i' = x_i - \overline{x}$$

代替误差Δx_i来估算有限次测量中的标准误差，得到的结果就是有限次测量的标准偏差，用 S_x 表示，它只是σ的一个估算值。由误差理论可以证明标准偏差的计算式为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{1-2-4}$$

这一公式称为贝塞尔公式。

同理，按 $\Delta x_i'$ 计算的极限误差为

$$\delta_x = 3S_x$$

S_x和δ_x的物理意义与σ和δ的相同。

可以证明平均值的标准偏差 $S_{\overline{x}}$ 是一列测量中单次测量的标准偏差 S_x 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$，即

$$S_{\overline{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-2-5}$$

目前的各种函数计算器都具备误差统计功能，可以直接计算测量列的算术平均值、标准偏差等。同学们应熟练使用函数计算器对实验数据进行处理。

五、间接测量的标准偏差传递

直接测量的结果有误差，由直接测量值经过运算而得到的间接测量的结果也会有误差，这就是误差的传递。

设间接测量量 N 与各独立的直接测量量 x，y，z，…的函数关系为 $N=f(x, y, z, \cdots)$，在对 x，y，z，…进行有限次测量的情况下，间接测量的最佳值为

$$\overline{N} = f(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}, \cdots)$$

在只考虑随机误差的情况下，每次直接测量的结果为

$$\overline{x} \pm S_{\overline{x}},\ \overline{y} \pm S_{\overline{y}},\ \overline{z} \pm S_{\overline{z}}, \cdots$$

由于误差是微小量，因此由数学中全微分公式可以推导出标准偏差的传递公式为

$$S_{\overline{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 S_{\overline{x}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 S_{\overline{y}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 S_{\overline{z}}^2 + \cdots} \tag{1-2-6}$$

式（1-2-6）不仅可以用来计算间接测量量 N 的标准偏差，而且还可以用来分析各直接测量量的误差对最后结果的误差的影响大小，从而为改进实验提出了方向。在设计一项实验时，误差传递公式能为合理地组织实验、选择测量仪器提供重要的依据。

一些常用函数标准偏差的传递公式如表 1-2-1 所示。

表 1-2-1　常用函数标准偏差传递公式

函数表达式	标准偏差传递公式
$N=x\pm y$	$S_{\overline{N}} = \sqrt{S_{\overline{x}}^2 + S_{\overline{y}}^2}$
$N=xy$ 或 $N=\frac{x}{y}$	$\frac{S_{\overline{N}}}{N} = \sqrt{\left(\frac{S_{\overline{x}}}{x}\right)^2 + \left(\frac{S_{\overline{y}}}{y}\right)^2}$

续表

函数表达式	标准偏差传递公式
$N=kx$	$S_{\overline{N}}=\lvert k\rvert S_{\bar{x}}$；$\dfrac{S_{\overline{N}}}{N}=\dfrac{S_{\bar{x}}}{x}$
$N=x^n$	$\dfrac{S_{\overline{N}}}{N}=n\dfrac{S_{\bar{x}}}{x}$
$N=\sqrt[n]{x}$	$\dfrac{S_{\overline{N}}}{N}=\dfrac{1}{n}\dfrac{S_{\bar{x}}}{x}$
$N=\dfrac{x^p y^q}{z^r}$	$\dfrac{S_{\overline{N}}}{N}=\sqrt{p^2\left(\dfrac{S_{\bar{x}}}{x}\right)^2+q^2\left(\dfrac{S_{\bar{y}}}{y}\right)^2+r^2\left(\dfrac{S_{\bar{z}}}{z}\right)^2}$
$N=\sin x$	$S_{\overline{N}}=\lvert\cos x\rvert S_{\bar{x}}$
$N=\ln x$	$S_{\overline{N}}=\dfrac{S_{\bar{x}}}{x}$

第三节　测量不确定度及其估算

一、不确定度的基本概念

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度，是表征被测量的真值所处的量值范围的评定。实验结果不仅要给出测量值 X，同时还要标出测量的总不确定度 U，最终写成 $x=X\pm U$ 的形式，这表示被测量的真值在（$X-U$，$X+U$）的范围之外的可能性（或概率）很小。显然，测量不确定度的范围越窄，测量结果就越可靠。

引入不确定度概念后，测量结果的完整表达式中应包含：①测量值；②不确定度；③单位。我国的《国家计量规范 JJG1027-91 测量误差及数据处理》中把置信度 P=0.95 作为广泛采用的约定概率，当取 P=0.95 时，可不必注明。

与误差表示方法一样，引入相对不确定度 E_x，即不确定度的相对值。

$$E_x=\frac{U_x}{x}\times 100\%$$

二、直接测量不确定度的简化估算方法

由于误差的复杂性，准确计算不确定度已经超出了本课程的范围。因此，大学物理实验中采用具有一定近似性的不确定度估算方法。

不确定度按其数值的评定方法可归并为两类分量：多次测量用统计方法评定的 A 类分量 U_A；用其他非统计方法评定的 B 类分量 U_B。总不确定度由 A 类分量和 B 类分量按“方、和、根”的方法合成，即

$$U=\sqrt{U_A^2+U_B^2} \tag{1-3-1}$$

1. A 类分量的估算

在只进行有限次测量时，随机误差不完全服从正态分布规律，而是服从 t 分布（又称学生分布）规律。此时对随机误差的估计，要在贝塞尔公式的基础上乘上一个因子。在相同条件下对同

一被测量做 n 次测量，不确定度的 A 类分量等于测量值的标准偏差 S_x 乘以因子 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$，即

$$U_A = \frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}} S_x \tag{1-3-2}$$

式（1-3-2）中 $t_p(n-1)$ 是与测量次数 n、置信概率 P 有关的量，置信概率 P 及测量次数 n 确定后，$t_p(n-1)$ 也就确定了，可从专门的数据表中查得。在 $P=0.95$ 时，$t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 的部分数据可以从表 1-3-1 中查得。

表 1-3-1　$t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 部分数据表（P=0.95）

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_p(n-1)/\sqrt{n}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

当测量次数 n=6～8 时，取 $t_p(n-1)/\sqrt{n} \approx 1$ 误差并不很大。这时式（1-3-2）可简化为

$$U_A = S_x$$

有关的计算表明，在 n=6～8 时，作 $U_A = S_x$ 近似，置信概率近似为 0.95 或更大，即足以保证被测量的真值落在 $\bar{x} \pm S_x$ 范围内的概率接近或大于 0.95。所以，我们可以直接把 S_x 的值当做测量结果的总不确定度的 A 类分量 U_A。当然，测量次数 n 不在上述范围或要求误差估计比较精确时，要从有关数据表中查出相应的因子 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 的值。

2. B 类分量的简化估算

作为基础训练，在大学物理实验中一般只考虑仪器误差所带来的总不确定度的 B 类分量。

测量是用仪器或量具进行的，任何仪器都存在误差。仪器误差一般是指误差限，即在正确使用仪器的条件下，测量结果与真值之间可能产生的最大误差，用 $\Delta_{仪}$ 表示。仪器误差产生的原因和具体误差分量的分析计算已超出了本课程的要求范围。我们约定，大多数情况下简单地把仪器误差 $\Delta_{仪}$ 直接当做总不确定度中用非统计方法估计的 B 类分量 U_B，即

$$U_B = \Delta_{仪} \tag{1-3-3}$$

物理实验中几种常用仪器的仪器误差如表 1-3-2 所示。

表 1-3-2　物理实验中常用仪器的仪器误差

仪 器 名 称	量　程	分度值（准确度等级）	仪 器 误 差
钢直尺	0～300 mm	1 mm	± 0.1 mm
钢卷尺	0～1 000 mm	1 mm	± 0.5 mm
游标卡尺	0～300 mm	0.02 mm, 0.05 mm, 0.1 mm	分度值
螺旋测微计（一级）	0～100 mm	0.01 mm	±0.004 mm
TW-1 物理天平	1 000 g	100 mg	±50 mg
WI-1 物理天平	1 000 g	50 mg	±50 mg
TG928A 分析天平	200 g	10 mg	±5 mg
水银温度计	−30～300 ℃	0.2 ℃，0.1 ℃	分度值
读数显微镜		0.01 mm	±0.004 mm
数字式测量仪器			最末一位的一个单位或按仪器说明估算
指针式电表		a=0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5，5.0	±量程×a%

3. 总不确定度的合成

由式（1-3-1）、式（1-3-2）和式（1-3-3）知，总不确定度为

$$U=\sqrt{\left(\frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}}S_x\right)^2+\Delta_{仪}^2} \qquad (1\text{-}3\text{-}4)$$

当 P=0.95，n≈6～8 时

$$U=\sqrt{S_x^2+\Delta_{仪}^2}$$

式（1-3-4）是物理实验中常用的不确定度估算公式。

4. 单次测量的不确定度

如果因为 $S_x<\frac{1}{3}\Delta_{仪}$，或因估算出的 U_A 对实验的最后结果影响甚小，或因条件限制而只能进行单次测量，这时的不确定度估算只能根据仪器误差、测量方法、实验条件以及操作者技术水平等实际情况，进行合理估计，不能一概而论。在一般情况下，简化的做法是采用仪器误差或其数倍的大小作为单次直接测量的不确定度的估计值。当实验中只要求测量一次时，取 $U=\Delta_{仪}$并不意味着只测一次比多次测量时 U 的值小，只说明$\Delta_{仪}$和用 $\sqrt{U_A^2+\Delta_{仪}^2}$ 估算出的结果相差不太。

【例 1-3-1】 用螺旋测微计测量某一铜环的厚度 7 次，测量数据如表 1-3-3 所示。

表 1-3-3 测量数据

i	1	2	3	4	5	6	7
H_i/mm	9.515	9.514	9.518	9.516	9.515	9.513	9.517

求 H 的算术平均值、标准偏差和不确定度，写出测量结果。

【解】 $\overline{H}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}H_i=\frac{1}{7}\times(9.515+9.514+\cdots+9.517)=9.515\text{ mm}$

$$S_H=\sqrt{\frac{1}{7-1}\sum_{i}^{7}(H_i-\overline{H})^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{6}\times(9.515-9.515)^2+(9.514-9.515)^2+\cdots+(9.517-9.515)^2]}$$

$=0.0018\text{ mm}$

$$U_H=\sqrt{S_H^2+\Delta_{仪}^2}=\sqrt{0.0018^2+0.004^2}=0.005\text{ mm}$$

所以 $H=9.515\pm0.005\text{ mm}$

计算结果表明，H 的真值以 95%的置信概率落在[9.510 mm，9.520 mm]区间内。

三、间接测量的不确定度

对于间接测量 $N=f(x,y,z,\cdots)$，设各直接测量结果为 $x=\overline{x}\pm U_x$，$y=\overline{y}\pm U_y$，$z=\overline{z}\pm U_z$，…，则间接测量结果的不确定度 U_N 可套用标准偏差传递公式进行估算，即

$$U_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2U_x^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2U_y^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2U_z^2+\cdots} \qquad (1\text{-}3\text{-}5)$$

如果我们先对间接测量量 $N=f(x,y,z,\cdots)$ 函数式两边取自然对数，再求全微分可得到计算相对不确定度的公式如下：