

21世纪高等学校规划教材

大学物理 实验

李登峰 陈文鑫 周平 主编
田贻丽 周凯宁 肖宁 冯春宝 王珏 张雪娥 张晓明 副主编

21st Century University
Planned Textbooks

013070752

04-33

614

21世纪高等学校

编撰人：京
出版地：S1
ISBN 978-7-5053-1252-1

大学物理

实验



李登峰 陈文鑫 周平 主编

田贻丽 周凯宁 肖宁 冯春宝 王珏 张雪娥 张晓明 副主编

21st Century University
Planned Textbooks



北航

C1678220

04-33

人民邮电出版社

614

北京

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 李登峰, 陈文鑫, 周平主编. — 北京 : 人民邮电出版社, 2013.8
21世纪高等学校规划教材
ISBN 978-7-115-32267-8

I. ①大… II. ①李… ②陈… ③周… III. ①物理学
—实验—高等学校—教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第186062号

内 容 提 要

本书是为独立开设大学物理实验课程的普通高等院校非物理专业学生编写的教材。全书共分 15 部分内容, 包括测量结果的判定与数据处理方法、信号发生器与示波器的使用、长度测量、速度测量、电阻测量、角度测量、电路设计、光学设计、混沌原理及应用、传感器专题、新能源专题、材料专题、通信专题、声学专题、虚拟实验专题等内容。每个实验包括实验目的、实验仪器、实验原理、实验内容、数据处理、注意事项、思考题等内容。本书可作为高等院校各专业的大学物理实验课程的教材或参考书。

◆ 主 编	李登峰 陈文鑫 周平
副 主 编	田贻丽 周凯宁 肖 宁 冯春宝 王 珩 张雪娥 张晓明
责任编辑	刘 博
责任印制	彭志环 焦志炜
◆ 人民邮电出版社出版发行	北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编 100061	电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 http://www.ptpress.com.cn	
三河市海波印务有限公司印刷	
◆ 开本: 787×1092 1/16	
印张: 13.25	2013 年 8 月第 1 版
字数: 349 千字	2013 年 8 月河北第 1 次印刷

定价: 32.00 元

读者服务热线: (010) 67170985 印装质量热线: (010) 67129223
反盗版热线: (010) 67171154

前 言

物理实验是一门重要的基础实验课程，是普通高校理工科各专业的必修基础课。物理实验的任务是通过实验培养学生观察、发现、分析和解决物理问题的能力，让学生系统地掌握物理实验的基本知识、基本方法和基本技能，领悟物理研究的过程和物理思维，训练学生的科学实验方法和实验技能，培养学生的实践能力和创新精神。近半个世纪以来，随着现代科学技术的不断发展，各学科相互交叉渗透，使得物理实验内容和实验方法不断更新，进而提高了实验技术和实验水平。近几年来，学校非常重视物理实验教学，逐步加大了实验教学改革和实验室建设的力度，实验中心已增加了许多智能化、数字化的新设备和新仪器。而教材作为教学内容的载体，是教学水平、教学质量的基本保证，也是课程体系和教学内容改革成果的核心体现。

《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020 年）》和《全面提高高等教育质量的若干意见》（高教三十条）对实践教学的任务和改革的方向做了明确指示，要求实践教学应提倡学生自主学习模式，倡导启发式、探究式、讨论式、参与式教学模式，把科研成果及时转化为教学内容。在此指引下，我校做了一系列物理实验教学改革，坚持以观测现象、理解物理规律为基础，以培养学生的科学实践能力和创新能力为目标，以实验手段多样化、实验项目专题化为特色的实验教学理念，以“精选基础，重在应用，培养能力，突出特色”为指导思想，构建了“三平台，多模块，分专题”的教学体系，促进了实验教学内容、教学模式、考核机制等一系列改革，让学生在掌握基本知识和基本技能的同时，提高自身的探究能力。本书是我校近几年物理实验教学改革的总结，也是改革的重要组成部分。

本书是重庆邮电大学校级规划教材重点建设项目之一，主要内容包括测量误差与不确定度计算、数据处理方法以及各个实验专题的介绍。所谓专题化实验教学，就是实行多种实验技术手段对一个物理量进行静、动态的测量，利用同种实验技术或方案对不同物理量进行测量，或者对一种仪器或实验现象进行深入剖析的多个实验项目有机组合的实验教学模式。我校物理实验专题内容覆盖了力学、热学、电磁学、光学和声学，主要分为 3 类，即基本专题、设计应用性专题和特色专题。另外，本书注重实验教学的各个环节，落实学生探究能力的培养。实验内容能引发学生的兴趣且难易程度适中，实现了内容“菜单化”；教学模式注重启发式教学和讨论式教学，给学生提供一定的讨论时间和讨论场所；多元化考核机制，增设答辩环节。教材包括预习提纲和思考题，个别思考题把专题所学知识点转化为实际应用，锻炼学生获取知识的能力，使学生熟悉实验项目完成的过程；数据处理要求标准的图和表，需借助计算机来完成。期望学生完成各个专题的过程是个探索的过程，不断提出问题和解决问题，并在本教材专题介绍的基础上进行深入研究，借助于先进的实验技术和手段、先进的物理思维，改进和增设相关

实验项目。

参加本书编写工作的有李登峰、陈文鑫、周平、田贻丽、周凯宁、肖宁、张雪娥、王珏、张晓明、冯春宝。实验教学是教师集体智慧的结晶，需要团队的合作与进取，因此感谢各位老师历年来辛勤的工作。另外，一本优秀的教材是在继承原有相关教材的基础上进行不断的完善和创新得来的，因此特别感谢吴桂玺老师和郭瑞红老师主编的物理实验教材，感谢许多兄弟院校的有关教材提供的参考价值。此外，衷心感谢校、院领导与相关部门的资助和支持。

由于实验教学改革和教材建设是一项长期的任务，加之编者的知识水平和教学经验有限，再加上编写时间仓促，书中难免有错误和不足之处，敬请读者批评指正。

编 者

2013年6月

大学物理实验教材是高等教育出版社出版的一本教材，由李登峰、陈文鑫、周平、田贻丽、周凯宁、肖宁、张雪娥、王珏、张晓明、冯春宝等编著。该教材内容丰富，涵盖了力学、热学、光学、电学、磁学、波动学、声学、原子物理学等多个领域，适合高等院校物理系学生使用。教材注重实验设计与操作方法的讲解，强调理论与实践相结合，有助于提高学生的实验技能和创新能力。教材还包含了大量的实验数据和图表，方便学生进行数据分析和结果讨论。教材的编写充分考虑了实验教学的特点，力求做到科学严谨、实用性强。

目 录

第一章 测量结果的判定与数据处理方法	1
第一节 测量	1
第二节 误差	2
第三节 测量结果的不确定度	4
第四节 常用的数据处理方法	7
第五节 基于 Excel 软件处理物理实验数据	11
第二章 信号发生器与示波器的使用	18
第一节 任意波形发生器的使用	18
第二节 双踪示波器的使用	22
第三章 长度测量专题	31
实验一 游标卡尺和螺旋测微器的使用	32
实验二 光的干涉法测光波波长	33
实验三 光的干涉法测平凸透镜的球面半径	36
实验四 单透镜焦距的测定	38
第四章 速度测量方法专题	42
实验一 磁悬浮导轨测量运动物体的速度	43
实验二 声速的多途径测量	46
实验三 超声波在液体中的相速与群速的测量	51
第五章 电阻测量专题	54
实验一 伏安法测电阻值和元件伏安特性的测量	55
实验二 惠斯通电桥测电阻	60
实验三 研究非平衡电桥的工作特性	62
第六章 角度测量专题——分光计的调整和应用	63
实验一 分光计的调整	63
第七章 电路设计专题	71
实验一 电路元件伏安特性的测绘及电源外特性的测量	72
实验二 RLC 电路特性的研究	76
实验三 整流、滤波和稳压电路特性研究	84
第八章 光学设计专题实验	89
实验一 单缝衍射实验	90
实验二 夫琅和费双缝衍射	93
实验三 光栅衍射（夫琅和费多缝衍射）	96
实验四 偏振实验	97
实验五 透镜焦距的测量	101
第九章 混沌原理及应用专题	104
实验一 混沌波形发生实验	106
实验二 混沌键控实验	111
实验三 混沌掩盖与解密实验	113
第十章 传感器专题实验	117
实验一 金属箔式应变片性能——单臂电桥	118
实验二 金属箔式应变片——交流全桥	119
实验三 差动变压器（互感式）的性能	120
实验四 霍尔式传感器的应用——电子秤	121
第十一章 新能源专题	126
实验一 太阳能电池特性测试	128
实验二 燃料电池特性测试	133
第十二章 材料专题	139
实验一 动态法测量金属杨氏模量	140

实验二 金属电子逸出功的测定	141	实验一 全消声室声学测量实验	163
实验三 材料导热系数的测量	145	实验二 超声定位和形貌成像实验	167
第十三章 通信专题实验	150	实验三 声光调制和声光偏转实验	173
实验一 音频信号光纤传输技术实验	151	第十五章 虚拟实验专题	182
实验二 激光监听实验	156	实验一 LabVIEW 编程环境与基本操作	182
实验三 水波通信实验	159	实验二 虚拟仪器函数发生器	188
实验四 电磁波发射接收与趋肤效应	159	实验三 LabVIEW 串口通信程序设计	192
实验五 雷达通信实验	160	实验四 使用数据采集设备上的计数器	197
第十四章 声学专题实验	162	实验五 电子温度计	199
参考文献	206		

第一章 误差与数据处理	第八章
001 误差概论	一简介
002 测量误差的表示方法	二简介
003 (误差的基本概念) 测量不确定度	三误差
004 测量不确定度的评定	四评定
005 量纲和量值的表示	五表示
第二章 声学实验基础	第九章
001 声学实验基础概述	一简介
002 声学主要物理量的测量	二声学
003 声波的产生与传播	三声波
004 声波的反射与干涉	四声波
第三章 声学实验	第十章
001 声波的产生与传播	一简介
002 声波的反射与干涉	二声波
003 声波的衍射与干涉	三声波
004 声波的干涉与干涉条纹	四声波
第四章 声学实验	第十一章
001 声波的干涉与干涉条纹	一简介
002 声波的衍射与干涉	二声波
003 声波的干涉与干涉条纹	三声波
004 声波的干涉与干涉条纹	四声波
第五章 声学实验	第十二章
001 声波的干涉与干涉条纹	一简介
002 声波的衍射与干涉	二声波
003 声波的干涉与干涉条纹	三声波
004 声波的干涉与干涉条纹	四声波
第六章 声学实验	第十三章
001 声波的干涉与干涉条纹	一简介
002 声波的衍射与干涉	二声波
003 声波的干涉与干涉条纹	三声波
004 声波的干涉与干涉条纹	四声波
第七章 声学实验	第十四章
001 声波的干涉与干涉条纹	一简介
002 声波的衍射与干涉	二声波
003 声波的干涉与干涉条纹	三声波
004 声波的干涉与干涉条纹	四声波
第八章 声学实验	第十五章
001 声波的干涉与干涉条纹	一简介
002 声波的衍射与干涉	二声波
003 声波的干涉与干涉条纹	三声波
004 声波的干涉与干涉条纹	四声波

第 二 章

第一章

测量结果的判定与数据处理方法

第一节 测量

一、测量的概念

测量是物理实验的最基本任务，通过测量可以得到物理量的数值，从而对被测物体的形状、大小、性质等方面有一个全面的认识。所谓测量，就是把待测物理量与作为计量单位的同类已知量进行比较，找出被测物理量是单位的多少倍的过程。因此，一个物理量的测量值应由读数值和单位两部分组成，二者缺一不可。

按测量方法进行分类，测量可分为直接测量和间接测量两大类。

1. 直接测量

直接测量是指直接将待测物理量与选定的同类物理量的标准单位进行比较，得到测量值，如用游标卡尺测量铜棒的高度和直径，用温度计测量人体体温，用电流表测量电路电流等。

2. 间接测量

有些物理量难以通过直接测量得到，必须通过一些方法找到这个物理量与某些能直接测量的物理量之间的函数关系，从而得到被测物理量的值，这种测量方法叫间接测量。例如，用单摆法测重力加速度 g 值。

随着传感器技术和计算机技术的引入，复杂的间接测量逐渐被相对简单的直接测量所替代。

二、等精度测量和非等精度测量

根据测量条件的不同，测量又分为等精度测量和非等精度测量。

1. 等精度测量

在相同的测量条件下，在短时间内对同一物理量进行多次重复测量，可视为等精度测量，即对同一物理量进行可靠程度相同的多次测量。

2. 非等精度测量

测量条件发生改变导致每次测量的可靠性和精确度不同，这种测量称为非等精度测量。

第二节 误差

一、误差的定义

1. 真值

我们把某物理量在一定客观条件下的真实大小称为该物理量的真值。真值是经过无限次测量所趋近的值，从数学角度讲就是极限，因此真值是无法准确得到的。物理学中常以约定真值来替代真值。

2. 误差

测量误差的大小反映了测量结果的准确程度，测量误差可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示。

$$\text{绝对误差}(\delta) = \text{测量值}(x_0) - \text{真值}(a) \quad (1-1)$$

$$\text{相对误差}(\delta_r) = \frac{\text{绝对误差 } (\delta)}{\text{真值 } (a)} \times 100\% \quad (1-2)$$

二、误差的分类

误差从性质上可分为系统误差和随机误差。

1. 系统误差

系统误差是指在相同条件（指方法、仪器、环境、人员等完全相同）下多次测量同一物理量时，结果总是向一个方向偏离，其数值一定或按一定规律变化，例如仪器的初始值、天平的不等臂等引起的误差。系统误差的特征是具有一定的规律性和确定性，可用特定方法来消除。

2. 随机误差

在相同测量条件下，多次测量同一物理量时，各测量值之间往往不同，误差的绝对值时大时小、符号时正时负。这种以不可预知的方式变化着的误差称为随机误差。

虽然随机误差的存在使每次的测量值偏大或偏小，但是，当在相同的实验条件下，对被测量进行多次测量时，其大小的分布却服从一定的统计规律，可以利用这种规律对实验结果的随机误差做出估算。这就是在实验中往往要对某些关键量进行多次测量的原因。

随机误差满足于正态分布（或高斯分布）规律。在相同的测量条件下，对某一被测量进行多次重复测量，由于随机误差的存在，测量结果一般存在着一定的差异。如果被测量的真值为 a ，根据误差的定义，各次测量的误差为

$$\delta_i = x_i - a \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

当重复测量次数足够多时，随机误差 δ_i 服从正态分布规律，如图 1-1 所示。横坐标为误差 δ_i ，纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(\delta)$ ，其中 $f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}$ ， σ 是标准误差。将 $f(\delta)$ 在以下区间积分，可得随机误差在相应区间出现的概率 P 。

$$\begin{aligned}
 P(-\infty, +\infty) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta) d\delta = 1 \\
 P(-\sigma, +\sigma) &= \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\delta) d\delta = 0.683 \\
 P(-2\sigma, +2\sigma) &= \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\delta) d\delta = 0.954 \\
 P(-3\sigma, +3\sigma) &= \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\delta) d\delta = 0.997
 \end{aligned} \tag{1-3}$$

其中，第一式体现了归一性，把误差的概率密度分布函数与横坐标构成的曲线面积设为单位1，则区间 $(-\sigma, \sigma)$ 之内正态分布曲线下的面积占总面积的68.3%。该值的物理意义为在所测大量数据中，将有占总数68.3%的数据的误差落在区间 $(-\sigma, \sigma)$ 之内，即在所测得的数据中，任一个数据的误差 δ 落在区间 $(-\sigma, \sigma)$ 之内的概率为68.3%。区间 $(-\sigma, \sigma)$ 称为置信区间，测量误差在置信区间出现的概率 P 为置信概率。通过置信区间可得置信概率，反之，如果已知置信概率也可求出置信区间，如图1-1所示。

正态分布满足以下性质。

- ① 单峰性：误差为零处的概率密度最大，即绝对值小的误差出现的概率大。误差为零即为真值，单峰性表明了真值的唯一性。
- ② 对称性：绝对值相等的正负误差出现的概率相同，这是随机误差具有随机性的体现。
- ③ 有界性：在一定测量条件下，误差的绝对值不超过一定限度。

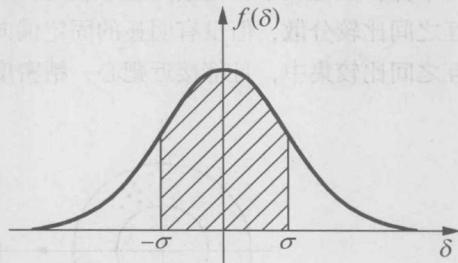


图1-1 随机误差的正态分布图

三、误差的来源

每次测量都存在着误差，但误差的来源有可能不同。下面介绍误差的几个主要来源。

1. 仪器误差

仪器误差是指仪器本身所带来的误差，每种仪器都存在误差。新出厂的产品的误差是否小于仪器的最大误差限是检验该产品是否合格的标准，也就是说，刚刚出厂的新仪器也存在仪器误差。仪器误差一般具有确定性。

2. 方法误差

方法误差是指由实验方法和理论本身的缺陷所引起的误差。例如伏安法测电阻，不论是内接法还是外接法，电表的内阻都会给实验结果带来误差。

3. 环境误差

环境误差是指由各种环境因素引起的误差，比如温度、湿度、压强、光照等。光学实验中环境误差较大。

4. 人员误差

人员误差是指由测量者的分辨力、反应速度和固有习惯等引起的误差。人员误差具有随机性。

四、测量的精密度、正确度和准确度

对测量结果做总体评定时，一般应把系统误差和随机误差联系起来。精密度、准确度和正确度都是评价测量结果好坏的标准，但是这些概念的含义不同，使用时应加以区别。

- ① 精密度：表示测量结果中的随机误差大小的程度。它是指重复测量数据相互分散的程度，

精密度高，即测量数据的重复性好，随机误差较小。从某种程度上讲，精密度可以表征仪器的稳定性。

② 正确度：表示测量结果中系统误差大小的程度。正确度用来描述测量值接近真值的程度，正确度高即测量结果接近真值的程度高，系统误差较小。

③ 准确度：是对精密度和正确度的综合描述。它是指测量结果的重复性及接近真值的程度。

现以打靶为例来形象说明精密度、正确度和准确度之间的区别。图 1-2 中，图 1-2 (a) 所示为子弹分散性较小，但偏离靶心较远，即精密度高而正确度较差；图 1-2 (b) 所示为表示子弹相互之间比较分散，但没有明显的固定偏向，故正确度高而精密度较差；图 1-2 (c) 所示为子弹相互之间比较集中，且都接近靶心，精密度和正确度都很高，亦即准确度高。

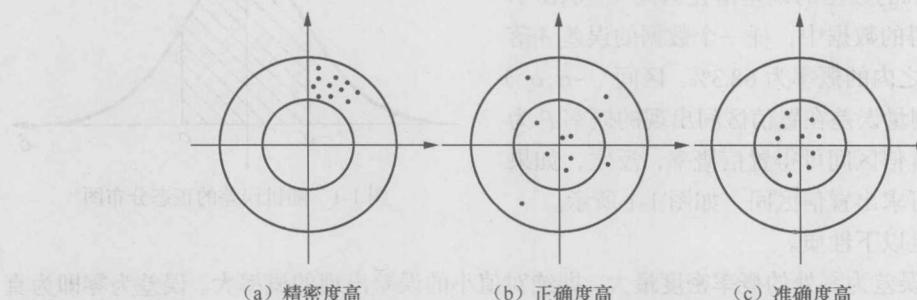


图 1-2 测量的精密度、正确度和准确度比较

第三节 测量结果的不确定度

测量结果的好坏需要用一个参数进行客观评定，误差曾作为这样的参数，但随着科学技术的发展和仪器精密度的提高，误差理论的局限性越来越突出。误差理论的弊端主要体现以下两个方面。第一，由于真值无法准确得到，因此误差也无法准确得到，如果评定结果好坏的参数不准确，那么评定结果的可信度就会降低。第二，误差是表征测量结果偏离真值大小的物理量，主要表征正确度，而测量结果的准确度是正确度和精密度的综合反映。因此，国际上越来越多的地区不再用误差来评价测量质量，而是引用另一个物理量——不确定度。国际上，1993 年颁布了《测量不确定度表示指南》，我国在 1999 年颁布了《测量不确定度评定与表示》。

一、不确定度的概念

测量不确定度是从概率意义上表示被测量的真值落在某个量值范围内的一个客观评述，表征被测量值的分散性参数，其大小决定了测量结果在某种程度上的可信度和使用价值。程度基于置信度 (P) 来表征，因此，不确定度与置信度紧密相连，在测量结果表述时要附上置信度。

二、不确定度的分类

不确定度按其评定方法分为 A 类不确定度和 B 类不确定度，对观测列能进行统计分析的方法为 A 类不确定度，不能进行统计分析的方法为 B 类不确定度。A 类不确定度和 B 类不确定度在评定的性质上无本质差别，更无优劣之分，二者都是基于概率分布，用方差或标准差来表征的。

不确定度的分类不同于误差的分类。误差从性质上分为系统误差和随机误差，它们之间存在

本质上的区别，而且在某种情况下可以相互转换。不确定度的分类仅为易于评定，不存在本质上的区别。另外，A类不确定度和B类不确定度与系统误差和随机误差之间不存在一一对应关系。

三、直接测量不确定度的计算

1. 标准不确定度的A类评定

对一直接测量量进行多次重复测量就会产生A类不确定度，可用标准偏差来进行计算。A类不确定度的计算方法有贝塞尔法、最大残差法、最大误差法、极差法等，一般常用贝塞尔法来评估A类不确定度。由贝塞尔公式可得测量列中单次测量的A类不确定度为

$$(1-4) \quad S_{N_i} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2}{n-1}}$$

平均值 \bar{N} 的 A 类不确定度为

$$(1-5) \quad S_{\bar{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2}{n(n-1)}} = \frac{S_{N_i}}{\sqrt{n}}$$

为了A类不确定度评定可靠，重复测量次数要达到10次以上，使得随机误差符合正态分布。但在大学物理实验的实际测量过程中，测量次数不可能很大，这时随机误差不符合正态分布，而是服从t分布。所以为了要得到与多次测量相同的置信概率，必须将置信区间扩充，故需要对式(1-5)进行修正，乘以一个与所取样本有关的因子 t_p ，即

$$(1-6) \quad S_A = t_p S_{\bar{N}}$$

式(1-6)中， t_p 是由测量次数决定的修正系数，它的取值与测量次数和置信概率有关，如表1-1所示。

表 1-1 t 分布不同概率 P 与不同测量次数 n 的 t_p 值

$P \backslash n$	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
0.68	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03	1
0.95	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.14	2.09	1.96
0.99	9.93	5.84	4.60	4.03	3.17	3.50	3.36	3.25	2.98	2.86	2.58

2. 标准不确定度的B类评定

对于B类不确定度，不能采用统计分析的方法来评定，一般用等价标准差来计算。首先得到误差极限值（一般用仪器最大误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来估计），再确定仪器误差的分布规律，从而得到B类不确定度。

$$(1-7) \quad U_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C}$$

其中， C 为置信系数，取决于仪器误差的分布规律。对于正态分布， C 取值为 3；对于均匀分布， C 取值为 $\sqrt{3}$ ；对于三角分布， C 取值为 $\sqrt{6}$ ；对于反正弦分布， C 取值为 $\sqrt{2}$ 。若无特别指明，一般按均匀分布来处理。

对于仪器最大误差 $\Delta_{\text{仪}}$ ，一般在仪器出厂时的检定书或在仪器上注明，注明的方式主要包括以下两种情况。

第一，在仪器上直接标出或用准确度表示仪器的仪器误差，则 $\Delta_{\text{仪}}$ 就等于准确度。如准确度为0.05mm的游标卡尺， $\Delta_{\text{仪}} = 0.05\text{mm}$ 。

第二，已知仪器的准确度级别，则 $\Delta_{\text{仪}} = \text{满量程} \times \text{级别}\%$ ，该方式主要用于电表。

另外，如果仪器上未注明仪器最大误差或者标注不清楚，将按以下规定来得到 $\Delta_{\text{仪}}$ 。

① 能连续读数的计量器具，如米尺、螺旋测微计、移测显微镜等， $\Delta_{\text{仪}}$ 取最小分度值的一半。

② 不能连续读数的计量器具，如游标系列仪器、秒表等， $\Delta_{\text{仪}}$ 取最小分度值。

3. 合成不确定度

如果产生A类不确定度和B类不确定度的因素有多种且相互独立，则合成不确定度为

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n S_i^2 + \sum_{j=1}^m U_j^2}, \quad (1-8)$$

当 $m=n=1$ 时， $\sigma = \sqrt{S_A^2 + U_B^2}$ 。

四、间接测量不确定度的计算

在很多实验中进行的测量都是间接测量。因为间接测量量是各直接测量量的函数，所以直接测量量的误差必定会给间接测量量带来误差，这被称为误差的传递。间接测量量包括多个变量，其不确定度由直接测量每个变量的不确定度来决定，可以由相应的数学公式估算出来。

设间接测量量 N 是各自相互独立的直接测量量 x, y, z, \dots 的函数，其函数形式为

$$N = f(x, y, z, \dots) \quad (1-9)$$

设各直接测量量 x, y, z, \dots 的测量结果分别为 $x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, \dots$ ，则间接测量量 N 的最佳估计值为

$$\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots) \quad (1-10)$$

由于不确定度都是微小的量，相当于数学中的“增量”，因此，间接测量量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式具有相似之处。不同之处是：①要用不确定度 $\sigma_x, \sigma_y, \dots$ 等替代微分 dx, dy, dz, \dots ，这是由于它们都是小量，而且量纲相同；②要考虑到不确定度合成的统计性质。

对函数式进行全微分有两种形式，第一种如果表达式是加减法，就对两边直接进行微分。

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \dots \quad (1-11)$$

第二种是当表达式是积商形式时，等式两边取对数后再进行全微分。

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln f}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln f}{\partial z} dz + \dots \quad (1-12)$$

然后用不确定度 $\sigma_N, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \dots$ 替代 dN, dx, dy, dz, \dots ，并将等式右端进行方和根合成，得到间接测量量的不确定度方和根合成公式。

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \sigma_z\right)^2 + \dots} \quad (1-13)$$

以及

$$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z} \sigma_z\right)^2 + \dots} \quad (1-14)$$

其中, $E_N = \frac{\sigma_N}{N} \times 100\%$ 为相对标准不确定度。当已知每个变量的不确定度时, 通过以上两式就可以得到总的不确定度。

【例 1】求函数式 (1) $N = mA + nB - kC$ 和 (2) $N = 2\pi A^m B^n C^{-k}$ 的不确定度传递公式, 式中, A 、 B 、 C 为变量, m 、 n 、 k 为常数。

解:

① 由函数式可知, 代入公式 (1-13), 可得:

$$\begin{aligned}\sigma_N &= \sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial B} \sigma_B\right)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial C} \sigma_C\right)^2} \\ &= \sqrt{m^2 \sigma_A^2 + n^2 \sigma_B^2 + k^2 \sigma_C^2}\end{aligned}\quad (1-15)$$

② 因为函数式是积商的形式, 所以代入公式 (1-14), 可得:

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_N}{N} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \ln N}{\partial A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln N}{\partial B} \sigma_B\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln N}{\partial C} \sigma_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{m}{A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{n}{B} \sigma_B\right)^2 + \left(\frac{k}{C} \sigma_C\right)^2}\end{aligned}\quad (1-16)$$

从而可知, 表达式为加减法的传递公式只与未知数的系数有关; 表达式为积商的传递公式只与未知数的幂有关, 与系数无关。

五、扩展不确定度及测量结果表述

扩展不确定度 U 由总的不确定度 σ_N 乘以一个包含因子 k 得到, 即

$$U = k\sigma_N \quad (1-17)$$

因子 k 的值由置信概率 P 决定。当置信概率取 68.3%、95.5% 和 99.7% 时, k 因子分别对应于 1、2、3。则不确定度对测量结果的表达式为

$$\begin{cases} N = \bar{N} \pm \sigma_N & P = 68.3\% \\ N = \bar{N} \pm 2\sigma_N & P = 95.5\% \\ N = \bar{N} \pm 3\sigma_N & P = 99.7\% \end{cases} \quad (1-18)$$

式 (1-18) 中, P 为置信度, 如果 P 值不明确给出, 默认的置信度为 68.3%。 $P = 68.3\%$ 的物理含义是: 区间 $(x_0 - \sigma, x_0 + \sigma)$ 内包含被测量 x 的真值的可能性是 68.3%。

在书写结果表达式时要注意以下两点。

第一, 不确定度 U 最多取两位有效数字, 在修约时只进不舍。

第二, 测量结果的平均值 \bar{N} 应与不确定度 U 末位对齐。

第四节 常用的数据处理方法

实验数据及其处理方法是分析和讨论实验结果的依据。在物理实验中常用的数据处理方法有列表法、作图法、逐差法和最小二乘法 (直线拟合) 等。

一、列表法

列表法的优点是, 可以简单明了地表示出有关物理量之间的关系, 使大量数据的表达清晰醒

目、条理化，便于随时检查数据结果的合理性或发现其中存在的问题，同时有助于反映出各物理量之间的对应关系。

列表法的基本要求是：

① 列表要标明符号所代表物理量的意义（特别是自定的符号），并写明单位。单位及量值的数量级写在该符号的标题栏中，不要重复记在各个数值上。

② 列表的形式不限，根据具体情况，决定列出哪些项目。列入表中的数据除原始数据外，计算过程中的一些中间结果和最后结果也可以列入表中。

③ 表中所列数据要正确反映测量结果的有效数字。

列表举例如表 1-2 所示。

表 1-2 伏安法测电阻数据

测量次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
电压/V	0.74	1.51	2.38	3.09	3.66	4.52	5.24	6.76	7.50
电流/mA	2.00	4.00	6.24	8.21	9.75	12.30	13.98	18.00	20.12

二、作图法

作图法是数据处理的常用方法，具有自身优势。目前有多种作图软件用于数据处理，比如常用的 ORIGIN、MATLAB 等。作图法是指将数据之间的关系用图线表示出来，通过图线可以得到物理量之间的对应关系，或者得到需要的其他物理量的数值。

1. 作图规则

为了使图线能够清楚地反映出物理现象的变化规律，并能比较准确地确定有关物理量的量值或求出有关常数，在作图时必须遵守以下规则。

① 一般利用画图软件或者坐标纸作图。坐标纸的大小由数据而定，最小坐标值不必都从零开始，总体要求是图线能充满全图，均匀且光滑，使布局美观、合理，需要读者注意的地方一定清晰明了。

② 标明坐标轴。对于直角坐标系，要以自变量为横轴，以因变量为纵轴。用粗实线在坐标纸上描出坐标轴，标明其所代表的物理量（或符号）及单位，在轴上每隔一定间距标明该物理量的数值，间距所对应的数值不宜是 3、5、7 的倍数，否则不利于读图。

③ 在一个图中列出多组数据时，可用“+”、“×”、“○”、“△”等符号或者图线的虚实等来区别，而且在图形的角落标明图例。另外，一个图形中非常重要的地方可通过嵌图形式进行局部放大，也可利用箭头等形式给以标明。

④ 把实验点连接成图线。应该按照实验点的总趋势，把实验点连成光滑的曲线，使大多数的实验点落在图线上，其他的点在图线两侧均匀分布。对于个别偏离图线很远的点，要在进行分析后决定是否剔除，可将坏值剔除也是作图法的一大优势。而且，利用作图软件，在将实验点连接成图线时可进行拟合，得到图线的方程，从而可以定量表示变量之间的关系。

⑤ 作完图后，在图的明显位置上标明图名和必要的说明，让读者明白这个图要说明什么问题。

图 1-3 所示为弯曲的 16-锯齿形石墨烯纳米带

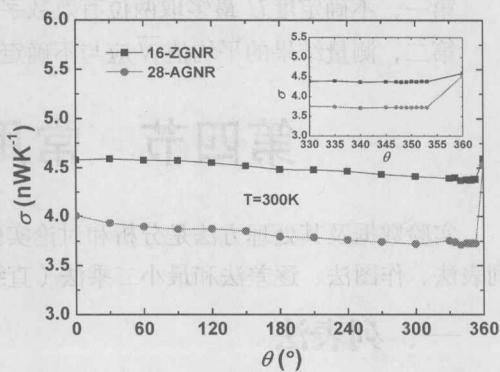


图 1-3 样图

和 28-护手型石墨烯纳米带在室温时的热导随着弯曲角度改变而发生的变化。插图是弯曲角度在 $330^\circ \sim 360^\circ$ 之间时的变化曲线。

2. 用作图法求直线的斜率、截距和经验公式

若在直角坐标纸上得到的图线为直线(见图 1-4), 并设直线的方程为 $y = kx + b$, 可按如下步骤求直线的斜率、截距和经验公式。

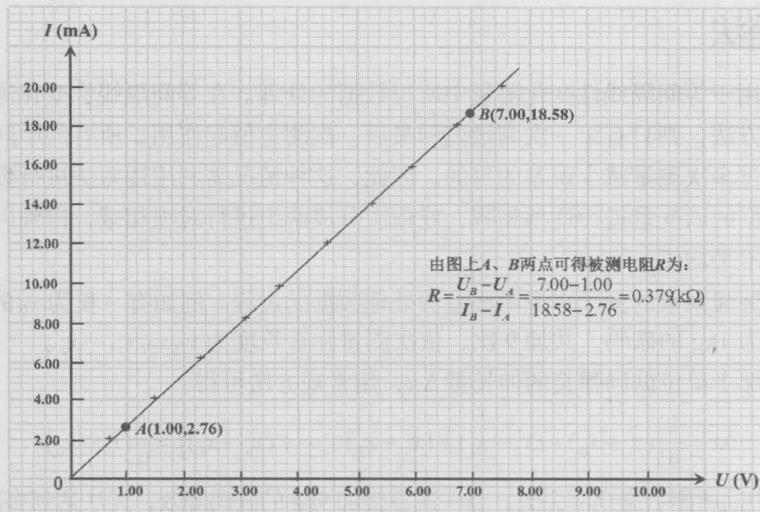


图 1-4 利用电阻伏安特性曲线得电阻

① 在直线上选两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 。为了减小误差, A 、 B 两点应相隔远一些, 但仍要在实验范围之内, 并且 A 、 B 两点一般不选实验点。用与表示实验点不同的符号将 A 、 B 两点在直线上标出, 并在旁边标明其坐标值。

② 将 A 、 B 两点的坐标值分别代入直线方程 $y = kx + b$, 可解得斜率 k 的值。

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (1-19)$$

③ 如果横坐标的起点为零, 则直线的截距可从图中直接读出; 如果横坐标的起点不为零, 则可用下式计算直线的截距。

$$b = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1} \quad (1-20)$$

④ 将求得的 k 、 b 的数值代入方程 $y = kx + b$ 中, 就得到经验公式。

3. 曲线改直

在实际测量中, 许多物理量之间为非线性函数关系, 可通过适当的变换成为线性关系, 即把曲线转换成直线, 这种方法叫做曲线改直。该方法的优势在于可得到直线的斜率和截距, 从而确定曲线方程。例如:

① $y = ax^b$, 式中, a 、 b 为常量, 可变换成 $\lg y = b \lg x + \lg a$, $\lg y$ 为 $\lg x$ 的线性函数, 斜率为 b , 截距为 $\lg a$ 。

② $y = ab^x$, 式中, a 、 b 为常量, 可变换成 $\lg y = (\lg b)x + \lg a$, $\lg y$ 为 x 的线性函数, 斜率为 $\lg b$, 截距为 $\lg a$ 。

③ $PV=C$, 式中, C 为常量, 可变换成 $P=C(1/V)$, P 是 $1/V$ 的线性函数, 斜率为 C 。

④ $y^2 = 2px$ ，式中， p 为常量，可转换成 $y = \pm\sqrt{2px}^{1/2}$ ， y 为 $x^{1/2}$ 的线性函数，斜率为 $\pm\sqrt{2p}$ 。

⑤ $y = x/(a+bx)$ ，式中， a 、 b 为常量，可转换成 $1/y = a(1/x) + b$ 。 $1/y$ 为 $1/x$ 的线性函数，斜率为 a ，截距为 b 。

⑥ $s = v_0 t + at^2/2$ ，式中， v_0 、 a 为常量，可转换成 $s/t = (a/2)t + v_0$ ， s/t 为 t 的线性函数，斜率为 $a/2$ ，截距为 v_0 。

三、逐差法

逐差法一般用于等间隔线性变化测量中所得数据的处理。在等间隔线性变化测量中，若基于常用的求平均值方法，则只有第一次测量值和最后一次测量值起作用，所有的中间测量值全部抵消，无法达到通过多次测量减少误差的目的。因此，这种情况需利用逐差法进行数据处理。逐差法是指将所测数据的因变量进行逐项相减，或依次分成两组进行对项相减，得到因变量的多次测量值，再求出算术平均值。

以测量弹簧倔强系数的例子来说明逐差法处理数据的过程。例如有一长为 x_0 的弹簧，逐次在其下端加挂质量为 1kg 的砝码，共加 9 次，依次测量弹簧长度为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ 。

首先求出每加 1 单位砝码弹簧的伸长量 Δx ，用常规方法可得：

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{9}[(x_1 - x_0) + (x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) + \dots + (x_9 - x_8)] = \frac{1}{9}(x_9 - x_0)$$

这样就会把中间所测数据全部丢失，与一次直接加 9kg 的砝码等效，无法达到多次测量的目的。

如用逐差法，将以上数据按顺序分为 x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 和 x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 两组，并使其对应项相减，得到

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{5}[(x_5 - x_0) + (x_6 - x_1) + \dots + (x_9 - x_4)]$$

这种逐差法使用了全部的数据信息，因此，更能反映多次测量对减少误差的作用。

从而可得弹性系数 $k = \frac{F}{\Delta x}$ ，这时的 F 是 5kg 砝码产生的弹性力。

四、最小二乘法（线性回归）

上面介绍的作图法和逐差法虽能解决一些问题，但计算方法都比较粗糙，回归分析法是一种比较准确的近似计算方法。回归分析法是用数理统计的方法进行数据处理并给出函数关系的方法。回归法一般有三个步骤，第一步根据所测数据推断出函数关系式；第二步确定函数关系式中系数的最佳值；第三步判断函数关系的合理性。

下面就数据处理中的最小二乘法原理进行介绍。

实验所测量数据为

$$x = x_1, x_2, \dots, x_n, \quad y = y_1, y_2, \dots, y_n$$

用数学分析的方法从这些观测到的数据中求出最佳的经验公式 $y = kx + b$ ，即一元线性回归。按这一经验公式作出的图线不一定能通过每一个实验点，但是它是以最接近这些实验点的方式穿过它们的。很明显，对应于每一个 x_i 值，测得值 y_i 和最佳经验公式中的 y 值之间存在一偏差 δ_{y_i} ，我们称 δ_{y_i} 为测得值 y_i 的偏差，即

$$\delta_{y_i} = y_i - y = y_i - (kx_i + b) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1-21)$$

最小二乘法的原理：如果各测得值 y_i 的误差相互独立且服从同一正态分布，当 y_i 的偏差的平