

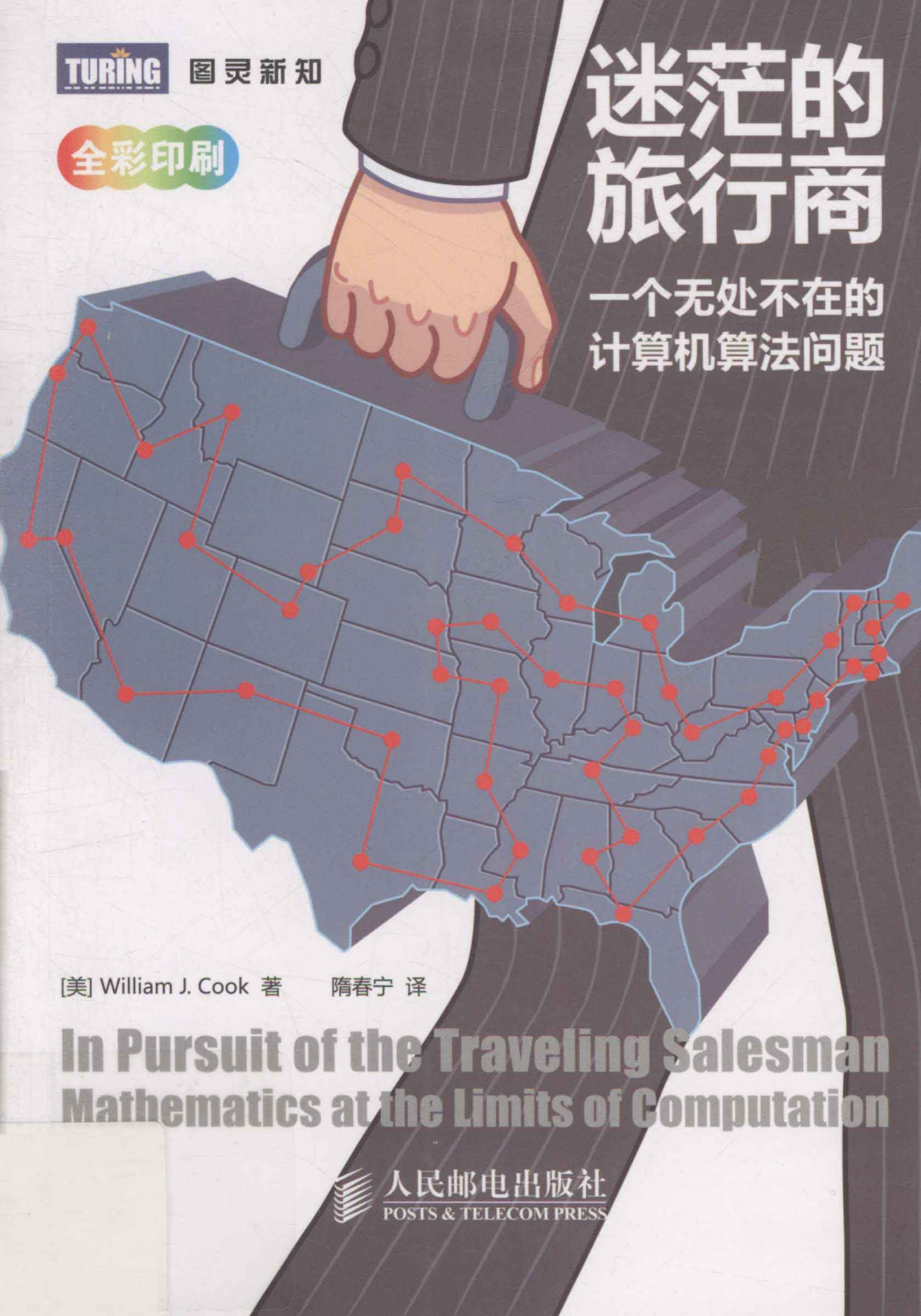
TURING

图灵新知

全彩印刷

迷茫的 旅行商

一个无处不在的
计算机算法问题



[美] William J. Cook 著 隋春宁 译

In Pursuit of the Traveling Salesman
Mathematics at the Limits of Computation



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING

图灵新知

迷茫的 旅行商

一个无处不在的
计算机算法问题

[美] William J. Cook 著 隋春宁 译

**In Pursuit of the Traveling Salesman
Mathematics at the Limits of Computation**

人民邮电出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

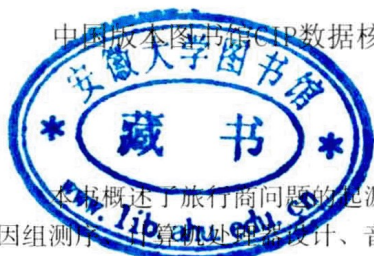
迷茫的旅行商：一个无处不在的计算机算法问题 /
(美) 库克 (Cook, W. J.) 著；隋春宁译. — 北京：人
民邮电出版社，2013.10

(图灵新知)

书名原文：In pursuit of the traveling
salesman: Mathematics at the limits of computation
ISBN 978-7-115-32773-4

I. ①迷… II. ①库… ②隋… III. ①电子计算机—
算法理论 IV. ①TP301.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第187297号



内 容 提 要

本书概述了旅行商问题的起源和历史，并阐述了其许多重要的应用范围，如基因组测序、计算机电路设计、音乐整理、行星寻找，等等。此外还探讨了人类如何在借助计算机的情况下解决这个令人着迷的数学问题。

本书图文并茂，生动有趣，适合所有对旅行商和数学感兴趣的读者。

◆ 著 [美] William J. Cook

译 隋春宁

责任编辑 李 瑛

执行编辑 岳新欣

责任印制 焦志炜

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号

邮编 100061 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

北京鑫丰华彩印有限公司印刷

◆ 开本：880×1230 1/32

印张：8

字数：254千字

2013年10月第1版

印数：1-4 000册

2013年10月北京第1次印刷

著作权合同登记号 图字：01-2012-6452号

定价：49.00元

读者服务热线：(010)51095186转604 印装质量热线：(010)67129223

反盗版热线：(010)67171154

广告经营许可证：京崇工商广字第 0021 号

站在巨人的肩上
Standing on Shoulders of Giants



www.ituring.com.cn

版 权 声 明

Original edition, entitled *In Pursuit of the Traveling Salesman: Mathematics at the Limits of Computation* by William J. Cook, ISBN: 978-0-691-15270-7, published by Princeton University Press.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from Princeton University Press.

Simplified Chinese translation copyright © 2013 by Posts & Telecom Press.

本书简体中文版由普林斯顿大学出版社授权人民邮电出版社独家出版。未经出版者许可，不得以任何方式复制本书内容。

仅限于中华人民共和国境内（中国香港、澳门特别行政区和台湾地区除外）销售发行。

版权所有，侵权必究。

“听着，老兄，这片土地上的每一条道路都有我的足迹。”

——Geoff Mack, 《我的足迹遍布四方》

序

在 Geoff Mack 的歌曲《我的足迹遍布四方》(*I've Been Everywhere*) 中, 主人公曾经去过以下城市: 里诺、芝加哥、法戈、布法罗、多伦多、温斯洛、萨拉索塔、威奇托、塔尔萨、渥太华、俄克拉荷马、坦帕、巴拿马、马特瓦、拉帕洛马、班戈、巴尔的摩、萨尔瓦多、阿马里洛、托卡皮罗、巴兰基亚、帕迪亚。

1988 年 2 月的一天晚上, 我和朋友 Vašek Chvátal 下定决心追随数学大师的脚步, 试着寻找周游多个目的地的最短路线。次日, 我们约在曼哈顿下城的一家计算机销售商店碰头, 那家店名为 Tri-State Camera。店里的技术人员一听说我们是数学家, 还想买一台速度快的计算机, 便盯着我们的眼睛, 告诫道: “你们俩不是想解决那道旅行商问题吧? 是不是啊?” 他颇有先见之明。在之后的 20 年里, 我们把大部分时光都用在了解这道题上。期间, 有很多台计算机在我们手下逐渐停止运转, 就像最初的这一台一样。

这道“臭名昭著”的题是这样的: 给定一系列城市, 试求出经过所有城市并回到出发地的最短路线。以 Geoff Mack 歌里唱到的那位旅行者为例, 经过那 22 座城市的路线总共有 51 090 942 171 709 440 000 条。可以想到, 逐一检验所有路线就是一种解题思路。在这样的计算量面前, 速度最快的超级计算机也要“挽起袖子”准备辛苦干上一整天。若有足够的耐心, 便有希望找到最短路线。然而, 假如城市数目变成 100 座, 那么就算征用地球上所有的计算机, 也不可能通过逐一检验所有路线找出最短的一条。

最后这句评论针对的是枚举路线的做法, 但如果说旅行商问题确实难解, 这理由绝对不足以让人信服。有一些类似的问题其实很容易解决, 而它们可供枚举的情形比旅行商的路线还要多。旅行商问题的与众

不同之处在于，尽管世界各地的一流应用数学家已经研究了几十年，但人们如今依然不知道，对于一般性的旅行商问题，如何才能得出远远优于简单暴力枚举检验的通用解法。很有可能根本就没有一种高效解法能保证解决该问题的所有具体题目。高效解法是否存在？这是一道严肃的数学问题，涉及可行计算的界限，因此触及复杂性理论的核心。对于想努力求出通用解法的勇士，克雷数学研究所准备了一份大奖——任何人只要能够提出高效解法或者证明不存在高效解法，便会得到 100 万美元的奖金。

在旅行商问题研究领域，克雷大奖关注的复杂性问题就像圣杯一样。我们也许连解法的影子都看不到，但这并不意味着数学家至今的研究都一无所获。事实上，这道问题带来了许多美妙而深刻的结论和猜想。在精确计算领域，一道包含 85 900 座城市的难题于 2006 年宣告破解。该题的最优路线经过计算脱颖而出，若是对数目异常庞大的所有路线逐一检验，需要用顶尖计算机工作站连续运转 136 年。在实际应用领域，人们使用该问题的解法，每天可以对大量应用题目计算出最优路线或近优路线。

旅行商问题之所以具有永恒的力量，原因之一在于，它是应用数学领域以及运筹学与数学规划方向的驱动力，对新发现起到了有目共睹的带动作用。而且，更多的发现可能就在前方不远处。本书的一大目标就是鼓励有意求解这道难题的读者，希望你们能追随自己的见解和思路。

在写作本书的过程中，我有幸得到了许多人的帮助和支持。首先，我要感谢同事 David Applegate、Robert Bixby 和 Vašek Chvátal。感谢我们在二十多年的岁月里，分享欢乐，共同工作，为揭开旅行商问题的部分奥秘而努力。

我还要感谢 Michel Balinsky、Mark Baruch、Robert Bland、Sylvia Boyd、William Cunningham、Michel Goemans、Timothy Gowers、Nick Harvey、Keld Helsgaun、Alan Hoffman、David Johnson、Richard Karp、Mitchel Keller、Anton Kleywegt、Bernhard Korte、Harold Kuhn、Jan Karel Lenstra、George Nemhauser、Gary Parker、William Pulleyblank、Andre Rohe、Lex Schrijver、Bruce Shepherd、Stan Wagon、David Shmoys、Gerhard Woeginger 和 Phil Wolfe。感谢他们对旅行商问题及其历史的讨论。

书中使用的图片和史料来自 Hernan Abeledo、Leonard Adleman、David Applegate、Masashi Aono、Jessie Brainerd、Robert Bixby、Adrian Bondy、Robert Bosch、John Bartholdi、Nicos Christofides、Sharlee Climer、James Dalgety、Todd Eckdahl、Daniel Espinoza、Greg Fasshauer、Lisa Fleischer、Philip Galanter、Brett Gibson、Marcos Goycoolea、Martin Grötschel、Merle Fulkerson Guthrie、Nick Harvey、Keld Helsgaun、Olaf Holland、Thomas Isrealsen、David Johnson、Michael Jünger、Brian Kernighan、Bärbel Klaaßen、Bernhard Korte、Drew Krause、Harold Kuhn、Pamela Walker Laird、Ailsa Land、Julian Lethbridge、Adam Letchford、Panagiotis Miliotis、J. Eric Morales、Randall Munroe、Yuichi Nagata、Denis Naddef、Jaroslav Nešetřil、Manfred Padberg、Elias Pampalk、Rochelle Pluth、Ina Prinz、William Pulleyblank、Gerhard Reinelt、Giovanni Rinaldi、Ron Schreck、Éva Tardos、Mukund Thapa、Michael Trick、Marc Uetz、Yushi Uno、Günter Wallner、Jan Wiener 和 Uwe Zimmermann。感谢他们所有人的热情帮助。

两所院校为我提供了极好的写作环境，分别是佐治亚理工大学的米尔顿·斯图尔特工业与系统工程学院和普林斯顿大学的运筹学与金融工程系。我对旅行商问题的研究工作得到了美国国家科学基金会（CMMI-0726370）和美国海军研究办公室（N0014-09-1-0048）的资助，也收到了 A. Russel Chandler III 的慷慨捐赠。感谢他们一直以来的支持。

最后，我要感谢我的家人 Monika、Benny 和 Linda。感谢他们多年来耐心听我讲述旅行商的故事。

目 录

第 1 章 难题大挑战.....	1
1.1 环游美国之旅.....	2
1.2 不可能的任务吗.....	7
1.2.1 好算法, 坏算法.....	8
1.2.2 复杂度类 P 与 NP	10
1.2.3 终极问题.....	11
1.3 循序渐进, 各个击破.....	12
1.3.1 从 49 到 85 900.....	12
1.3.2 世界旅行商问题.....	15
1.3.3 《蒙娜丽莎》一笔画.....	17
1.4 本书路线一览.....	18
第 2 章 历史渊源	21
2.1 数学家出场之前.....	21
2.1.1 商人.....	21
2.1.2 律师.....	27
2.1.3 牧师.....	28
2.2 欧拉和哈密顿.....	30
2.2.1 图论与哥尼斯堡七桥问题.....	30
2.2.2 骑士周游问题.....	33
2.2.3 Icosian 图.....	34
2.2.4 哈密顿回路.....	37
2.2.5 数学谱系.....	39
2.3 维也纳—哈佛—普林斯顿.....	40

2.4	兰德公司	43
2.5	统计学观点	45
2.5.1	孟加拉黄麻农田	45
2.5.2	证实路线估计值	47
2.5.3	TSP常数	47

第3章 旅行商的用武之地 50

3.1	公路旅行	50
3.1.1	数字化时代的推销员	50
3.1.2	取货与送货	51
3.1.3	送餐到家	52
3.1.4	农场、油田、蓝蟹	53
3.1.5	巡回售书	53
3.1.6	“多走一里路”	54
3.1.7	摩托车拉力赛	54
3.1.8	飞行时间	55
3.2	绘制基因组图谱	56
3.3	望远镜、X射线、激光方向瞄准	57
3.3.1	搜寻行星	58
3.3.2	X射线晶体学	59
3.3.3	激光雕刻水晶工艺品	60
3.4	操控工业机械	61
3.4.1	印制电路板钻孔	61
3.4.2	印制电路板焊锡	62
3.4.3	黄铜雕刻	62
3.4.4	定制计算机芯片	62
3.4.5	清理硅晶片缺陷	63
3.5	组织数据	63
3.5.1	音乐之旅	64
3.5.2	电子游戏速度优化	66
3.6	微处理器测试	67
3.7	安排生产作业任务	68
3.8	其他应用	68

第4章 探寻路线 70

4.1	周游48州问题.....	70
4.2	扩充构造树与路线.....	73
4.2.1	最近邻算法.....	73
4.2.2	贪心算法.....	75
4.2.3	插入算法.....	77
4.2.4	数学概念：树.....	79
4.2.5	Christofides算法.....	82
4.2.6	新思路.....	84
4.3	改进路线？立等可取！.....	85
4.3.1	边交换算法.....	86
4.3.2	Lin-Kernighan算法.....	89
4.3.3	Lin-Kernighan-Helsgaun算法.....	92
4.3.4	翻煎饼、比尔·盖茨和大步搜索的LKH算法.....	93
4.4	借鉴物理和生物思想.....	95
4.4.1	局部搜索与爬山算法.....	95
4.4.2	模拟退火算法.....	97
4.4.3	链式局部最优化.....	97
4.4.4	遗传算法.....	99
4.4.5	蚁群算法.....	101
4.4.6	其他.....	102
4.5	DIMACS挑战赛.....	103
4.6	路线之王.....	104

第5章 线性规划 106

5.1	通用模型.....	106
5.1.1	线性规划.....	107
5.1.2	引入产品.....	109
5.1.3	线性的世界.....	110
5.1.4	应用.....	111
5.2	单纯形算法.....	112
5.2.1	主元法求解.....	113
5.2.2	多项式时间的选主元规则.....	116

5.2.3	百万倍大提速	117
5.2.4	名字背后的故事	118
5.3	买一赠一：线性规划的对偶性	119
5.4	TSP对应的度约束线性规划的松弛	122
5.4.1	度约束条件	124
5.4.2	控制区	125
5.5	消去子回路	127
5.5.1	子回路不等式	129
5.5.2	“4/3猜想”	131
5.5.3	变量取值的上界	132
5.6	完美松弛	133
5.6.1	线性规划的几何本质	133
5.6.2	闵可夫斯基定理	135
5.6.3	TSP多面体	137
5.7	整数规划	137
5.7.1	TSP的整数规划模型	139
5.7.2	整数规划的求解程序	140
5.8	运筹学	140

第6章 割平面法 143

6.1	割平面法	143
6.2	TSP不等式一览	148
6.2.1	梳子不等式	149
6.2.2	TSP多面体的小平面定义不等式	152
6.3	TSP不等式的分离问题	155
6.3.1	最大流与最小割	155
6.3.2	梳子分离问题	157
6.3.3	不自交的线性规划解	159
6.4	Edmonds的“天堂之光”	161
6.5	整数规划的割平面	163

第7章 分支 165

7.1	拆分	165
7.2	搜索队	168

7.2.1 分支切割法	168
7.2.2 强分支	170
7.3 整数规划的分支定界法	171

第 8 章 大计算 173

8.1 世界纪录	173
8.1.1 随机选取的64个地点	174
8.1.2 随机选取的80个地点	175
8.1.3 德国的120座城市	177
8.1.4 电路板上的318个孔洞	178
8.1.5 全世界的666个地点	179
8.1.6 电路板上的2392个孔洞	180
8.1.7 电路板上的3038个孔洞	181
8.1.8 美国的13 509座城市	183
8.1.9 计算机芯片上的85 900个门电路	183
8.2 规模宏大的TSP	185
8.2.1 Bosch的艺术收藏品	186
8.2.2 世界	187
8.2.3 恒星	188

第 9 章 复杂性 190

9.1 计算模型	191
9.2 Jack Edmonds的奋战	193
9.3 Cook定理和Karp问题列表	196
9.3.1 复杂性类	196
9.3.2 问题归约	198
9.3.3 21个 NP 完全问题	199
9.3.4 百万美金	200
9.4 TSP研究现状	200
9.4.1 哈密顿回路	201
9.4.2 几何问题	202
9.4.3 Held-Karp纪录	203
9.4.4 割平面	205
9.4.5 近优路线	206

9.4.6	Arora定理	207
9.5	非计算机不可吗	208
9.5.1	DNA计算TSP	208
9.5.2	细菌	210
9.5.3	变形虫计算	211
9.5.4	光学	212
9.5.5	量子计算机	213
9.5.6	闭合类时曲线	214
9.5.7	绳子和钉子	215
第 10 章 谋事在人		216
10.1	人机对战	216
10.2	寻找路线的策略	217
10.2.1	路线之格式塔	218
10.2.2	儿童找到的路线	218
10.2.3	凸包假说	219
10.2.4	实地TSP题目	220
10.3	神经科学中的TSP	221
10.4	动物解题高手	223
第 11 章 错综之美		225
11.1	Julian Lethbridge	225
11.2	若尔当曲线	228
11.3	连续曲线一笔画	231
11.4	艺术与数学	234
第 12 章 超越极限		238
参考文献		240

第 1 章 难题大挑战

它产生于三个人求解一道经典数学问题的研究工作。这个历史悠久的问题叫做“旅行商问题”，无论靠人工计算还是借助最快的计算机都一直无法解决。

——IBM 新闻稿，1964 年^①

1962 年春天，宝洁公司发起了一场广告宣传活动，在应用数学家中引起了不小的反响。活动的重头戏是一项竞赛，奖金高达 1 万美元，在当时足以买下一座房子。参赛规则如下：

假设 Toody 和 Muldoon 打算开车环游美国，地图上用点标出的 33 个地点都要游览，并且要走满足条件的路线中最短的一条。请你为他们规划一条旅行路线，以伊利诺伊州的芝加哥市为旅途的起点和终点，依次用线连接各地点，并使得总里程最短。

Toody 和 Muldoon 是当时一部美国热门电视剧^②中的人物。他们是驾驶 54 号车的两名警官。这项游遍 33 座城市的任务是旅行商问题（traveling salesman problem, TSP）的一个具体例子。TSP 的一般形式为：给定一组城市及它们两两之间的距离，求经过每座城市并返回出发地的最短路线。

求解一般形式的 TSP，是容易，还是困难，抑或无法求解？对此，最简单的回答就是谁也不知道。这道计算数学领域的知名难题之所以神

① 摘自 IBM 公司发布于 1964 年 1 月 2 日的新闻稿。“它”表示一个新的计算机程序，能够解决小规模旅行商问题，由 Michael Held、Richard Karp 和 Richard Shareshian 三人编写完成。

② 即 1961 ~ 1963 年播出的美国电视喜剧 *Car 54, Where Are You*。——译者注



图 1-1 “54 号车” 竞赛题
(宝洁公司供图)

秘莫测而又引人入胜，正是因为这一点。为此陷入困境的也不只是一名纠结的旅行商而已，因为在计算复杂度的本质与人类认识的可能限度这一高深论题中，TSP 正是讨论的焦点。若你已跃跃欲试，那么只需要一支削尖的铅笔和一张干净的草稿纸，就可以向旅行商伸出援手。或许我们对于整个世界的认识也会因为你而发生飞跃。

1.1 环游美国之旅

TSP 虽然公认棘手，但从某一方面来看却相当容易：经过给定一组城市的全部可能路线总数是有限的，因此 1962 年的某位数学家只需检验每条可能的路线，将最短的一条记录下来寄给宝洁公司，便可坐等一万美元支票寄到家中。这个解题策略堪称简单而完美，但有一点潜在的困难。由于路线总数极其庞大，根本不可能逐一检验。