

于庆 主编

重点



难点

ZHONGDIAN
NANDIAN
YIDIAN
XUEXISHOUCE



疑点



代数
初一

学习手册

东北师范大学出版社

重点难点疑点学习手册

代 数

初 一

于 庆 主编

东北师范大学出版社

(吉)新登字 12 号

主编：于 庆

编著：许淑华

重点难点疑点学习手册

代 数

DAISHU

初 一

于 庆 主编

责任编辑：王 慧	封面设计：李冰彬	责任校对：张中敏
东北师范大学出版社出版	吉林省新华书店发行	
(长春市斯大林大街 110 号)	吉林工学院印刷厂制版	
(邮政编码：130024)	吉林工学院印刷厂印刷	
开本：787×1092 毫米 1/32	1996 年 5 月第 1 版	
印张：4.5	1996 年 5 月第 1 次印刷	
字数：100 千	印数：00 001—10 000 册	
ISBN 7-5602-1812-1	本册定价：5.00 元	
G·889	全套定价：25.00 元	

出版说明

为了帮助广大师生更好地把握教材，准确、扎实地掌握教材中的重点，化解难点，消除疑点，培养学生的学习能力，发展其思维能力，提高其素质，我们组织部分省、市、县的教研员和第一线的特级、高级教师编写了这套丛书。

这套丛书共 38 册，覆盖了初中和高中语文、英语、历史、代数、几何、物理、化学诸科课程。

这套丛书严格依据国家教委制定的《全日制中学各科教学大纲》和全国统一教材编写。对重点、难点的确定，既考虑到大纲和教材的要求，又考虑到教学的实际情况，同时又使之形成一定的系统。对重点、难点的解析力求准确、清晰、简明、透彻。疑点主要是从启发学生思维，培养学生的质疑问难精神出发提出的，问题新颖，答疑注重比较和引申，拨云见日。

这套丛书编写的指导思想是突出其实用性，强调其科学性、针对性和新颖性。

书中除“重点、难点、疑点”及其解析外，还设有“典型例题解析”、“典型错解剖析”、“反馈练习”、“综合测试题”、“参考答案”等部分。

“重点、难点、疑点解析”针对教材中的重点、难

点及学生学习过程中的疑点进行提炼并详细地解释、说明。

“典型例题解析”围绕重点、难点选择有代表性的典型题为例子进行具体分析，以加深对重点、难点的理解，并指明思路，教给方法，培养学习能力。

“典型错解剖析”针对学生学习中常见的错误、易混淆的知识，通过剖析典型错例，明确错误根源，以防患于未然。

“反馈练习”按章节或单元进行编写，突出重点、适当加些难点内容，题型新颖多样，既便于阶段反馈检测，又有利于提高学生的分析问题、解决问题的能力。

“综合测试题”基本上按每个学期一套编拟，既突出重点，又考虑覆盖面，可作为检测和反馈所学知识之用。

在保持整套丛书体例基本一致的前提下，根据各科教材体系和实际情况，对上述各部分适当地进行了某些局部调整。

东北师范大学出版社

目 录

第一章 有理数	(1)
第一单元 有理数的意义	(1)
第二单元 有理数的运算	(12)
第二章 整式的加减	(24)
第三章 一元一次方程	(34)
综合测试题一	(51)
综合测试题二	(53)
综合测试题三	(56)
综合测试题四	(58)
第四章 二元一次方程组	(61)
第五章 一元一次不等式和一元一次不等式组	(82)
第六章 整式的乘除	(96)
第一单元 整式的乘法	(96)
第二单元 乘法公式	(103)
第三单元 整式除法	(111)
综合测试题五	(118)
综合测试题六	(121)
参考答案	(123)

第一章 有理数

第一单元 有理数的意义

【重点、难点、疑点解析】

重 点

1. 正数与负数

像 5, 1.5, $10\frac{1}{2}$, 8848 等大于零的数, 叫做正数; 像 -5, -1.5, $-10\frac{1}{2}$, -155 等在正数前面加上“-”(读作负)号的数, 叫做负数; 0 既不是正数, 也不是负数.

(1) 了解正数与负数是实际需要的.

(2) 会判断一个数是正数还是负数.

(3) 会应用正负数表示温度、海拔高度等量.

(4) 掌握有理数的分类.

按“整数”、“分数”来分类:

有理数 $\begin{cases} \text{整数——正整数、零、负整数} \\ \text{分数——正分数、负分数} \end{cases}$

按“正、负、零”来分类:

有理数 $\begin{cases} \text{正有理数} \begin{cases} \text{正整数} \\ \text{正分数} \end{cases} \\ \text{零} \\ \text{负有理数} \begin{cases} \text{负整数} \\ \text{负分数} \end{cases} \end{cases}$

2. 数 轴

(1) 知道数轴有原点、正方向和单位长度，能画出数轴.

(2) 能将已知数在数轴上表示出来，能说出数轴上已知点所表示的数.

(3) 会比较数轴上的数的大小.

3. 相反数

(1) 像 6 与 -6 ， $2\frac{1}{2}$ 与 $-2\frac{1}{2}$ 这样只有符号不同的两个数，我们说其中一个是另一个的相反数.

(2) 0 的相反数是 0.

(3) 一般地，数 a 的相反数是 $-a$ ， a 表示任意的一个正数、负数或者 0.

4. 绝对值

(1) 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离. 数 a 的绝对值记作 $|a|$.

(2) 一个正数的绝对值是它的本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0，用数学式子表示成：

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

(3) 两个负数，绝对值大的反而小.

难 点

1. 负 数

(1) 在实际生活中存在大量具有相反意义的量，若把其中一个规定为正量，则与它相反意义的另一个量规定为负量；把正量和负量的单位去掉，就得到正数和负数的概念.

(2) 不能以为在一个数的前面加上一个“-”号就是负数， $-a$ 只能是表示 a 的相反意义的量；但 $-a$ 不一定是负数.

2. 绝对值

结合数轴，给出了绝对值的几何意义，又利用字母表示数，用式子给出了绝对值的代数定义。

疑 点

零的意义

在算术中零的意义仅表示“没有”，在学习了负数之后，零的意义就有了更丰富的内涵。

(1) 零是表示具有相反意义量的基准点，是正数与负数的分界线。

(2) 在数轴上，零表示原点，相当于温度计中的零度刻划线，表示确定的量。

【典型例题解析】

例 1 (1) 如果向南走 6 千米记作 -6 千米，那么向北走 5 千米记作什么？ -10 千米表示什么意思？

(2) 如果 3 小时以后用 $+3$ 小时表示，那么怎样表示 4 小时以后和 4 小时以前？ $+8$ 小时表示什么意思？ -5 小时呢？

解 (1) 因为向南向北的距离是具有相反意义的量，又已知向南走 6 千米记作 -6 千米。

所以向北走 5 千米记作 5 千米，而 -10 千米表示向南走了 10 千米。

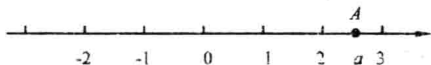
(2) 因为某时以后、以前的时间是具有相反意义的量，又已知 3 小时以后用 $+3$ 小时表示。

所以 4 小时以后记作 $+4$ 小时，4 小时以前记作 -4 小时； $+8$ 小时表示 8 小时以后，而 -5 小时则表示 5 小时以前。

解析 向南向北走的距离，某时刻以后、以前的时间都是具有相反意义的量，当确定其中某一个量的表示后，另一个量则用相反意义的量表示。题中的正负量都是人们规定的，

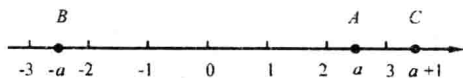
如要规定“向南走6千米记作+6千米”，那么“向北走6千米则记作-6千米”。

例2 如图，数轴上的点A表示数 a ，那么在数轴上把数 $-a$ ， $a+1$ 用对应的点表示出来，并比较 a 、 $-a$ 、 $a+1$ 三个数的大小。



解 因为 $-a$ 与 a 互为相反数，所以 $-a$ 对应的点B应在原点的左侧，而该点到原点距离与A点到原点距离相等。又因为 $a+1$ 比 a 大1个单位，所以 $a+1$ 对应的点C应在A点的右侧，而且与A点相距一个单位长度。从数轴上点A、B、C的位置关系看出，它们所对应的三个有理数的大小关系是：

$$-a < a < a+1$$



解析 由于点A表示的数 a ，在数轴上已表示出来，所以必须从 $-a$ ， $a+1$ 与 a 的数量关系去分析它们所对应点的位置，反之，也可以由数轴上点的位置去判定有理数的大小关系。

例3 求 -0.5 ， 0 ， $\frac{1}{4}$ ， $\left|1-\frac{1}{3}\right|$ ， a ， $|a|$ 的相反数。

解 -0.5 的相反数为 0.5 ， 0 的相反数为 0 ， $\frac{1}{4}$ 的相反数为 $-\frac{1}{4}$ ， $\left|-\frac{1}{3}\right|$ 的相反数为 $-\left|-\frac{1}{3}\right|$ ，即 $-\frac{1}{3}$ ， a 的相反数为 $-a$ ， $|a|$ 的相反数为 $-|a|$ 。

解析 求一个数的相反数,只须在它的前面添上“-”号,0的相反数不能写成-0; $-|a|$ 的相反数不能写成 $-a$, -0.5 的相反数不能写成 $- -0.5$. 由上面的结果表明:一个数前面添“-”号,不一定是负数,而是表示与原量意义相反的量.

例4 求下列各数的绝对值:

0, $-(-1)$, $2-(-3)$, $+6$, a (a 是负数), $|x|$.

解 根据绝对值的定义,可得

$$|0|=0, |-(-1)|=|1|=1, |2-(-3)|=|5|=5, \\ | +6|=6, |a|=-a \text{ (因为 } a \text{ 是负数)}, ||x||=|x|.$$

解析 求一个数的绝对值,一定要符合绝对值的定义,特别用字母表示的数,要注意该数的符号. 因为 $|x|$ 是一个非负数,所以 $||x||=x$ 是不对的.

例5 比较下列各组数的大小:

(1) 0.001, -0.28 及 $-\frac{2}{7}$

(2) $-|a|$, 0 及 $|a|$.

$$\text{解 (1) } \because |-0.28| = \frac{28}{100} = \frac{14}{50}, \quad \left| -\frac{2}{7} \right| = \frac{2}{7} = \frac{14}{49},$$

$$\text{又 } \frac{14}{49} > \frac{14}{50}, \text{ 即 } |-0.28| < \left| -\frac{2}{7} \right|,$$

$$\therefore -0.28 > -\frac{2}{7}, \text{ 又 } 0.001 > 0,$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < -0.28 < 0.001.$$

(2) 可分两种情况:

当 $a=0$ 时, $-|a|=0=|a|$.

当 $a \neq 0$ 时, 由于 $-|a|$ 为负数, $|a|$ 为正数.

$$\therefore -|a| < 0 < |a|.$$

解析 比较两个正数 0.28 与 $\frac{2}{7}$ 的大小方法较多, 这里是

化归为同分子来判别,也可化为分母相同,或化为小数来比较等.注意联立不等式时不等号的方向要一致,不要写成 $-0.28 > -\frac{2}{7} < 0.001$ 这种错误形式.对于 $-|a|$ 、 $|a|$ 与 0 的大小,讨论是必要的,要逐步熟悉这样的研究方法.

【典型错解剖析】

例 1 把下列各数填在相应的大括号里: $0, 1, -\frac{4}{5}, 8.9, -7, \frac{5}{6}, -3.2, +1008, -0.05, 28, -9, \left| -1\frac{1}{2} \right|$.

整数集合: { ... }

负分数集合: { ... }

正数集合: { ... }

错解 整数集合: $\{1, -7, +1008, 28, \dots\}$

负分数集合: $\{-\frac{4}{5}, -3.2, \left| -1\frac{1}{2} \right|, \dots\}$

正数集合: $\{0, 1, 8.9, \frac{5}{6}, +1008, 28, \dots\}$

剖析 1. 整数集合中包含正整数,负整数和零,所以整数集合中不能漏掉 0,也不能漏掉 -9.

2. 因为小数也是分数,所以在负分数集合中不能漏掉 -0.05,另外 $\left| -1\frac{1}{2} \right|$ 的值也不是负分数.

3. 正数集合中包含正整数和正分数,而 0 既不是正数又不是负数,所以,0 不能写在这个集合里.另外, $\left| -1\frac{1}{2} \right| = 1\frac{1}{2}$,所以,这个数也包括在正数集合里.

例 2 一个数大于它的相反数,那么这个数是 ().

A. 负数 B. 正数 C. 非负数 D. 非正数

错解 选 C.

剖析 若设这个数为 a , ($a > 0$) 根据已知条件, 则有 $a > -a$, 这样选择 A 或 D 是不可能的, 若选择 C, 非负数包含正数和零, 而零不能使已知条件成立, 所以只能选择 B. 当然, 要设这个数为负数是不可能的, 因为负数总小于它的相反数.

例 3 下列问题的结果是否正确? 请说明理由.

(1) 当 $|x|=4$ 时, $x-(+6)$ 一定等于 -2 , 对吗?

(2) 当 a 为整数时, a 的倒数是 $\frac{1}{a}$, 对吗?

(3) 若 a 的相反数是 $|-3|$, 则 a 一定是 $+3$, 对吗?

错解 (1) 对. $\because$ 当 $|x|=4$ 时, $x=4$

$$\therefore x-(+6)=4-6=-2$$

(2) 对. $\because a$ 为整数, $\therefore a$ 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

(3) 对. $\because a$ 的相反数是 -3 .

$$\therefore a \text{ 一定是 } +3.$$

剖析 这三个问题的解答都是错误的, 也是在解题时对问题的条件考虑的不全面而常常出现的毛病.

(1) 当 $|x|=4$ 时, $x=\pm 4$, $\therefore x-(+6)=-2$ 或 -10 .

(2) 当 $a \neq 0$ 时, a 的倒数是 $\frac{1}{a}$, 当 $a=0$ 时, (0 为整数) a 没有倒数.

(3) a 的相反数是 $|-3|$, 即 a 的相反数为 $+3$ (不能忘掉绝对值), 所以 a 应为 -3 .

【反馈练习一】

一、判断题

1. 如果胜 10 分记为 $+10$ 分, 那么 -8 分表示输了 8 分. (X)

2. 自然数是整数. (✓)

3. 有理数包括整数与分数. (✓)
4. $|-2|$ 的相反数是 -2 . (✓)
5. 所有的有理数都有相反数. (✓)
6. 当 $a=b$ 时, $|a|=|b|$. (✓)
7. 当 $|a|>|b|$ 时, $a>b$. (✗)
8. 当 $-|a|=-5$ 时, $a=5$. (✗)
9. 任何有理数都可以表示为分数 (✓)
10. 所有的有理数都有倒数. (✗)

二、选择题

11. 数轴上所有的点所表示的数是 (C).
A. 全体自然数 B. 全体小数
C. 全体有理数 D. 全体正数和负数
12. 一个数的相反数是非负数, 这个数一定是 (B).
A. 正数 B. 非正数 C. 负数 D. 零
13. 一个数的绝对值是正数, 这个数一定是 (B).
A. 正数 B. 非零数 C. 任何数 D. 以上都不是
14. 在一个数的前面加上一个“-”号, 就可以得到一个 (C).
A. 负数 B. 一个任何数
C. 原数的相反数 D. 非正数
15. 一个数的相反数的绝对值是正数, 这个数一定是 (C).
A. 非正数 B. 非负数 C. 负数 D. 不能确定
16. 下列判断句中正确的是 (B).
A. 一个数的相反数一定是负数
B. 一个数的绝对值一定不是负数
C. 一个数的绝对值一定是正数
D. 一个数的绝对值的相反数一定是负数
17. 如果不为零的两个数的绝对值相等, 那么 (C).
A. 这两个数必相等
B. 这两个数互为相反数
C. 当这两个数同号时, A 正确; 当这两个数异号时, B 正确

D. 以上结论都不对

18. 已知第一个数大于第二个数, 那么 (C).

A. 第一个数的绝对值必大于第二个数的绝对值

B. 第一个数的绝对值必小于第二个数的绝对值

C. 这两个数的绝对值不唯一确定

D. 以上说法都不对

19. 如果一个数的绝对值大于另一个数的绝对值, 那么 (D).

A. 这个数必大于另一个数

B. 这个数必小于另一个数

C. 这两个数的符号必相反

D. 以上说法都不对

20. 比较 -0.3 , $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{2}$ 的大小, 应有 (B).

A. $-\frac{1}{3} > -0.3 > -\frac{1}{2}$

B. $-0.3 > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2} > -0.3 > -\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2} > -0.3$

三、填空题

21. 如果把公元 1996 记作 +1996, 那么 -1996 表示 公元前 1996 年

22. 仪表的指针顺时针方向旋转 90° 记作 -90° , 那么逆时针方向旋转 180° 应记作 $+180^\circ$.

23. 某化肥厂计划每月生产化肥 500 吨, 一月份实际生产 450 吨, 二月份实际生产 500 吨, 三月份实际生产 600 吨, 用正数和负数表示每月超额完成计划的吨数是 500 吨, 0 吨, 100 吨

24. 数学竞赛成绩 80 分以上为优秀, 老师将某一小组五名同学的成绩简记为: +10, -5, 0, +7, -2, 这五名同学实际的成绩应是 90, 75, 80, 87, 78

25. 上题中的数学小组五名同学的平均成绩是 82.

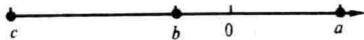
26. 有理数可以按两种不同的方法分类, 它们可以分为 正有理数 或分为 负有理数.

27. 某数的绝对值是它的相反数, 某数一定是 0.

28. 绝对值不大于7的一切负整数是_____.

29. _____的相反数是它的本身, _____的绝对值是它的本身;
_____的倒数是它的本身.

30. 有理数 a 、 b 、 c 在数轴上对应的点如图所示:



则 a _____ b , b _____ c , $|b|$ _____ $|c|$.

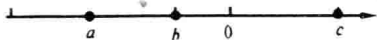
四、解答题

31. 在适当的空格里打上“√”号.

	自然数	整数	分数	正数	负数	有理数
5 是	√	√		√		√
$\frac{1}{3}$ 是						
$-5\frac{1}{2}$ 是						
-7.1 是						
0 是						
13.1 是						
$-\frac{3}{4}$ 是						
-9 是						

32. 有理数 a 、 b 、 c 顺次在数轴上的位置如图所示, 试化简:

$$-|a| + |b| - |0| - |c|$$



33. 写出下列各数的相反数、绝对值、倒数、平方和立方。

原数	$-\frac{2}{3}$	0	$-1\frac{1}{3}$	1	0.3	-4	4.2	-1
相反数								
绝对值								
倒数								
平方								
立方								

34. 用不等号连接各题中的两个数：

(1) $-\frac{5}{6}$ 和 $-\frac{5}{7}$ (2) -0.125 和 -0.1253

(3) $2\frac{1}{4}$ 和 $\left| -2\frac{3}{4} \right|$ (4) $-(-13)$ 和 $-[-(-35)]$

35. 把下列各数按照逐渐增大的次序排列起来：

$2, -1.4, -3\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0.25, -10, 5.2, 0$

36. 在数轴上画出下列各题中 x 的范围：

(1) $x > 5$ 或 $x \leq 2$ (2) $x \geq 3$ 且 $x < 1$

(3) $|x| > 4$ (4) $|x| \leq 3$

37. 写出所有：

(1) 小于 0，但大于 (-5) 的整数；

(2) 大于 (-3) ，但小于 3 的整数。

38. 说出符合下列条件的字母表示什么数？（也可用不等号表示出来）

(1) $|a| = a$ (2) $a > -a$

(3) $|a| \geq a$ (4) $-y$ 比零大

39. 已知 x 的相反数是 $-1\frac{3}{4}$ 的倒数的绝对值，求 x 。

40. 已知 $|a| = 1$ ， $|b| = \frac{1}{2}$ ，求 $a+b$ 的值。