

严格依据 2014 年考研管理类联考综合能力考试大纲编写

高教版
2014

全国硕士研究生入学统一考试

全国硕士研究生入学统一考试
辅导用书编委会

管理类专业学位联考综合能力考试大纲解析

最佳搭配：综合能力大纲解析 + 冲刺 10 套卷 + 真题一本通

登录中国教育考试在线 <http://www.eduexam.com.cn> 分享资源、课程和冲刺密卷



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

严格依据 2014 年考研管理类联考综合能力考试大纲编写

高
2014

全国硕士研究生入学统一考试

全国硕士研究生入学统一考试
辅导用书编委会

管理类专业学位联考综合能力考试大纲解析

2014 QUANGUO SHUOSHI YANJIUSHENG RUXUE TONGYI KAOSHI
GUANLILEI ZHUANYE XUEWEI LIANKAO ZONGHE NENGLI KAOSHI DAGANG JIEXI



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

《2014全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲解析》根据教育部制定的《2014年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲》的要求和最新精神,深入研究上一年考研管理类联考综合能力部分命题的特点及动态,并结合考生复习的阶段性特点和大纲规定的考点编写。编写时,作者特别注重与学生的实际相结合,注重与考研的要求相结合。《2014全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲解析》由三个部分组成,包括数学基础、逻辑推理和写作。其中各部分包括以下内容:1.大纲的考试要求和考查内容详解。对大纲所要求的知识点进行了全面、准确地阐述,以加深考生对基本概念和原理等重点内容的理解和正确应用。本部分讲解考点明确、重点突出、层次清晰、简明实用。2.例题与经典习题。优化设计与大纲考点相关的同步训练题供考生选用,通过学练结合,使考生更好地巩固所学知识,提高实战能力。

图书在版编目(CIP)数据

2014 全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲解析/全国硕士研究生入学统一考试辅导用书编委会编. --北京:高等教育出版社, 2013.8

ISBN 978-7-04-038126-9

I. ①2… II. ①全… III. ①管理学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①C93

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 198711 号

策划编辑 刘佳 责任编辑 张耀明 刘佳 何新权 封面设计 王洋
版式设计 范晓红 责任校对 胡晓琪 责任印制 刘思涵

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 北京人卫印刷厂
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 22.25
字数 540千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版次 2013年8月第1版
印次 2013年8月第1次印刷
定价 45.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 38126-00

出版前言

高等教育出版社出版的2014年考研大纲、考试分析、大纲解析及配套题、名师导学、全国考研辅导班系列权威用书,以考研学生的特点和需求为出发点,融合了教学、命题、考研辅导等领域的专家、学者和优秀教师的多年经验和研究成果,内容完全切中考研大纲的考点,阐述准确、精炼、重点突出,而且各系列书在编写时吸取了各届考生的意见和建议,对考生来说是非常权威、实用的考试参考书。

一、《2014年全国硕士研究生入学统一考试英语(二)考试大纲(非英语专业)》

本书规定了2014年全国硕士研究生入学统一考试英语(二)的考试范围、考试要求、考试形式、试卷结构等,与2013年版相比,2014年版作了一定程度的修订。它既是2014年全国硕士研究生入学统一考试英语(二)考试命题的唯一依据,也是考生复习备考必不可少的工具书。

二、《2014年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲》

本书规定了2014年全国硕士研究生入学统一考试管理类联考综合能力的考试范围、考试要求、考试形式、试卷结构等,与2013年版相比,2014年版作了一定程度的修订。它既是2014年全国硕士研究生入学统一考试管理类联考命题的唯一依据,也是考生复习备考必不可少的工具书。

三、《2014年全国硕士研究生入学统一考试英语(二)考试大纲解析》

本书由考研命题专家根据全面调整后的2014年考研英语(二)考试大纲编写,以权威、精准、实用为目标,帮助考生全面了解、准确把握大纲对词汇、语法和各种题型的考查要求,并列举大量真题和模拟试题对考研英语知识运用、阅读理解、英译汉和写作等部分进行深入分析,给出考查要点和解题思路及答题方法,指导考生进行系统、扎实、高效地复习,最大限度地节省考生复习时间。此书语言凝练,内容准确,表述规范,篇幅适当,可贯穿复习始终,前期用于全面了解考研英语(二)的考试要点,是基础复习的首选;后期用来有针对性地做题,查缺补漏。

四、《2014年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲解析》

本书根据教育部制定的《2014年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲》的要求和最新精神,深入研究上一年考研管理类联考综合能力部分命题的特点及动态,并结合考生复习的阶段性特点和大纲规定的考点编写。编写时,作者特别注重与学生的实际相结合,注重与考研的要求相结合。本书由三个部分组成,包括数学基础、逻辑推理和写作。其中各部分包括以下内容:1.大纲的考试要求和考查内容详解。对大纲所要求的知识点进行了全面、准确地阐述,以加深考生对基本概念和原理等重点内容的理解和正确应用。本部分讲解考点明确、重点突出、层次清晰、简明实用。2.例题与经典习题。优化设计与大纲考点相关的同步训练题供考生选用,通过学练结合,使考生更好地巩固所学知识,提高实战能力。

本书在编写过程中得到如下几位老师的亲自指导和认真审阅。他们是陈剑(数学)、刘青松(逻辑、写作)、杨武金(逻辑)和陈君华(写作)。在此对他们付出的智慧与努力表示感谢!

为了给考生提供更多的增值服务,凡购买正版全国考研辅导班系列用书的考生都可以登录“中国教育考试网”www.eduexam.com.cn享受增值服务。

高等教育出版社

2013年8月

目 录

第一部分 数学基础

第一章 算术	3	第四章 数列	52
第二章 代数式和函数	20	第五章 几何	72
第三章 方程和不等式	35	第六章 数据分析	98

第二部分 逻辑推理

第一章 概念、判断、推理概论	133	第四章 归纳推理和类比推理	200
第二章 直言判断相关推理	150	第五章 综合推理	208
第三章 复合判断及其推理	171	第六章 论证分析	223

第三部分 写 作

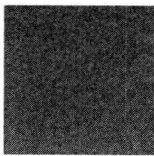
上编 论证有效性分析	265	下编 论说文	297
第一章 文体简介	265	第一章 文体简介	297
第二章 真题解析及参考范文	269	第二章 精选真题及参考范文	298
第三章 精选习题	293	第三章 审题立意	309

附 录

2013 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题及解析	327
---	-----

第一部分

数学基础



第一章 算 术

一、考点精析

考纲要求：

1. 整数

- (1) 整数及其运算
- (2) 整除、公倍数、公约数
- (3) 奇数、偶数
- (4) 质数、合数

2. 分数、小数、百分数

3. 比与比例

4. 数轴与绝对值

本章主要是学习其他数学知识的一个基础,需要考生掌握基本的运算.本章概念和名称很多,所以在学习时不仅要弄清楚概念之间的联系,更要掌握概念之间的区别.本章的重要考点为:公倍数、公约数和质数、合数.分数、小数、百分数和比与比例主要在应用题中体现.数轴与绝对值主要为绝对值方程和不等式做铺垫.

二、历年考试情况

本章历年主要考查三个方面:

1. 考查计算型的题目,主要围绕很长一串数字的化简计算;
2. 考查概念型的题目,主要围绕质数、合数、公倍数和公约数来展开;
3. 考查文字应用题,这一块是考试的重点,考题数量较多,占总题量的 1/3 左右.

三、考试地位及预测

根据历年的考试规律进行预测,由于本章是数学的基础,主要涉及小学高年级和初中内容,所以如果考查计算题和概念题,难度不会很大.但涉及相关考点的应用题比较灵活,技巧性比较强,所以要加大应用题的训练,具体应用题的常考题型和方法建议参看《MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力数学高分指南》.

主要从各个角度考查实数的计算.对于实数的计算,考生不仅要掌握这部分的内容,例如整数的运算技巧、分数的运算技巧、比例的运算技巧等,更要从一定高度对各块的数学知识进行综合归纳,例如等差、等比数列前 n 项和在计算中的应用,整体代换在计算中的应用等,否则做题的思路会很狭隘.

整式、分式:主要考查的是整式的除法.整式的除法,与数的除法类似,只要掌握因式定理、余式定理及几种常规的思路,这类问题即可求解.

第一节 考点解析

一、条件充分性判断题目

1. 条件充分性命题定义

对两个命题 A 和 B 而言,若由命题 A 成立,肯定可以推出命题 B 也成立(即 $A \Rightarrow B$ 为真命题),则称命题 A 是命题 B 成立的充分条件,或称命题 B 是命题 A 成立的必要条件.

2. 解题说明与各选项含义

本类题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论,即只要分析条件是否充分即可,而不必考虑条件是否必要. 阅读条件(1)和(2)后选择:

- A. 条件(1)充分,但条件(2)不充分.
- B. 条件(2)充分,但条件(1)不充分.
- C. 条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和条件(2)联合起来充分.
- D. 条件(1)充分,条件(2)也充分.
- E. 条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

【以上规定全书都适用,以后不再重复说明.】

二、实数

1. 数的概念与性质

自然数 \mathbf{N} : $0, 1, 2, \dots$.

整数 \mathbf{Z} : $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$.

分数:将单位“1”平均分成若干份,表示这样的一份或几份的数叫做分数.

百分数:表示一个数是另一个数的百分之几的数叫做百分数,通常用“%”来表示.

数的整除:当整数 a 除以非零整数 b ,商正好是整数而无余数时,则称 a 能被 b 整除或 b 能整除 a .

倍数,约数:当 a 能被 b 整除时,称 a 是 b 的倍数, b 是 a 的约数.

公约数和最大公约数:几个数公有的约数,叫做这几个数的公约数;其中最大的一个,叫做这几个数的最大公约数.

公倍数和最小公倍数:几个数公有的倍数,叫做这几个数的公倍数;其中最小的一个,叫做这几个数的最小公倍数.

【评注】如果用 a 和 b 表示两个自然数,那么这两个自然数的最大公约数与最小公倍数关系是: $(a, b) \times [a, b] = a \times b$. 其中 (a, b) 表示最大公约数, $[a, b]$ 表示最小公倍数.

奇数:不能被 2 整除的数.

偶数:能被 2 整除的数. 注意,0 是偶数.

质数:如果一个大于 1 的正整数,只能被 1 和它本身整除,那么这个正整数叫做质数(质数也称素数).

合数:一个正整数除了能被 1 和本身整除外,还能被其他的正整数整除,这样的正整数叫做合数.

▲质数与合数有如下重要性质

(1) 质数和合数都在正整数范围内,且有无数多个.

(2) 2 是唯一的既是质数又是偶数的整数,即是唯一的偶质数. 大于 2 的质数必为奇数. 质数中只有一个偶数 2,最小的质数为 2.

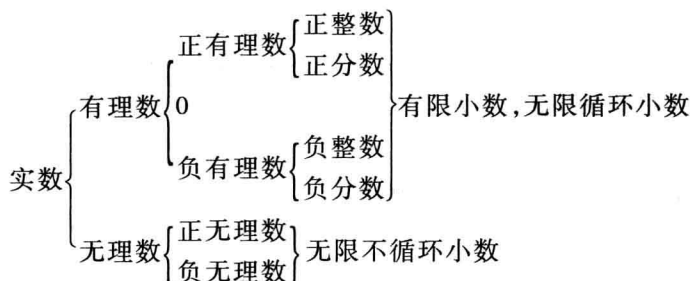
(3) 1 既不是质数也不是合数.

互质数:公约数只有 1 的两个数称为互质数.

【注意】两个相邻整数必为一奇一偶.

2. 数的分类

实数:包括有理数和无理数.



3. 常见整除的特点

能被 2 整除的数:个位为 0,2,4,6,8.

能被 3 整除的数:各数位数字之和必能被 3 整除.

能被 4 整除的数:末两位(个位和十位)数字必能被 4 整除.

能被 5 整除的数:个位为 0 或 5.

能被 6 整除的数:同时满足能被 2 和 3 整除的条件.

能被 8 整除的数:末三位(个位、十位和百位)数字必能被 8 整除.

能被 9 整除的数:各数位数字之和必能被 9 整除.

能被 10 整除的数:个位必为 0.

三、绝对值

1. 定义

正数的绝对值是它本身;负数的绝对值是它的相反数;零的绝对值还是零.

2. 数学描述

实数 a 的绝对值定义为 $|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$

其几何意义是一个实数 a 在数轴上所对应的点到原点的距离值.

3. 基本不等式

适合不等式 $|x| < a (a > 0)$ 的所有实数所对应的就是全部与原点距离小于 a 的点,即 $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a (a > 0)$. 同理可得 $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$ 或 $x > a (a > 0)$.

4. 绝对值的性质

(1) 对称性: $|-a| = |a|$, 即互为相反数的两个数的绝对值相等.

(2) 等价性: $\sqrt{a^2} = |a|$, $|a|^2 = a^2 (a \in \mathbf{R})$.

(3) 自比性: $-|a| \leq a \leq |a|$, 推而广之, $\frac{|x|}{x} = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$

(4) 非负性: 即 $|a| \geq 0$, 任何实数 a 的绝对值非负.

知识扩展, 推而广之, 具有非负性的数还有:

偶数次方(根式), 如 $a^2, a^4, \dots, \sqrt{a}, \sqrt[4]{a}, \dots$.

▲ 考点规则: 若干个具有非负性质的数之和等于零时, 则每个非负数应该为零; 有限个非负数之和仍为非负数.

5. 三角不等式

$$|a| - |b| \leq |a+b| \leq |a| + |b|.$$

左边等号成立的条件: $ab \leq 0$ 且 $|a| \geq |b|$.

右边等号成立的条件: $ab \geq 0$.

知识扩展, 推而广之, 同样有 $|a| - |b| \leq |a-b| \leq |a| + |b|$.

左边等号成立的条件: $ab \geq 0$ 且 $|a| \geq |b|$.

右边等号成立的条件: $ab \leq 0$.

【注意】考试要求掌握等号成立条件的判断.

四、比和比例

1. 比: 两个数相除, 又称为这两个数的比. 即 $a : b = \frac{a}{b}$. 其中 a 叫做比的前项, b 叫做比的后项. 相除所得商叫做比值. 记作 $a : b = \frac{a}{b} = k$, 在实际应用中, 常将比值表示成百分数, 称为百分比.

2. 比例: 相等的比称为比例, 记作 $a : b = c : d$, 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. 其中 a 和 d 称为比例外项, b 和 c 称为比例内项. 当 $a : b = c : d$ 时, 称 b 为 a 和 d 的比例中项, 显然当 a, b, d 均为正数时, b 是 a 和 d 的几何平均值.

3. 正比: 若 $y = kx$ (k 不为零), 则称 y 与 x 成正比, k 称为比例系数.

【注意】并不是 x 和 y 同时增大或减小才称为正比. 比如当 $k < 0$ 时, x 增大时, y 反而减小.

4. 反比: 若 $y = k/x$ (k 不为零), 则称 y 与 x 成反比, k 称为比例系数.

5. 比例的基本性质

$$(1) a : b = c : d \Leftrightarrow ad = bc.$$

$$(2) a : b = c : d \Leftrightarrow b : a = d : c \Leftrightarrow b : d = a : c \Leftrightarrow d : b = c : a.$$

6. 重要定理

$$(1) \text{更比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

$$(2) \text{反比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

$$(3) \text{合比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}.$$

$$(4) \text{分比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}.$$

$$(5) \text{合分比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm mc}{b \pm md} = \frac{a \pm c}{b \pm d} \quad (m=1).$$

$$(6) \text{等比定理: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} \quad (b+d+f \neq 0).$$

五、平均值

1. 算术平均值

设 n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n , 称 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ 为这 n 个数的算术平均值, 简记为 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$.

2. 几何平均值

设 n 个正数 x_1, x_2, \dots, x_n , 称 $x_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$ 为这 n 个正数的几何平均值, 简记为 $x_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$.

【注意】几何平均值是对于正数而言.

3. 基本定理

当 x_1, x_2, \dots, x_n 为 n 个正数时, 它们的算术平均值不小于它们的几何平均值, 即

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n} \quad (x_i > 0, i = 1, \dots, n).$$

当且仅当 $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$ 时, 等号成立.

4. 当 $n=2$ 时, $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ ($a, b > 0$).

5. $a + \frac{1}{a} \geq 2$ ($a > 0$), 即对于正数而言, 互为倒数的两个数之和不小于 2, 且当 $a=1$ 时取得最小值 2.

第二节 典型例题

一、问题求解

【例 1】用 10 以内的质数组成一个三位数, 使它能同时被 3、5 整除, 这个数最小是 m , 最大是 n , 则 $n-m$ 等于().

- A. 360 B. 345 C. 330 D. 375 E. 390

【解析】10 以内质数有: 2, 3, 5, 7; 同时能被 5 整除, 个位上的数只能是 5; 又能被 3 整除, 这个三位数各数位之和也必须是 3 的倍数, 所以只能用 3 和 7. 故可以得到这个数最小 m 是 375, 最大 n 是 735, 所以 $n-m=360$, 选 A.

【例 2】 A 是一个质数, 而且 $A+6, A+8, A+12, A+14$ 都是质数, 满足要求最小质数 A 的值为 m , 则 m^2+m+1 为().

- A. 55 B. 13 C. 21 D. 43 E. 31

【解析】这道题可以运用试算法进行思考, 从最小的质数开始试算.

$A=2$ 时, $A+6=2+6=8$, 8 是合数, 所以 A 不是 2;

$A=3$ 时, $A+6=3+6=9$, 9 是合数, 所以 A 不是 3;

$A=5$ 时, $A+6=5+6=11$, 11 是质数, $A+8=5+8=13$, 13 是质数, $A+12=5+12=17$, 17 也是质数, $A+14=5+14=19$, 19 还是质数, 所以 $A=5$ 是符合要求的最小质数. 故答案为 31, 选 E.

【例 3】若 x, y 是有理数, 且满足 $(1+2\sqrt{3})x + (1-\sqrt{3})y - 2 + 5\sqrt{3} = 0$, 则 x, y 的值分别为().

- A. 1, 3 B. -1, 2 C. -1, 3 D. 1, 2 E. 以上结论都不正确

【解析】 $(1+2\sqrt{3})x + (1-\sqrt{3})y - 2 + 5\sqrt{3} = (x+y-2) + (2x-y+5)\sqrt{3} = 0$, 所以 $\begin{cases} x+y-2=0, \\ 2x-y+5=0, \end{cases}$ 即

$$\begin{cases} x=-1, \\ y=3, \end{cases} \text{ 所以选 C.}$$

【例 4】设 a 与 b 之和的倒数的 2007 次方等于 1, a 的相反数与 b 之和的倒数的 2009 次方也等于 1. 则 $a^{2007} + b^{2009} = ($).

- A. -1 B. 2 C. 1 D. 0 E. 2^{2007}

【解析】根据题意 $\begin{cases} \left(\frac{1}{a+b}\right)^{2007} = 1, \\ \left(\frac{1}{-a+b}\right)^{2009} = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=0, \\ b=1, \end{cases}$ 所以 $a^{2007}+b^{2009}=1$. 所以选 C.

【例 5】已知实数 a, b, x, y 满足 $y+|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=1-a^2$ 和 $|x-2|=y-1-b^2$, 则 $3^{x+y}+3^{a+b}=(\quad)$.

- A. 25 B. 26 C. 27 D. 28 E. 29

【解析】 $y+|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=1-a^2 \Rightarrow y-1+a^2+|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=0$,

$$|x-2|=y-1-b^2 \Rightarrow |x-2|+b^2+1-y=0,$$

两式相加得 $|x-2|+b^2+a^2+|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=0$, 即 $x=2, a=b=0$, 再代入 $y+|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=1-a^2$ 可得 $y=1$, 所以 $3^{x+y}+3^{a+b}=3^{2+1}+3^{0+0}=28$. 所以选 D.

【例 6】设 $y=|x-a|+|x-20|+|x-a-20|$, 其中 $0 < a < 20$, 则对于满足 $a \leq x \leq 20$ 的 x 值, y 的最小值是 (\quad) .

- A. 10 B. 15 C. 20 D. 2 E. 30

【解析】由于 $a \leq x \leq 20$, 则 $y=x-a+20-x+a+20-x=40-x$, 当 $x=20$ 时, y 取得最小值, 为 $y=20$, 所以选 C.

【例 7】如果 x_1, x_2, x_3 的算术平均值为 5, 则 x_1+2, x_2-3, x_3+6 与 8 的算术平均值为 (\quad) .

- A. $3\frac{1}{4}$ B. 6 C. 7 D. $9\frac{1}{5}$ E. 9

【解析】已知 $\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=5 \Rightarrow x_1+x_2+x_3=15$, 则

$$\frac{x_1+2+x_2-3+x_3+6+8}{4}=\frac{15+2-3+6+8}{4}=7,$$

所以选 C.

【例 8】有 4 个不同的自然数, 它们的和是 1111, 它们的最大公约数最大能是 k , 则 k 的各个数位上的数之和为 (\quad) .

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

【解析】设这 4 个不同的自然数为 A, B, C, D , 有 $A+B+C+D=1111$. 将 1111 分解质因数: $1111=11 \times 101$, 显然 A, B, C, D 的最大公约数最大可能为 101, 记此时 $A=101a, B=101b, C=101c, D=101d$, 有 $a+b+c+d=11$, 当 $a+b+c+d=1+2+3+5$ 时满足, 即这 4 个数的公约数可以取到 101. 综上所述, 这 4 个不同的自然数, 它们的最大公约数最大能是 101. 各个数位上的数之和为 2, 所以选 A.

【例 9】两个正整数中, 甲数和乙数的最大公约数是 6, 最小公倍数是 90. 如果甲数是 18, 那么乙数是 m , 则 m 的各个数位之和为 (\quad) .

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

【解析】根据结论: 两个数的最大公约数与最小公倍数的乘积等于这两数的乘积. 则它们的最大公约数与最小公倍数的乘积为 $6 \times 90 = 540$, 则乙数为 $540 \div 18 = 30$. 故乙的各个数位之和为 3, 所以选 B.

【例 10】一个分数, 分子与分母之和是 100. 如果分子加 23, 分母加 32, 新的分数约分后为 $\frac{2}{3}$, 则原分数的分母与分子之差为 (\quad) .

A. 22 B. 23 C. 24 D. 25 E. 26

【解析】新的分数,分子与分母之和是 $(100+23+32)$,而分子与分母之比为 $2:3$.因此

$$\text{分子} = (100+23+32) \times \frac{2}{2+3} = 62.$$

$$\text{分母} = (100+23+32) \times \frac{3}{2+3} = 93.$$

$$\text{原来分数是} \frac{62-23}{93-32} = \frac{39}{61}.$$

所以分母与分子之差为22,选A.

【例11】已知 $a, b > 0$, a, b 的等差中项是 $\frac{1}{2}$, $\alpha = a + \frac{1}{a}$, $\beta = b + \frac{1}{b}$, 则 $\alpha + \beta$ 的最小值是().

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 2

【解析】由题知 a, b 的等差中项是 $\frac{1}{2}$, 得 $a+b=1$, 所以

$$\alpha + \beta = a + b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 + \frac{a+b}{ab} = 1 + \frac{1}{ab},$$

因为 $a > 0, b > 0$, 所以 $1 = a+b \geq 2\sqrt{ab}$, 则 $0 < 2\sqrt{ab} \leq 1, 0 < ab \leq \frac{1}{4}$, 所以当 $ab = \frac{1}{4}$ 时, $(\alpha +$

$$\beta)_{\min} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{4}} = 5, \text{所以选C.}$$

【例12】已知 $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{z}{c-a}$ (a, b, c 互不相等), 则 $x+y+z$ 的值为().

A. 0 B. 1 C. -1 D. 2 E. 3

【解析】设 $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{z}{c-a} = k$, 则 $x = (a-b)k, y = (b-c)k, z = (c-a)k$,

所以 $x+y+z = (a-b)k + (b-c)k + (c-a)k = (a-b+b-c+c-a)k = 0$, 选A.

【例13】一个三位数能被3整除, 去掉它的末位数后, 所得的两位数是17的倍数, 这样的三位数中, 最大的是().

A. 858 B. 855 C. 852 D. 849 E. 868

【解析】两位数是17的倍数的有: 17, 34, 51, 68, 85. 这5个数中最大的是85, 同时我们考虑到三位数能被3整除, 那么可能是: 852, 855, 858. 其中最大的是858. 应该选择A选项.

【例14】如果两数和为64, 两数积可以整除4875, 那么这两数的差是().

A. 12 B. 13 C. 14 D. 15 E. 17

【解析】可以将4875分解为 $3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 13$, 这些约数中小于64的有1, 3, 5, 15, 25, 13, 39. 在这7个数中和为64的只有2个数: 25和39. 所以, 这两数的差为14, 选择C选项.

【例15】某工厂2月份产值比1月份的增加10%, 3月份比2月份的减少10%, 那么().

A. 3月份与1月份产值相等 B. 1月份比3月份产值多 $\frac{1}{99}$
C. 1月份比3月份产值少 $\frac{1}{99}$ D. 1月份比3月份产值多 $\frac{1}{100}$

E. 以上答案均不正确

【解析】设1月份的产值为 a ,则2月份的产值为 $1.1a$,则3月份的产值为 $1.1a \times (1-10\%) = 0.99a$,则显然1月份比3月份产值多 $\frac{1}{99}$. 选择B选项.

【例16】一个三角形三内角大小之比为 $5:8:13$,则这个三角形().

- A. 是直角三角形 B. 是钝角三角形 C. 是锐角三角形
D. 可能是直角三角形,也可能是钝角三角形或锐角三角形 E. 以上答案均不正确

【解析】三角形的内角和为 180° ,所以可以知道三个角中最大的角为 $180^\circ \times \frac{13}{5+8+13} = 90^\circ$,因此这个三角形是直角三角形. 选择A选项.

【例17】若 $(\sqrt{3}-a)^2$ 与 $|b-1|$ 互为相反数,则 $\frac{2}{a-b}$ 的值为().

- A. $\sqrt{3}+1$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}-1$ D. 0 E. 1

【解析】有 $(\sqrt{3}-a)^2$ 与 $|b-1|$ 互为相反数,得 $(\sqrt{3}-a)^2 + |b-1| = 0$.

又因为 $(\sqrt{3}-a)^2 \geq 0, |b-1| \geq 0$,则 $\sqrt{3}-a=0, b-1=0$. 得 $a=\sqrt{3}, b=1, \frac{2}{a-b} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$,

故正确答案为A.

【例18】已知 a, b 均为实数,且 $b = \sqrt{\frac{2a+1}{4a-3}} + \sqrt{\frac{1+2a}{3-4a}} + 1$,则 a^2+b^2 的值等于().

- A. 2 B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{4}$ E. $\frac{7}{6}$

【解析】要使 b 有意义,则

$$\sqrt{\frac{2a+1}{4a-3}} \geq 0, \text{ 且 } \sqrt{\frac{1+2a}{3-4a}} \geq 0,$$

则 $2a+1=0$,即 $a=-\frac{1}{2}, b=1, a^2+b^2=\frac{5}{4}$,选D.

【例19】已知 $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2}, b = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$,则 $\sqrt{a^2+b^2+7}$ 的值为().

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7

【解析】由已知条件得: $a = \sqrt{5}+2, b = \sqrt{5}-2$,则

$$\sqrt{a^2+b^2+7} = \sqrt{9+4\sqrt{5}+9-4\sqrt{5}+7} = 5,$$

故选C.

【例20】已知 $2a+b+5c=0, a+2b+4c=0, c \neq 0$, 则 $a:b=()$.

- A. $-1:1$ B. $1:1$ C. $2:1$ D. $3:1$ E. 以上都不对

【解析】方法一:由已知条件,解方程组: $\begin{cases} 2a+b=-5c, \\ a+2b=-4c, \end{cases}$ 则 $\begin{cases} a=-2c, \\ b=-c, \end{cases}$ 故选C.

方法二:把 c 看成常数1,解方程组: $\begin{cases} 2a+b=-5, \\ a+2b=-4, \end{cases}$ 则 $\begin{cases} a=-2, \\ b=-1, \end{cases}$ 故选C.

【例21】若 x, y, z 是三个连续的负整数,并且 $x>y>z$,则下列表达式中正奇数的是().

- A. $yz-x$ B. $(x-y)(y-z)$ C. $x-yz$ D. $x(y+z)$ E. $x+y+z$

【解析】因为 x, y, z 是三个连续的负整数,并且 $x>y>z$,则 $x-y=1, y-z=1$,则 $(x-y)(y-z)=1$,故

选 B.

【例 22】有一个自然数 x , 除以 3 的余数是 2, 除以 4 的余数是 3, 问 x 除以 12 的余数是().

- A. 1 B. 5 C. 9 D. 11 E. 7

【解析】同余问题, x 加 1 后可以整除 3 和 4, 即加上 1 后可被 12 整除, 所以 x 除以 12 的余数是 11. 选 D.

【例 23】甲、乙两个工厂的技术人员人数与总人数之比均为 45%, 其中甲厂的人数比乙厂的多 12.5%, 技术人员的人数比乙厂的多 25%, 非技术人员人数比乙厂的多 6 人. 甲乙两厂共有()人.

- A. 680 B. 840 C. 960 D. 1020 E. 720

【解析】设甲、乙两厂共有 x 人, 由题意得甲厂人数为 $\frac{9}{17}x$, 乙厂人数为 $\frac{8}{17}x$, 甲厂技术人员的人数

为 $x \cdot \frac{5}{9} \cdot 45\% = \frac{1}{4}x$, 乙厂技术人员的人数为 $\frac{1}{5}x$,

$$\frac{9}{17}x - \frac{1}{4}x - \left(\frac{8}{17}x - \frac{1}{5}x \right) = 6,$$

解得 $x = 680$, 故选 A.

【例 24】有一本畅销书, 今年每册书的成本比去年增加了 10%, 因此每册书的利润下降了 20%, 但是今年的销售比去年增加了 70%, 则今年销售该书的总利润比去年增加了().

- A. 36% B. 25% C. 20% D. 15% E. 30%

【解析】方法一: 设每册书的利润是 a , 销售量是 m , 则依题意得

$$\frac{(1-20\%)a \cdot (1+70\%)m - am}{am} = 36\%,$$

故选 A.

方法二: 特值法: 设每册书的成本为 100 元, 去年销售了 100 册, 去年每册的利润为 x 元.

则 $x - 10 = 0.8x$, 则 $x = 50$, 则去年总利润为 5000 元, 今年总利润为 6800 元, $\frac{6800 - 5000}{5000} =$

36%, 选 A.

【例 25】两个正数的最大公约数是 6, 最小公倍数是 90, 满足条件的两个正整数组成的大数在前的数对共有().

- A. 0 对 B. 1 对 C. 2 对 D. 3 对 E. 无数对

【解析】根据两个正整数的最大公约数是 6, 可设两个正整数为 $m_1 = 6k_1, m_2 = 6k_2$ (k_1, k_2 互质),

则 m_1 与 m_2 的最小公倍数为 $6k_1k_2 = 90 \Rightarrow k_1k_2 = 15$, 得 $k_1 = 5, k_2 = 3$ 或 $k_1 = 15, k_2 = 1$, 故有两对, 选 C.

【例 26】三个质数之积恰好等于它们和的 5 倍, 则这三个质数之和为().

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14 E. 15

【解析】设三个质数分别为 m_1, m_2, m_3 .

根据题意得 $m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 = 5(m_1 + m_2 + m_3)$, 可推知 m_1, m_2, m_3 有一个为 5, 不妨设 $m_1 = 5$, 则

$$m_2 m_3 = m_2 + m_3 + 5,$$

得 $m_3 = \frac{m_2 + 5}{m_2 - 1} = 1 + \frac{6}{m_2 - 1}$, $m_2 - 1$ 为 6 的约数, 从而得 $m_2 = 2, m_3 = 7$,

因此 $m_1+m_2+m_3=14$, 选 D.

二、充分性判断题

【例 1】 $\frac{c}{a+b} < \frac{a}{b+c} < \frac{b}{c+a}$.

(1) $0 < c < a < b$;

(2) $0 < a < b < c$.

【解析】由条件(1)得 $0 < c < a < b, a+b > b+c > a+c > 0 \Rightarrow \frac{c}{a+b} < \frac{a}{b+c} < \frac{b}{a+c}$, 充分; 由条件(2), 令 $a=1, b=2,$

$c=3$, 则有 $\frac{c}{a+b}=1, \frac{a}{b+c}=\frac{1}{5}, \frac{b}{a+c}=\frac{1}{2}$, 不充分. 所以选 A.

【例 2】 $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$.

(1) $a > 0, b < 0$;

(2) $a < 0, b > 0$.

【解析】 $\sqrt{a^2b}$ 在 $b \geq 0$ 时才有意义, 条件(1)不充分; 当 $a < 0, b > 0$ 时, $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b} = -a\sqrt{b}$, 条件(2)充分. 所以选 B.

【例 3】 x, y 是实数, $|x| + |y| = |x-y|$.

(1) $x > 0, y < 0$;

(2) $x < 0, y > 0$.

【解析】若 $|x| + |y| = |x-y|$, 则只要 x, y 异号, 或者其中有一个为 0 即可, 所以两个条件均充分. 所以选 D.

【例 4】可以确定 $\frac{|x+y|}{x-y} = 2$.

(1) $\frac{x}{y} = 3$;

(2) $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$.

【解析】由条件(1), $x=3y$, 则 $\frac{|x+y|}{x-y} = \frac{|3y+y|}{3y-y} = \frac{2|y|}{y} = \begin{cases} 2, & y > 0, \\ -2, & y < 0, \end{cases}$ 不充分; 同理条件(2)亦不充分; 所以选 E.

【例 5】 ax^2+bx+1 与 $3x^2-4x+5$ 的积不含 x 的一次方项和三次方项.

(1) $a : b = 3 : 4$;

(2) $a = \frac{3}{5}, b = \frac{4}{5}$.

【解析】 ax^2+bx+1 与 $3x^2-4x+5$ 的乘积中, x^3 的系数是 $3b-4a=0, x$ 的系数 $5b-4=0$, 故(2)充分. 所以选 B.

【例 6】今有语文课本 42 册, 数学课本 112 册, 自然课本 70 册, 平均分成若干堆, 每堆中这 3 种课本的数量分别相等. 那么最多可分 m 堆.

(1) $m=14$;

(2) $m=7$.

【解析】显然堆数是 42 的约数, 是 112 的约数, 是 70 的约数. 即为 42, 112, 70 的公约数, 有 $(42, 112, 70) = 14$. 所以, 最多可以分成 14 堆. 选 A.

【例 7】加工某种机器零件, 要经过三道工序, 第一道工序每名工人每小时可完成 6 个零件, 第二道工序每名工人每小时可完成 10 个零件, 第三道工序每名工人每小时可完成 15 个零件. 要使加工生产均衡, 三道工序最少共需要 m 名工人.

(1) $m=12$;

(2) $m=10$.

【解析】为了使生产均衡, 则每道工序每小时生产的零件个数应相等, 设第一、二、三道工序上分别有 A、B、C 个工人, 有 $6A=10B=15C=k$, 那么 k 的最小值为 6, 10, 15 的最小公倍数, 即 $[6, 10, 15] = 30$. 所以 $A=5, B=3, C=2$, 则三道工序最少共需要 $5+3+2=10$ 名工人. 选 B.