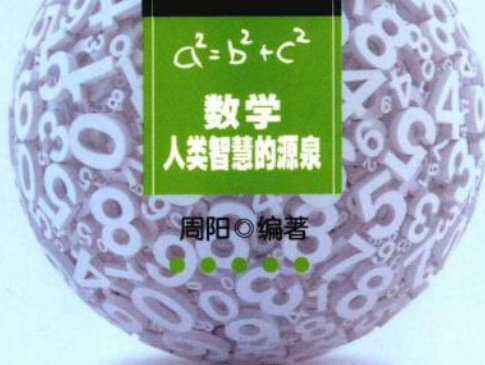




中吉联合



$$a^2 = b^2 + c^2$$

数学
人类智慧的源泉

周阳◎编著



挖掘人类潜能 的点睛石

RENLEIZHIHUIDEYUANQUAN

WAJUERENLEIQIANNENG
DEDIANJINGSHI



中国出版集团



现代出版社

数学
人类智慧的源泉

挖掘人类潜能 的点睛石

RENLEIZHIHUIDEYUANQUAN

周阳◎编著



中国出版集团
现代出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

挖掘人类潜能的点睛石 / 周阳编著. —北京: 现代出版社, 2012. 12

(数学: 人类智慧的源泉)

ISBN 978 - 7 - 5143 - 0921 - 8

I. ①挖… II. ①周… III. ①数学 - 青年读物②数学 - 少年读物 IV. ①O1 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 274977 号

挖掘人类潜能的点睛石

- | | |
|------|-------------------------------------|
| 编 著 | 周 阳 |
| 责任编辑 | 刘春荣 |
| 出版发行 | 现代出版社 |
| 地 址 | 北京市安定门外安华里 504 号 |
| 邮政编码 | 100011 |
| 电 话 | 010 - 64267325 010 - 64245264 (兼传真) |
| 网 址 | www. xdcbs. com |
| 电子信箱 | xiandai@ cnpitc. com. cn |
| 印 刷 | 北京市业和印务有限公司 |
| 开 本 | 710mm × 1000mm 1/16 |
| 印 张 | 12 |
| 版 次 | 2013 年 3 月第 1 版 2013 年 3 月第 2 次印刷 |
| 书 号 | ISBN 978 - 7 - 5143 - 0921 - 8 |
| 定 价 | 29. 80 元 |
-

版权所有, 翻印必究; 未经许可, 不得转载



前言

数学是一门起源于人类生产生活实践的古老学科，第一个被抽象化的数学概念大概是数字。原始人对诸如两个野果及两头野兽之间有某样相同事物的认知是人类思想的一大突破。除了认识到如何去数实际物质的数量，原始人也了解如何去数抽象物质的数量，如日、季节和年。正是这种看似幼稚的认知推进了数学的极大发展，在人类不断探索中，数学逐渐得到了发展和完善。时至今日，数学已是一门有着自己完整体系的现代化学科，如今不但物理学、化学、天文学、地理学、生物学、医学、工程学在用数学，甚至经济学、语言学也开始用到相当多的数学。

数学不代表枯燥无味，不代表味同嚼蜡，相反，它倒是一门有着极大趣味的学科，无论是在认知领域，还是在应用领域，数学都有着自己独特的趣味和魅力。以八卦的发明和应用为例，八卦是我国古代一套有象征意义的符号，8种卦形中每一卦形代表一定的事物，各种卦形互相搭配又得到64卦，用来象征各种自然现象和人事现象。神奇的是，八卦和二进位制却有着十分紧密的关系，追本溯源，二进位制的最终源头便是这神秘的八卦。

数字是神奇和饶有趣味的。完全数、亲和数、对称数、魔术数等都有着自身的特性和应用，1、2、3、4、5、6、7、8、9、0这些貌似平常的数字都不可小觑，它们或联合，或独立，或富有变化，或性质独特，构成了一个热闹的数字世界。我们现在的世界可以说就是一个数字世界，数字电视、数字电影、数字通讯、数字金融等等数字产品已经深深融入了我们的生产和生活中，我们



的生活方式都要数字化了。

图形是数学中的一支奇葩，正方形的形式美，椭圆的变化美，圆的包容性……都给人以无限遐想。数学的趣味美，体现于它奇妙无穷的变幻，而这种无穷的变幻多半就体现在图形的变化上，各种变化多端的奇妙图形，赏心悦目；各种扑朔迷离的符形变幻，蕴意深刻。

此外，数学的趣味性还表现在数学游戏、数学故事等方面，数学真可以说是一个美丽多彩的大花园。



目 录

趣味十足的数学起源

实物计数时代	1
进位制的革命	4
算筹记数法	9
阿拉伯人的功劳	12
整数的诞生	14
神奇的八卦	17
奇妙的幻方	20
珠算的发明	23
尖锥术的发明	28
勾股定理的问世	31
无理数的诞生	34
测量长度以人体为基准	38
平面直角坐标系的创建	41
手摇计算器曲折问世	44
常用数学符号的起源、发展	47



趣味盎然的数学算题

算算天有多高	55
千奇百怪的数	57
数学格言算题	66
裁纸中的计算题	67
规律数字算题	69
趣味填数	74
填符号得等式	78
整除运算的奥妙	82
马拉松式的计算	85
根据树龄算地震年代	88
质因数与数字密码设置	90

奇趣多变的数学图形

完全正方形	94
拼出美丽图案	98
美丽的曲线——椭圆	101
美妙的对称	104
精巧的蜂房	105
神奇的圆状体	108
大海里的生命形式	111

妙趣横生的数学游戏

《西游记》里倒数诗	114
-----------------	-----

七巧板游戏	116
猜数游戏	119
“三件套”游戏	122
摸球游戏	125

生动有趣的数学故事

数字入诗	129
数字入联	133
数学谜语	136
曹冲称象	140
韩信点兵	142
狄青的花招	146
丢番图的墓志铭	148
日神提出的难题	150
走进梦境里的数学家	153
别开生面的数学竞赛	155
欧拉智改羊圈	158
欧拉“走”七桥	161
破解哥德巴赫猜想	163
爱迪生巧算灯泡	169
总共有多少兔子	172
“天然居”算式	175
教徒的陷阱	177
一场关于乐谱的争论	181

趣味十足的数学起源

数学是一门古老的学科，有着极其悠久的历史，最初起源于人们的生产生活实践，带有很强的时代烙印，比如，原始人用生活中的小木棍、小石头、竹片，捕获猎物的兽骨，捡拾的贝壳来表示数目。在此实物记数的基础上，我国先人发明了算筹计数法，算筹记数法严格遵循我国另一伟大的发明——十进位制记数法。再说说进位制，进位制法有十进位制、八进位制、十二进位制，还有六十进位制和二进制等等，很有意思吧？实际上，数学不是枯燥无味的，而是一个非常有趣味的学科，许多人都十分愿意徜徉在数学的海洋中，并乐此不疲。

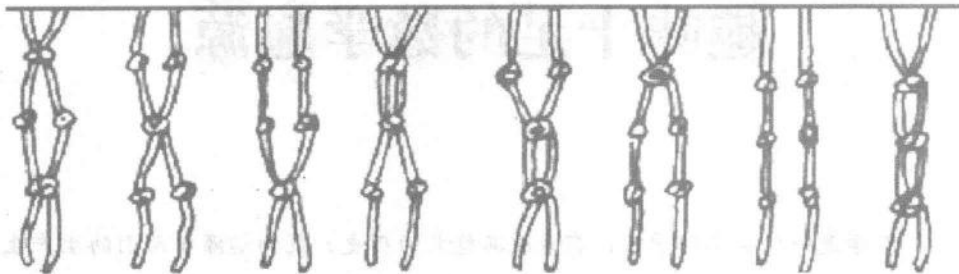
实物计数时代

为了表示数目，人类的祖先在摸索中逐渐学会了用实物来表现，如小木棍、竹片、树枝、贝壳、骨头之类。但是很快就发现这些东西容易散乱，不易保存，这样，人们自然会想到用结绳的办法来记数。

结绳（相当于今天的符号）记数在我国最早的一部古书《周易·系辞下》（约公元前 11 世纪成书）有“上古结绳而治，后世圣人，易之以书契”的记载（意思是说上古时人们用绳打结记数或记事，后来读书人才用符号记数去代替它）。这就是说，古代人最早记数用绳打结的方法，后来又发明了刻痕代替结



绳。“书契”是在木、竹片或在骨上刻画某种符号。“契”字左边的“丰”是木棒上所划的痕迹，右边的“刀”是刻痕迹的工具。《史通》称“伏羲始画八卦，造书契，以代结绳之政”。“事大，大结其绳；事小，小结其绳。结之多少，随物众寡”。



结绳计数

结绳记数在世界各地从古墓挖出的遗物中得到了验证。如南美洲古代有一个印加帝国，建立于 11 世纪，15 世纪全盛时期其领域包括现在的玻利维亚、厄瓜多尔、秘鲁，以及阿根廷、哥伦比亚和智利的部分领土。16 世纪西班牙殖民者初到南美洲，看到这个国家广泛使用结绳来记数和计数。他们用较细的绳子系在较粗的绳上，有时用不同颜色的绳子表示不同的事物。结好的绳子有一个专名叫“基普”。

南美印加人的结绳方法是在一条较粗的绳子上拴很多涂不同颜色的细绳，再在细绳上打不同的结，根据绳的颜色，结的位置和大小，代表不同事物的数目。

印加时代的基普还保留到今天，这些结绳制度在秘鲁高原一直盛行到 19 世纪。琉球群岛的某些小岛，如首里、八重山列岛等至今还没有放弃这种结绳记数的古老方法。

在结绳记数所用原料上面，各地有所不同，有的用麻，有的用草，还有的用羊毛。

但结绳有一定的弊端，一不方便，二不易长期保存，后世的人采用在实物（石、木、竹、骨等）上刻痕以代替结绳记数。现在已发现的最早的刻痕记数是于 1937 年在捷克斯洛伐克的摩拉维亚洞穴中出土的一根约 3 万年前的狼桡骨，上面刻有 55 道刻痕，估计是记录猎物的数目，这也是世界上发现最古老

的人工刻划记数实物。

在我国北京山顶洞发现了一万多年前带有磨刻符号的4个骨管。我国云南的佤族1949年前后还在使用刻竹记事。

在非洲中南部的乌干达和扎伊尔交界处的爱德华湖畔的伊尚戈渔村挖出的一根骨头，被确认为公元前8500年的遗物，骨上的刻痕表示数目。考古学家惊讶地发现，骨的右侧的纹数是11, 13, 17, 19，正好是10~20的4个素数（其和为60，恰是两个月的日数，也许与月亮有关。同时可断定古人已有素数的概念，这是不可思议的）；左侧是11, 21, 19, 9（其和也为60）相当于 $10+1$, $20+1$, $20-1$, $10-1$ 。这根骨刻现藏于比利时布鲁塞尔自然博物馆。但纹数之谜尚待进一步揭开。

刻痕的进一步发展，就形成了古老的记数符号——数字，随着记载数目的增大各种进位制也随之出现。

知识点

《史通》

《史通》是我国及全世界首部系统性的史学理论专著，成书于唐朝，作者为唐朝人刘知几。《史通》包括的范围十分广泛，基本上可以概括为史学理论和史学批评两大类。史学理论指有关史学体例、编纂方法以及史官制度的论述；史学批评包括评论史事、研讨史籍得失、考订史事正误异同等。《史通》拥有极高的史学地位，对后世影响深远。

延伸阅读

古巴比伦的泥版数字

19世纪前期，人们在亚洲西部伊拉克境内发现了50万块泥版，上面密密



麻麻地刻有奇怪的符号，这些符号是古巴比伦人的“楔形文字”。科学家们经过研究，发现泥版上记载了大量的数学知识。

古巴比伦人用“▼”表示1，用“<”表示10，从1到9是把“▼”写相应的次数。从10到50是把“<”和“▼”结合起来写相应的次数。他们还根据人有10个指头，一年月亮12次圆缺而产生了十进制和六十进制的想法。如现在的1小时=60分钟，1分=60秒就是源于古巴比伦人的六十进制。从那些泥版上，人们还发现巴比伦人掌握了许多计算方法，并且编成了各种表帮助计算，如乘法表、倒数表、平方和立方表、平方根和立方根表。他们还运用了代数的概念。

古巴比伦人也具备了初步的几何知识。他们会把不规则形状的田地分割为长方形、三角形和梯形来计算面积，也能计算简单的体积。他们非常熟悉圆周方法，求出圆周与直径的比 $\pi=3$ ，还使用了勾股定理。

他们的成就对后来数学的发展产生了巨大的影响。

进位制的革命

十进位制

我们每个人都有两只手，十个手指，除了残疾人与畸形者。那么，手指与数学有什么关系呢？

手指是人类最方便、也是最古老的计数器。

让我们再穿过“时间隧道”回到几万年前吧，一群原始人正在向一群野兽发动大规模的围猎。只见石制箭簇与石制投枪呼啸着在林中掠过，石斧上下翻飞，被击中的野兽在哀嚎，尚未倒下的野兽则狼奔豕突，拼命奔逃。这场战斗一直延续到黄昏。晚上，原始人在他们栖身的石洞前点燃了篝火，他们围着篝火一面唱一面跳，欢庆着胜利，同时把白天捕杀的野兽抬到火堆边点数。他们是怎么点数的呢？就用他们的“随身计数器”吧。一个，两个……，每个野兽

对应着一根手指。等到 10 个手指用完，怎么办呢？先把数过的 10 个放成一堆，拿一根绳，在绳上打一个结，表示“手指这么多野兽”（即 10 只野兽）。再从头数起，又数了 10 只野兽，堆成了第二堆，再在绳上打个结。这天，他们的收获太丰盛了，一个结，两个结……，很快就数到手指一样多的结了。于是换第二根绳继续数下去。假定第二根绳上打了 3 个结后，野兽只剩下 6 只。那么，这天他们一共猎获了多少野兽呢？1 根绳又 3 个结又 6 只，用今天的话来说，就是

1 根绳 = 10 个结，1 个结 = 10 只。

所以 1 根绳 3 个结又 6 只 = 136 只。

你看，“逢十进一”的十进制就是这样得到的。现在世界上几乎所有的民族都采用了十进制，这恐怕跟人有 10 根手指密切相关。当然，过去有许多民族也曾用过别的进位制，比如玛雅人用的是二十进制（他们是连脚趾都用上了）。我国古时候还有五进制，你看算盘上的 1 个上珠就等于 5 个下珠。而古巴比伦人则用过六十进制，现在的时间进位，还有角度的进位就用的六十进制，换算起来就不太方便。英国人则用的是十二进制（1 英尺 = 12 英寸，1 箩 = 12 打，1 打 = 12 个）。

十二进位制

十二进制制的起源之说很多，如说可能与人的手关节有关。除大拇指外，其余 4 个手指有 12 个关节；又说可能是一年有 12 个月有关；又说 12 是所有两位的“多倍数”中最小的一个，除 1 和 12 外，它还有约数 2、3、4、6，12 虽然比 10 只大 2，但约数却比 10 的约数多两个，用它做被除数整除的机会就多，古代就形成了十二进制。十二进制在历史上曾得宠一时，今天留下来的计数单位中，仍可见十二进制的痕迹，如 1 箩 = 12 打，1 打 = 12 个，1 呎 = 12 吋，1 先令 = 12 便士，此外钟面有 12 个小时等。

二进位制

在人类采用的记数法中，二进位制是最低的进位制。



在二进制中，只有 0 和 1 两个基本符号，0 仍代表“零”，1 仍代表“一”，但“二”却没有对应的符号，只得向左邻位进一，用两个基本符号来表示，即“满二就应进位”。这样，在二进制中，“二”应写作“10”，“三”应写作“11”，其他以此类推。

不同进位制的数是相互联系的，也是可以互相转化的。下面是十进制数和二进制数的关系对照表。

自然数	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	……
十进制	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	……
二进制	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	……

看了这个表，便会明白，为什么“ $1+1=10$ ”了。在二进制中，用 0 和 1 两个数码就能表示出所有的自然数。这就是二进制的优点。

正因为如此，被誉为“人类文明最辉煌的成就之一”的电子计算机，便采用了这二进制的数字线路。很显然，机器识别数字的能力低，10 个数字要用 10 种表达方式实在复杂，而对付两个数字，就简单容易得多了。

那么，这作用非凡的二进制是谁最先发明的呢？西方数学史家认为，它是 17 世纪德国著名数学家莱布尼兹的首创。莱布尼兹是一位卓越的天才数学家，1671 年，当他还只有 25 岁时，便发明了世界上第一台能进行加、减、乘、除运算的计算机；1684 年，他又与牛顿几乎同时各自独立地完成了微积分的研究。应该承认，莱布尼兹是欧洲最早发现二进制的数学家，但就世界范围来看，二进制的发明权应归属于我国，这便是那神秘的八卦。

八卦，是我国古代的一套有象征意义的符号，古人用它来模拟天地万物的生成。其符号结构的素材只有两种，即阳爻“—”和阴爻“--”。

这两种素材互相搭配，以 3 个为一组，便产生出 8 种符号结构：☰、☷、☱、☶、☴、☵、☲、☳。这 8 种符号结构就叫做八卦。它们的具体名称是乾☰、坤☷、震☱、艮☶、离☲、坎☵、兑☱、巽☴。

我们可以看出，每个卦形都是上、中、下三部分，这三部分称为“三爻”。上面的叫“上爻”，中间的叫“中爻”，下面的叫“初爻”。如果我们用阳爻

“—”表示数码“1”，用阴爻“--”表示数码“0”，并且由下而上，把初爻看做是第一位上的数字，中爻看做是第二位上的数字，上爻看做是第三位上的数字，那么，我们便会发现，八卦的8个符号，恰好与二进制吻合。

六十进位制

古巴比伦大约是公元前2000年建立的国家，叫巴比伦王国。那里的民族复杂，统治者经常更换。但这里的人民对数学贡献却很大。

巴比伦人对天文学很有研究，1个星期有7天是巴比伦人提出来的；1小时有60分，1分钟有60秒是巴比伦人提出来的；将圆周分为 360° ，每 1° 是 $60'$ ，每 $1'$ 是 $60''$ 是巴比伦人最早提出来的。

也许你会问，巴比伦人为什么这样喜欢60呢？这是因为巴比伦人使用六十进制。许多文明古国采用十进制，因为人长有10个手指头，数完了就要考虑进位。南美的印第安人，数完了10个手指头，又接着数10个脚趾，他们就使用二十进制。

巴比伦人为什么采用六十进制呢？人的身上好像没有和60有关的东西。然而对于这个问题却有两种截然不同的见解。

一种见解认为，巴比伦人最初以360天为一年，将圆周分为 360° ，而圆内接正六边形的每边都等于圆的半径，每边所对的圆心角恰好等于 60° ，六十进制由此而生。

另一种见解则认为，从出土的泥板上可知，巴比伦人早就知道一年有365天。他们选择六十进制是因为60是许多常用数（比如2、3、4、5、6、10……）的倍数，特别是 $60=12\times 5$ ，其中12是一年的月份数，5是一只手的手指数。

上述两种见解，毕竟是推测，事实究竟如何，也许随着对古巴比伦遗址的发掘，人们会得到更多的史料，从中找到答案。

二十进位制

二十进位制最初是由玛雅人创造的。



玛雅文化约形成于 28000 年前的墨西哥境内，繁荣于公元前的数百年间，是美洲古代文化中最发达、水平最高，也是世界最著名的文化之一。玛雅人创造了美洲唯一的文字，在天文历法方面有杰出的成就，他们发明了太阳历，把一年定为 365 天，一年分为 18 个月，每个月 20 天，剩下的 5 天为禁忌日。在数学方面，玛雅人创造了 3 个符号和二十进制制。

玛雅人创造的 3 个数学符号分别代表 1、5 和 0。到 5 以上就用“.”和“—”配合使用。在 3 个数学符号的基础上，他们创造了二十进制制。

与十进位相比较，玛雅数位为个位、20 位、400 位、8000 位等。

玛雅人在二十进制制的基础上，又创造了加法和减法，这种加减法只要掌握排列次序和进位、借位方法，就可以很快学会。



知识点

微积分

微积分是高等数学中研究函数的微分、积分以及有关概念和应用的数学分支。属于数学的一个基础学科。内容主要包括微分学、积分学及其应用。微分学是一套关于变化率的理论。它使得函数、速度、加速度和曲线的斜率等均可用一套通用的符号进行讨论。积分学，包括求积分的运算，为定义和计算面积、体积等提供一套通用的方法。

微积分的创建极大地推动了数学的发展，很多初等数学束手无策的问题，运用微积分，往往会得到很快、很好的解决。



延伸阅读

电子计算机采用二进制的原因

电子计算机的基本部件是由集成电路组成的，这些集成电路可以被看成是

一个个门电路组成的。当计算机工作的时候，电路通电工作，于是每个输出端就有了电压。电压的高低通过模数转换即转换成了二进制：高电平由1表示，低电平由0表示。也就是说将模拟电路转换成为数字电路。

电子计算机能以极高速度进行信息处理和加工，包括数据处理和加工，而且有极大的信息存储能力。数据在计算机中以器件的物理状态表示，采用二进制数字系统，计算机处理所有的字符或符号也要用二进制编码来表示。

用二进制的优点是容易表示，运算规则简单，节省设备。人们知道，具有两种稳定状态的组件（如晶体管的导通和截止，继电器的接通和断开，电脉冲电平的高低等）容易被找到，而要找到具有10种稳定状态的组件来对应十进制的10个数就很困难了。

算筹记数法

我国古代以筹为工具来记数、列式和进行各种数与式的演算的一种方法。筹，又称为策、筹策、算筹，后来又称之为算子。

算筹最初是小竹棍一类的自然物，以后逐渐发展成为专门的计算工具，质地与制作也愈加精致。据文献记载，算筹除竹筹外，还有木筹、铁筹、骨筹、玉筹和牙筹，并且有盛装算筹的算袋和算子筒。算筹实物已在陕西、湖南、江苏、河北等省发现多批。其中发现最早的是1971年陕西千阳出土的西汉宣帝时期的骨制算筹。

筹算在我国起源甚古，春秋战国时期是我国从奴隶制转变为封建制的时期，生产的迅速发展和科学技术的进步遇到了大量比较复杂的数字计算问题。为了适应这种需要，劳动人民创造了一种十分重要的计算方法，就是筹算。

春秋战国时期的《老子》中就有“善数者不用筹策”的记述。当时算筹已作为专门的计算工具被普遍采用，并且筹的算法已趋成熟。《汉书·律历志》中有关于算筹的形状与大小的记载：“其算法用竹，径一分，长六寸，二百七十一枚而成六觚，为一握。”西汉算筹一般是直径为0.23厘米，长约13.86