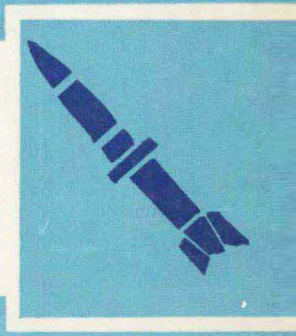
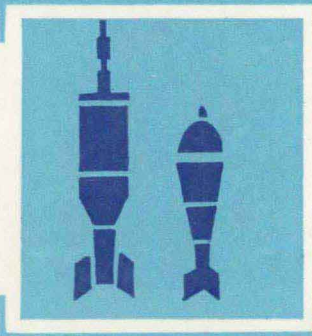
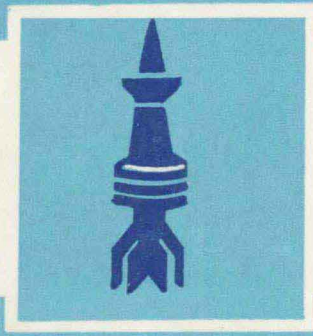
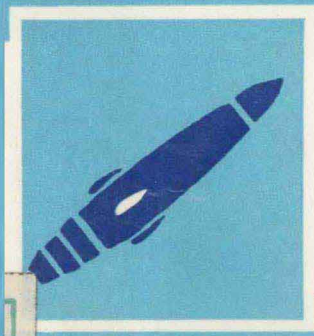


普通高等教育
兵工类规划教材

弹丸终点效应

王儒策 赵国志 主编



北京理工大学出版社

弹丸终点效应

王儒策 赵国志 主编

北京理工大学出版社

(京)新登字149号

内 容 介 绍

本书全面叙述了弹丸的终点效应。主要包括：对土壤和混凝土的侵彻效应、爆破效应、杀伤效应、穿甲效应、破甲效应和碎甲效应。

编写中注重理论联系实际，并反映最新科研成果。

本书是国防工业高等院校有关专业的教材，亦可做部队有关院校的教材，并可供从事弹药研究、设计的技术人员学习和参考。

弹 丸 终 点 效 应

王儒策 赵国志 主 编

*

北京理工大学出版社出版发行

各地新华书店经售

一二〇一印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 20.25印张 502千字

1993年8月第一版 1993年8月第一次印刷

ISBN 7-81013-758-1/TJ·13

印数：1—800册 定价：9.65元

《弹药与战斗部工程》系列教材编委会

主 编 魏惠之

常务副主编 张守中

副 主 编 周兰庭 孟宪昌

编委(按姓氏笔划排列)

王儒策 李景云 周兰庭 孟宪昌 欧阳楚萍

张守中 张景玉 赵文宣 赵有守 翁佩英

蒋浩征 董少峰 蔡汉文 魏惠之

《弹药与战斗部工程》系列教材书目及各书主编

1. 弹药学.....孟宪昌
2. 爆炸与冲击动力学.....张守中
3. 弹丸终点效应.....王儒策
4. 弹药工程设计.....魏惠之
5. 战斗部工程设计.....周兰庭
6. 特种弹设计.....赵文宣
7. 相似与弹药模化.....欧阳楚萍
8. 弹药优化设计.....蒋浩征
9. 弹药可靠性技术基础.....董少峰
10. 弹药靶场试验.....翁佩英
11. 弹药CAD.....赵有守

《弹药与战斗部工程》系列教材序言

《弹药与战斗部工程》系列教材是在国家教育委员会和中国兵器工业总公司领导下，系统总结建国以来弹药领域教学和科研实践经验，充分吸取国外有关科学技术成就，按照本专业人才培养规格要求，在选题上考虑了专业教学计划和课程设置，在取材内容上考虑了科学性、先进性和教学适用性，在编写中努力贯彻辩证唯物主义观点，是一套具有中国特色的专业教材。

《弹药与战斗部工程》系列教材共计11册，经过了较为严格的制订、审查程序。通过教学指导委员会统一课程教学大纲，确定主编人；通过主编人联席会议讨论教材编写大纲，协调各门教材内容，统一专业物理量名词、术语和符号；采用主审审查、责任编辑复审制度，并且由教学指导委员会成立系列教材编委会，进行系列教材编审工作，对教材编审中有争议的问题进行再审查，确保教材编审质量。

《弹药与战斗部工程》系列教材由弹药引信专业教学指导委员会和兵总教材编审室具体组织完成。参加这套系列教材编写的作者，都是多年从事教学和科研工作的兵工院校教授、副教授。在此过程中，兵总教材编审室张守中副教授、南京理工大学魏惠之教授、北京理工大学周兰庭教授、太原机械学院孟宪昌副教授对该系列教材作出了卓越的贡献。

《弹药与战斗部工程》系列教材由兵器工业出版社和北京理工大学出版社在“八五”期间陆续出版。这套系列教材所包含的11册书如下：

1. 《弹药学》 弹药基本知识，目标特性及弹药分类，各弹药的组成、结构特点、作用原理，弹药的评价及发展趋势等。
2. 《爆炸与冲击动力学》 爆炸与冲击的基本现象，爆轰波的流体力学理论，爆轰产物膨胀和产生的初始冲击波，弹塑性应力波，三维弹性平面波，固体中的冲击波，板、管对爆炸与冲击的动态响应，以及超高速侵彻问题。
3. 《弹丸终点效应》 弹丸与战斗部对土壤和混凝土的侵彻效应，空中、土中、水中的爆炸效应，破片杀伤效应，对装甲的穿甲效应、聚能效应和碎甲效应。
4. 《弹药工程设计》 弹药设计的一般原理和计算方法，包括弹药或弹丸总体设计，结构特点分析，结构特征数计算；弹药发射设计，弹丸发射强度计算、膛内运动正确性分析、炸药安全性校核；弹丸飞行性能设计，气动力及稳定性计算，射弹散布分析；弹丸或战斗部终点效应设计，威力指标计算。
5. 《战斗部工程设计》 战斗部工程的系统设计方法，杀伤、聚能、爆破、子母式等主要战斗部的设计原理，与战斗部产品技术设计有关的载荷分析、强度计算、装药安定性校核、材料、炸药选择，气动加热和防热设计，标识量和尺寸链计算，有关试验和评价方法。
6. 《特种弹设计》 烟火技术基础，特种弹总体方案选择，弹体结构与强度，弹道与飞行稳定性(液体装填特性)计算等。
7. 《相似与弹药模化》 弹药或战斗部设计和试验中的模化原理、方法及应用。此外，

还介绍与弹药或战斗部爆炸有关的爆炸相似律以及爆炸成形模拟试验等相似律在民品中的应用。

8. 《**弹药优化设计**》 优化设计总论, 优化方法的数学基础, 一维优化方法, 无约束优化方法, 约束优化方法, 优化设计在弹药与战斗部工程中的应用。

9. 《**弹药可靠性技术基础**》 弹药可靠性基础, 弹药可靠性指标的确定及可靠性建模, 弹药系统可靠性分析, 弹药可靠性预计、分配、试验及评审。

10. 《**弹药靶场试验**》 弹药产品定型与生产验收靶场试验(包括内、外弹道性能参数测定试验, 弹药发射强度试验, 发射安定性试验, 威力性能试验等)中, 主要性能试验项目的试验原理, 方法和实施要求。

11. 《**弹药CAD**》 CAD的硬件与软件, 弹药数据库, 计算机图形显示, 自动绘图。

高等工业学校《**弹药引信**》专业教学指导委员会

1991.5.

前 言

本书作为《弹药与战斗部工程》系列教材之一,经弹药专业教学指导委员会和兵总教材编审室审查。这本教材编写的指导思想是认真执行“弹丸终点效应教学大纲”,内容阐述由浅入深、逐步深化,而且适合启发式教学的要求。内容既适合于本科生54~90学时的教学需要,也适合于从事弹药科技工作的技术人员自学或参考之用。

在编写过程中,我们注意了以下几个问题:

1. **加宽、加深理论知识** 为使学生适应科技发展的要求,加宽、加深了理论知识内容,让学生和自学者能有较坚实的、雄厚的终点效应理论知识。

2. **反映最新科技成果** 使学生和自学者能从书中吸收到最新科技知识,除了国外的最新成果外,更侧重编写了我们自己的理论成果和实践经验。

3. **理论联系实际** 既考虑理论体系的完整性、理论上的深度,也考虑了工程实际问题。也就是说在理论上力求系统、完整、有深度,但工程实际问题、半理论半经验方程及经验方程也有充分的阐述。在讨论理论问题时,充分联系工程实际。

4. **适于自学** 既适合于在校本科生的自学,也适合于从事本专业的工程技术人员的自学。因此教材富有启发性,适合于教师启发式教学。

5. **内容重点突出,难点讲透** 一门课程都有自己的重点与难点,我们在编写中注意了教材内容重点突出,学生应掌握的基本内容突出介绍,难点地方也特别注意讲透,使学者明了。

为了适合不同专业学生及不同层次、不同工作岗位的科技人员自学需要,我们的教材可用于3个学分到5个学分的“弹丸终点效应”课程讲授。也就是说教师可根据讲授时数选讲,自修者可根据自己的需要选修。

参加编写本教材的有:王儒策副教授(第一、二章)、于骐副教授(第三章)、赵国志副教授(第四章)、高森烈副教授、欧阳楚萍副教授(第五章)、翁佩英副教授(第六章)。全书由王儒策、赵国志二同志主编。这本书也是我们多年从事教学与科研工作的总结。

本书在编写过程中得到了有关厂所和兄弟院校的支持和帮助,得到了中国兵器工业总公司教育局和教材编审室热情关怀和帮助,我国弹药界前辈许哨子、叶周长教授审阅了本书,并提出了许多宝贵意见。对此,我们表示诚挚的感谢。

由于我们的知识结构和水平有限,本书无论在内容上或编排上肯定会有很多不足之处,希望广大读者批评指正。

1990.3

目 录

第一章 弹丸与战斗部对土壤和混凝土的侵彻效应

§1-1 弹丸与战斗部侵彻介质时的受力分析	1
§1-2 弹丸侵入深度、头部形状和攻角对阻力的影响	5
§1-3 弹丸在介质中的运动方程	6
§1-4 侵彻行程和时间的计算	8
§1-5 混凝土的侵彻特点	14
§1-6 弹丸质心轨迹的曲率和跳弹问题	16
§1-7 空腔膨胀理论及其在弹丸侵彻中的应用	19

第二章 弹丸的爆炸效应

§2-1 空气中爆炸	38
§2-2 土壤中爆炸	59
§2-3 水中爆炸	68

第三章 弹丸的杀伤效应

§3-1 一般概念与破碎机理	78
§3-2 破片数与破片的质量分布	79
§3-3 破片的初速	85
§3-4 破片飞散角及破片空间分布试验	88
§3-5 破片在空气中的运动规律	97
§3-6 杀伤标准	104
§3-7 杀伤面积	106
§3-8 对空中目标和装甲目标的杀伤作用	120

第四章 穿甲效应

§4-1 概论	128
§4-2 普通穿甲弹的穿甲作用	149
§4-3 杆式穿甲弹的穿甲作用	165

第五章 聚能效应

§5-1 聚能现象及其应用	200
§5-2 金属射流的形成理论	201
§5-3 金属射流的自由运动	212
§5-4 金属射流的破甲理论和试验	225
§5-5 影响破甲效应的因素	257

第六章 碎 甲 效 应

§6-1 层裂效应及其应用·····	278
§6-2 一维应变弹塑性波和冲击波·····	280
§6-3 接触爆炸的界面冲击波压力及其在靶板内的传播·····	284
§6-4 层裂准则与层裂参数的计算·····	289
§6-5 斜入射层裂参数的计算·····	298
§6-6 影响碎甲效应的主要因素·····	305
参考文献·····	314

第一章 弹丸与战斗部对土壤和混凝土的侵彻效应

弹丸与战斗部碰击目标时，具有一定的动能，故对介质有一定的侵彻作用。有的弹丸如穿甲弹就是靠自己碰击目标时的动能来侵彻坦克等装甲目标，达到破坏目标的目的；有的弹丸如爆破弹靠碰击目标时的动能侵入目标一定深度爆炸，以求获得最佳爆破效果，等等。但也有相反的情况，如杀伤弹为了有效地利用破片杀伤目标，就不希望侵入介质。情况比较复杂，研究弹丸与战斗部对介质的侵彻效应，就是对弹丸与战斗部在介质内的受力情况进行分析，找出其运动规律。这样就可以根据目标的具体情况，来有目的地控制弹丸与战斗部的侵彻作用，从而获得最佳破坏效果。

穿甲弹对目标(钢甲、各种复合装甲及间隙装甲等)的侵彻效应在第四章中专门讨论。在这一章里，主要讨论弹丸与战斗部(杀伤弹、杀伤爆破弹、爆破弹等)对土壤以及岩石、混凝土的侵彻效应。

§1-1 弹丸与战斗部侵彻介质时的受力分析

弹丸对土壤、水、砂石等介质冲击时，碰击目标的瞬间；介质的阻力(或称抗力)与介质表面垂直，施力点是弹丸与介质的接触点。但是随摩擦力增加，介质阻力方向向弹轴方向偏转，介质阻力方向不通过弹丸的质心，阻力产生的力矩将使弹丸的攻角发生变化。当弹丸落角较小、弹头部又较尖锐时，力矩使弹丸攻角增大；但当弹丸落角很大，弹头部又很钝时，可能出现相反的情况即使弹丸的攻角减小(图1-1-1)。

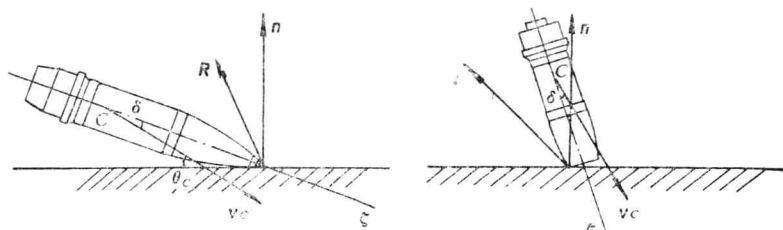


图1-1-1 碰击目标时作用于弹丸上的力

弹丸侵入介质后，介质的质点被弹丸排开，介质微粒也随之运动。由于微粒运动的结果，入口周围产生鼓起现象。因介质的惯性，穿孔的直径大于弹丸的直径，弹丸速度越大则越明显。因此，弹丸侵入介质后，介质的排开主要靠弹头部完成，介质阻力也主要作用在弹头部上。

一、作用在弹丸上的力和力矩

设弹轴 ζ 与弹道切线 V 间的夹角 δ 在落角平面内(图1-1-2)，介质阻力 R 作用在弹头部。将

R 向质心简化, 得一力 R_c 和力矩 M_d 。将 R_c 分解为二个分力: 一个与弹道切线方向一致的正面阻力 R_t 和垂直弹道切线的法向阻力 R_N 。 R_t 使弹丸运动速度减小, R_N 使弹丸弹道弯曲, 力矩 M_d 使弹丸的攻角变化。

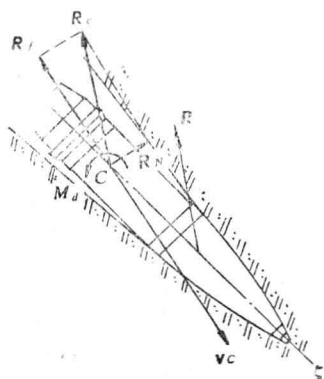


图1-1-2 作用在弹丸上的力和力矩

二、力的分析

介质阻力的影响因素很多, 很复杂, 目前在理论上还没有得到完善地解决, 即阻力还不能表为解析表达式。但是, 介质阻力取决于介质的性质、弹丸的运动条件和弹丸的结构。

介质按其物理性质可分为三类, 即流体、颗粒体和固体介质。水和含水量较大的土壤为典型的液体介质; 砂、松土是典型的颗粒体介质; 坚实的粘土、岩石、混凝土和金属是典型的固体介质。液体介质的阻力, 介质性质因素中介质密度及粘滞性起决定作用; 颗粒体介质的阻力, 介质性质因素中介质密度、粘滞性及内摩擦等起决定性作用; 固体介质的阻力, 介质性质因素中介质密度、粘滞性、弹性模量及屈服限等起决定性作用。

影响阻力的弹丸运动条件是指: 弹丸碰击介质时的速度、着角、攻角以及侵彻深度等。

影响阻力的弹丸结构是指: 弹丸口径、弹头部形状和长度等。

下面分别对三种介质的阻力进行讨论。

1 液体介质的阻力

影响阻力的介质性质方面的因素有: 介质密度 ρ , 粘滞系数 μ , 压缩性(用其音速 c 表征)。运动条件因素有: 弹丸速度 v , 攻角 δ 以及侵彻深度 y 。结构因素有: 弹头部长 l_h 和弹径 d 。介质阻力可表为

$$R_w = f(\rho, \mu, c, v, \delta, y, l_h, d) \quad (1-1-1)$$

用量纲分析法来研究这一表达式, 基本量为质量、长度、时间。将它们分别增大 M 、 L 、 T 倍, 则得

$$\begin{aligned} R' &= \frac{ML}{T^2} R; \quad d' = Ld; \quad v' = \frac{L}{T} v; \\ \rho' &= \frac{M}{L^3} \rho; \quad \mu' = \frac{M}{LT} \mu; \quad c' = \frac{L}{T} c; \\ y' &= Ly; \quad l_h' = Ll_h; \quad \delta' = \delta. \end{aligned}$$

代入式(1-1-1), 得

$$\frac{ML}{T^2} R_w = f\left(\frac{M}{L^3} \rho, \frac{M}{LT} \mu, \frac{L}{T} c, \frac{L}{T} v, \delta, Ly, Ll_h, Ld\right)$$

M 、 L 、 T 可以任意取, 假定

$$Ld = 1; \quad \frac{L}{T} v = 1; \quad \frac{M}{L^3} \rho = 1$$

于是有

$$L = \frac{1}{d}; \quad T = Lv = \frac{v}{d}; \quad M = \frac{L^3}{\rho} = \frac{1}{\rho d^3}$$

把 M 、 L 、 T 的值代入 R_w 表达式

$$R_w = d^2 \rho v^2 \left(\frac{\mu}{\rho dv}, \frac{c}{v}, \frac{y}{d}, \frac{l_h}{d}, \delta \right) \quad (1-1-2)$$

函数 f 中的前二项与介质性质有关，后三项与介质性质无关，因此可以简化成

$$R_w = d^2 \rho v^2 f_w \left(\frac{\mu}{\rho dv}, \frac{v}{c} \right) f_1 \left(\frac{y}{d} \right) f_2 \left(\frac{l_h}{d} \right) f_3(\delta) \quad (1-1-3)$$

式中 $f_1 \left(\frac{y}{d} \right)$ —— 弹丸侵入深度影响函数；

$f_2 \left(\frac{l_h}{d} \right)$ —— 弹丸形状(主要是弹头部形状)影响函数；

$f_3(\delta)$ —— 弹丸攻角影响函数。

$f_w(\mu/\rho dv, v/c)$ 中, $\frac{v}{c}$ 项代表介质的压缩性对阻力的影响。弹丸侵入介质后, 其前面介质产生应力波。根据弹丸的速度, 波可能是弹性波、弹塑性波或冲击波。在一般情况下, 弹丸的速度小于介质的音速, 只产生弹性波或弹塑性波, 波的强度较弱, 介质的压缩性不可能呈现。如弹丸的速度超过介质音速, 则将产生冲击波并将以超音速与弹丸一起推进, 这时介质的压缩性的影响就不能忽略了。

介质音速可根据下式计算

$$c = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} = \sqrt{\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \frac{E}{\rho}$$

式中 λ —— 拉梅, 参数 $\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}$;

E —— 杨氏模量;

ν —— 波松比;

G —— 剪切模量, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$;

ρ —— 介质密度。

水的音速在1500m/s左右, 坚土的音速也在此值左右, 混凝土、岩石的音速高于此值。通常弹丸速度小于介质音速, 所以应力波较弱, 可忽略压缩性的影响。松土的音速一般低于100m/s, 故其压缩性影响不可忽略。因此, 除了松土外介质阻力可表为

$$R_w = d^2 \rho v^2 f_w \left(\frac{\mu}{\rho dv} \right) f_1 \left(\frac{y}{d} \right) f_2 \left(\frac{l_h}{d} \right) f_3(\delta)$$

如介质为理想流体, 即 $\mu=0$, 则有

$$R_{w1} = d^2 \rho v^2 b_1 f_1 f_2 f_3$$

式中 b_1 为常数。此式表示弹丸侵入介质时, 介质的惯性阻力, 也称之为动阻力或动抗力。

如介质没有惯性阻力, 即 $b_1=0$, 而只有粘滞阻力时, 因液体介质的粘滞阻力与粘滞系数 μ 成正比, 可表为

$$\begin{aligned} R_{w2} &= d^2 \rho v^2 b_2 \frac{\mu}{\rho dv} f_1 f_2 f_3 \\ &= b_2 \mu dv f_1 f_2 f_3 \end{aligned}$$

式中 b_2 为常数, 此式表示弹丸侵入介质时, 介质的粘滞阻力。

弹丸侵入液体介质时, 总阻力为

$$R_w = R_{w1} + R_{w2} \\ = (b_1 \rho d^2 v^2 + b_2 \mu d v) f_1 f_2 f_3 \quad (1-1-4)$$

2. 颗粒体介质的阻力

影响介质阻力的介质性质方面的因素有：介质密度 ρ ，粘滞系数 μ ，内摩擦系数 γ ，颗粒体结合力。

由于颗粒体的颗粒结合力较小，再加上弹丸侵入时压应力远大于颗粒结合力，所以可忽略它的影响。颗粒体阻力可表为

$$R_g = f(d, v, \rho, \gamma, \mu, \gamma, l_h, \delta) \quad (1-1-5)$$

同样用量纲分析法得到

$$R_g = \rho d^2 v^2 f_g \left(\gamma, \frac{\mu}{\rho d v} \right) f_1 \left(\frac{\gamma}{d} \right) f_2 \left(\frac{l_h}{d} \right) f_3(\delta) \quad (1-1-6)$$

并进行类似的讨论，得

$$R_g = R_{g1} + R_{g2} \\ = [b_1(\gamma) \rho d^2 v^2 + b_2 \mu d v] f_1 f_2 f_3 \quad (1-1-7)$$

式中 $b_1(\gamma)$ 为与内摩擦系数有关的常数。由此可见颗粒体介质与液体介质的阻力形式相同，都是只由惯性阻力和粘滞阻力二部分组成。

3. 固体介质阻力

影响介质阻力的介质性质方面的因素有：介质密度 ρ ，粘滞系数 μ ，弹性模量 E ，屈服限 σ_s 。固体介质阻力可表为

$$R_s = f(\rho, \mu, E, \sigma_s, d, v, \gamma, l_h, \delta) \quad (1-1-8)$$

用量纲分析法得到

$$R_s = \rho d^2 v^2 f_s \left(\frac{\mu}{\rho d v}, \frac{\sigma_s}{\rho v^2}, \frac{E}{\rho v^2} \right) f_1 f_2 f_3 \quad (1-1-9)$$

f_s 中的 $\frac{E}{\rho v^2}$ ， $\frac{\sigma_s}{\rho v^2}$ 项表示弹丸侵入固体介还要克服固体介质分子间的结合力，此即所谓静阻力或称静抗力。静阻力可认为与介质的应力 σ 成正比，而

$$\sigma = \sigma_s + E' \varepsilon$$

因此固体介质阻力可表为

$$R_s = R_{s1} + R_{s2} + R_{s3} \\ = [b_1 \rho d^2 v^2 + b_2 \mu d v + b_3 (\sigma_s + E' \varepsilon) d^2] f_1 f_2 f_3 \quad (1-1-10)$$

式中 b_1 、 b_2 、 b_3 皆为常数， b_3 由 σ_s 、 E' 决定。可见固体介质阻力与其他二种介质阻力不同，它多了一项介质的静阻力，介质静阻力取决于介质的机械性质，而与弹丸速度无关。

归纳一下前面的讨论，可做出介质阻力与速度关系图，见图1-1-3。 R_1 为介质的惯性阻力与速度平方成正比， R_2 为介质的粘滞阻力与速度一次方成正比， R_3 为介质的静阻力只与介质性质有关而与速度无关。

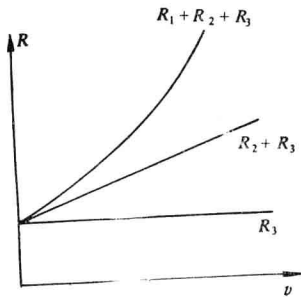


图1-1-3 介质阻力与速度的关系

§1-2 弹丸侵入深度、头部形状和攻角对阻力的影响

一、只考虑惯性阻力的情况下，弹丸侵彻深度和弹形的影响

当弹丸速度较高时，介质的惯性阻力远大于静阻力，可以近似地认为弹丸只受惯性阻力的作用。

弹丸侵彻介质的初始阶段，介质的阻力急剧增大，这是因为被排开和飞溅的介质越来越多。可以认为弹丸的能量主要消耗在介质飞溅和一部分介质随弹丸一起运动所做的功上。也就是说，弹丸消耗的动能应该等于介质阻力做的功。

忽略粘滞阻力，并假设 $\delta=0$ 有 $f_3(\delta)=1$ 。则近似可得

$$f_1\left(\frac{y}{d}\right) \propto \left(\frac{y}{d}\right)^2 \quad (1-2-1)$$

$$f_2\left(\frac{l_h}{d}\right) \propto \left(\frac{\cos \alpha'}{\sin \alpha'}\right)^4 (1 + \cos \alpha') \quad (1-2-2)$$

式中 α' 为弹头部母线与介质表面的夹角，可近似表为

$$\alpha' \doteq \arctg \frac{2l_h}{d}$$

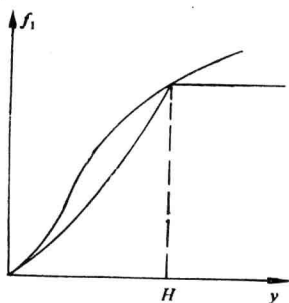


图1-2-1 侵彻深度函数曲线

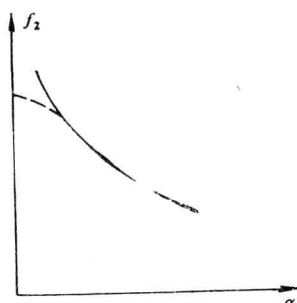


图1-2-2 弹形函数曲线

据此可以做侵彻深度函数 f_1 和弹形函数 f_2 曲线，见图1-2-1和图1-2-2。这里需要说明的是： $\alpha' \rightarrow 0$ 时， f_2 是个有限的量，不可能是无穷大量。此时阻力的大小与介质的压缩性有关。

二、只考虑静阻力情况下弹形的影响

当弹丸的速度较小时，介质的动阻力和粘滞阻力皆可忽略不计，静阻力为介质主要阻力。

近似取介质对弹头部压力与速度方向压力之间成余弦函数关系。而介质对弹头部压力取轴向分量并积分可得轴向阻力。在积分时可取介质对弹头部压力的平均压力，最后表成与速度方向压力的函数关系。

假设 $\delta=0$ ，则有 $f_3(\delta)=1$ 。当 $y > l_h$ 时，又有 $f_1(y/d)=1$ 。可求出

$$f_2\left(\frac{l_h}{d}\right) \propto \left(\frac{l_h}{d}\right)^{-1} (f) \quad (1-2-3)$$

式中 f 为弹丸与介质的摩擦系数。也就是说，弹头部越长，弹顶角（弹头部母线在弹顶处的夹

角)就越小,如摩擦系数再小则弹形函数 f_2 的值就越小。球形弹 $l_h/d=0.5$,做为标准弹形,其弹形函数与其他弹形弹的弹形函数之比

$$i_1 = \frac{f_2\left(\frac{1}{2}\right)}{f_2\left(\frac{l_h}{d}\right)}$$

称之为弹形系数。可近似计算求得,也可通过试验求得。近似计算公式为

$$i_1 = 1 + 0.3 \left(\frac{l_h}{d} - 0.5 \right) \quad (1-2-4)$$

弹形系数近似计算曲线与试验曲线见图1-2-3。

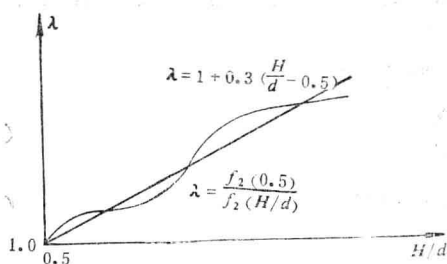


图1-2-3 弹形系数曲线

三、攻角的影响

同样假设介质对弹头部压力与速度方向压力之间成余弦函数关系。当弹轴偏离速度向量一个角度 δ 时,则介质阻力就可在 δ 平面内分解为二个分量。对此二分量积分就可得

$$R_x = c_1 \cos \delta \quad (\text{弹轴方向分量})$$

$$R_y = c_2 \sin \delta \quad (\delta \text{平面内垂直} x \text{轴分量})$$

$$M = c_3 \cos \delta \sin \delta$$

式中 c_1, c_2, c_3 与 δ 无关,且可知 $\delta=0$ 时 $c_1=R_f$, $\delta=\pi/2$ 时 $c_2=R_f$ 。表成正面阻力、法向阻力与力矩的形式

$$R_f = R_x \cos \delta + R_y \sin \delta$$

$$R_N = -R_x \sin \delta + R_y \cos \delta$$

把 R_x, R_y 代入,则有

$$R_f = c_1 \left(\cos^2 \delta + \frac{c_2}{c_1} \sin^2 \delta \right)$$

$$R_N = (c_2 - c_1) \sin \delta \cos \delta$$

对正面阻力来说

$$f_{3f}(\delta) \propto \sin^2 \delta \quad (1-2-5)$$

对法向阻力来说

$$f_{3N}(\delta) \propto \sin 2\delta \quad (1-2-6)$$

对翻转力矩来说

$$f_{3M}(\delta) \propto \sin 2\delta \quad (1-2-7)$$

可以看出在攻角较小时,正面阻力、法向阻力、翻转力矩等都随着 δ 的增大而增大。

§1-3 弹丸在介质中的运动方程

为了推导运动方程,做如下假设:

(1) 攻角 δ 的初值 δ_0 在射面上;

(2) 弹丸本身的旋转运动对攻角 δ 的平面位置的影响不计;

(3) 作用在弹丸上的力和力矩只有:正面阻力 R_f ,法向阻力 R_N ,翻转力矩 M 。

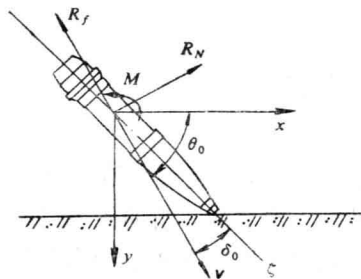


图1-3-1

取直角坐标系 xOy (图1-3-1), 弹丸质心为坐标原点, x 轴为水平轴, y 轴为铅垂轴, xOy 面即为弹道平面。弹丸质心运动方程为

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -R_f \cos \theta + R_N \sin \theta \quad (1-3-1)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -R_f \sin \theta - R_N \cos \theta \quad (1-3-2)$$

式中 m ——弹丸质量;

θ ——落角, 弹道切线与水平面的夹角。

弹丸绕质心旋转方程为

$$B \left(\frac{d^2\delta}{dt^2} - \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) = M \quad (1-3-3)$$

式中, B 为弹丸的赤道转动惯量。在这里取弹轴在弹道切线之上 δ 为正, 反之为负。

弹丸速度在 x 、 y 轴方向的分量为

$$\frac{dx}{dt} = v \cdot \cos \theta, \quad \frac{dy}{dt} = v \cdot \sin \theta$$

微分后得

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \cos \theta \frac{dv}{dt} - v \sin \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \sin \theta \frac{dv}{dt} + v \cos \theta \frac{d\theta}{dt}$$

代入弹丸运动方程得

$$\frac{dv}{dt} \cos \theta - v \sin \theta \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{m} R_f \cos \theta + \frac{1}{m} R_N \sin \theta$$

$$\frac{dv}{dt} \sin \theta + v \cos \theta \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{m} R_f \sin \theta - \frac{1}{m} R_N \cos \theta$$

第一个方程乘以 $\cos \theta$, 第二个方程乘以 $\sin \theta$ 相加得

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{m} R_f \quad (1-3-4)$$

第一个方程乘以 $\sin \theta$, 第二个方程乘以 $\cos \theta$ 相减得

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{m} \frac{R_N}{v} \quad (1-3-5)$$

由 $r d\theta/dt = v$ (r 为弹道曲率半径), 而 $r = 1/K$ (K 为弹道曲率), 故有

$$\frac{d\theta}{dt} = Kv$$

$$Kv = -\frac{1}{m} \frac{R_N}{v}$$

$$K = -\frac{1}{m} \frac{R_N}{v^2} \quad \text{或} \quad r = -\frac{m v^2}{R_N} \quad (1-3-6)$$

目前还不能建立 R_f 、 R_N 与 M 的解析表达式, 也不能准确计算 R_f 、 R_N 和 M 的数值, 因为各种不同介质的系数 b_1 、 b_2 和 b_3 还不能准确确定, 修正函数 f_1 、 f_2 和 f_3 的函数形式及数值也不能

准确确定。因此，弹丸在介质中的运动方程当前还不可能得到精确解，只能做些不同的假设得出不同的近似解。

§1-4 侵彻行程和时间的计算

由于侵彻阻力 R 的影响因素很多，且有些影响因素到目前为止还缺乏充分地认识，难以从理论上进行完善的描述。再就是运动方程是在一定假设基础上建立的，有的假设如不考虑弹丸旋转的影响与实际差别较大。不考虑弹丸的旋转，弹丸在土壤等介质中的弹道是稳定的、有规律的；考虑弹丸的旋转，则弹道就是不稳定的、复杂的、随机的。因此，最好的、最方便的方法是对阻力 R 做出假设，并在此基础上建立侵彻公式，然后通过试验得到各种经验系数，获得在一定范围内简单的、具有实用价值的计算公式。这种半经验半理论的方法在解决各种计算中得到了普遍的应用。

对 R 采用不同的假设，就得到不同的侵彻公式。因此，弹丸侵彻土石等介质的侵彻公式很多，这里仅介绍几个比较典型的公式。

一、别列赞公式

别列赞公式是1912年俄国在德涅泊河口的别列赞(Березань)岛上进行大量射击试验总结出来的经验公式。公式比较简单，且公式中的系数在实际运用中又得到修正，比较符合实际情况，得到了广泛的应用。也可以假设一阻力规律，并认为弹丸在介质内做直线运动，由运动方程推导出别列赞公式。

设 $R_f = cd^2v$ ，则

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= -cd^2v \\ mv \frac{dv}{dl} &= -cd^2v \\ m dv &= -cd^2 dl \\ \text{积分} \quad m \int_{v_c}^v dv &= -cd^2 \int_0^L dl \\ L &= \frac{m}{cd^2}(v_c - v) \end{aligned}$$

当 $v=0$ 时，得

$$L_{max} = \frac{1}{c} \frac{m}{d^2} v_c$$

令 $\frac{1}{c} = i_1 K$ ，则得别列赞公式

$$L_{max} = i_1 K \frac{m}{d^2} v_c \tag{1-4-1}$$

式中 i_1 ——弹形系数，以 l_h 表示弹头长度，则 $i_1 = 1 + 0.3\left(\frac{l_h}{d} - 0.5\right)$ ；

K ——由介质性质决定的阻力系数(见表1-4-1)；

m ——弹丸质量(kg)；

d ——弹径(m)；