



不确定性 决策问题

——多产品报童问题风险决策研究

周艳菊/著



科学出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

不确定性决策问题

——多产品报童问题风险决策研究

周艳菊/著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书首先将广泛应用于金融风险管理领域的条件风险值法——CVaR方法引入多产品报童问题的研究中,探索各种订货策略下的报童的订货问题,包括单次订货、两次订货以及具有折扣策略的订货情形等;其次探讨了损失约束下和预算约束下的多产品报童问题的解空间及求解方法,以及基于前景理论的两产品报童的订货模型的构建和求解;最后对基于不同风险度量技术下的报童模型的解进行了比较研究。

本书适合硕士研究生、博士研究生以及企业库存与订货软件设计和开发人员作为参考书使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

不确定性决策问题:多产品报童问题风险决策研究 / 周艳菊著. —北京:科学出版社, 2012

ISBN 978-7-03-035616-1

I. ①不… II. ①周… III. ①库存—仓库管理—物资管理—风险决策—研究 IV. ①F253.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 224939 号

责任编辑:马 跃 / 责任校对:黄江霞
责任印制:阎 磊 / 封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 1 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2014 年 1 月第一次印刷 印张:11 1/4

字数:227 000

定价:62.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前言

随着卖方市场向买方市场转变，市场竞争加剧，产品生命周期缩短，以及客户需求多样化等趋势的演变，针对某类产品，以组合的方式进行生产和销售，逐渐成为生产商和零售商应对风险、满足各层次客户需求、实现利润最大化的关键策略。因此，研究与多产品相关的订货、库存控制策略等较之单产品情形具有更广泛的现实性。

理论界将生命周期短、具有季节性或单周期性特征的、销售期后未售出产品的价值（或曰残值）可忽略的产品的订货问题称之为报童问题（newsvendor/newsboy problem, NP）。经过半个多世纪的发展，报童问题成为了库存管理研究领域的经典问题，并拓展到诸多领域，取得了丰富的研究成果。本书研究的基本模型——多产品报童问题（multi-product newsvendor problem, MPNP）正是报童问题的重要拓展领域之一。随机环境下的多产品报童问题是库存和订货理论中的重要问题，具有很强的现实意义，也是当今科学研究的热点和难点之一。然而，已有的多产品报童问题研究的局限和不足是：绝大多数研究都基于决策者为风险中性，侧重于求解算法与计算效率的探索，回避了一些难以处理的，但又具有现实意义的风险决策问题。

众所周知，“完全理性”只是一种理想模式，虽然具有一定的参考意义，却难以有效地刻画现实经济社会中决策者的实际决策过程。因此，在决策模型中纳入人的“有限理性”假设往往比“完全理性”具有更强的现实意义。尤其是Kahneman和Tversky（1979）提出“前景理论”（prospect theory）（详见本书第3章）之后，学术界对于决策者的“人”的认识被推进到了更深入的境地。遗憾的是，国内外针对基于前景理论的报童问题的研究尚处于早期阶段，所关注的也都是最基本的报童问题，还没有推广到多产品报童问题领域。

作为国内较早地将金融风险管理领域的CVaR（conditional value at risk，条件VaR）方法引入多产品报童问题研究中的学者之一，结合已有的研究基础以及与其他学者的大量交流，我认为，考虑决策者的风险偏好等行为因素后所刻画的多产品订货风险决策过程，较之传统的多产品报童问题研究，在现实解释力方面要更进一步。正是基于此，我将风险或损失约束、前景理论等纳入本书的多产品报童问题决策过程，以为决策者提供更适应自身风险或损失规避特性的决策模型以及技术工具。

本书共分为两篇,包括9章。其中,第一篇包括第1章~第3章,是本书的引论,为后文的研究奠定理论基础;第二篇包括第4章~第9章,主要研究多产品报童问题风险决策模型以及损失规避模型等,是本书的核心内容。首先,借鉴前人的研究成果,探索产品组合和投资组合之间的共性,将广泛应用于金融风险领域的 CVaR 方法引入多产品报童问题的研究中,探索各种订货策略下的报童的订货问题;其次,探讨损失约束下多产品报童问题的解空间以及求解方法,为具有损失厌恶特性的决策者提供另一种可供选择的决策工具;最后,值得强调的是,本书将前景理论纳入研究框架,从行为研究的角度出发,基于已有的实验和实证分析结果,对两产品报童问题进行了建模、优化、计算机模拟等,深入刻画了决策者的两产品订货等决策行为。

本书运用库存管理、前景理论、运筹学、优化理论等多个学科的理论 with 知识,考虑决策者的风险偏好,深入研究多产品报童问题。我诚挚期盼该研究能进一步地丰富管理科学的理论和知识,并为企业实践提供理论借鉴和决策指导。

在本书完成之际,我衷心地感谢参与和帮助研究与编写本书的人们,感谢大家为本书付出的努力。

特别感谢中南大学商学院名誉院长陈晓红教授与北京航空航天大学经济管理学院邱菀华教授。陈晓红教授是我读研期间的导师以及现在工作单位的名誉院长,邱菀华教授是我读博期间的导师。“学高为师,身正为范”,两位恩师给予了我学业上的鼓励与支持,工作和生活上的关怀与照顾,她们不仅是我完成本书研究工作的领路人,其严谨的治学态度、敏捷的思维、高尚的人格,更使我在求知的路上受益匪浅,让我懂得如何为人处事和严谨治学。

诚挚感谢中南大学商学院国家自然科学基金委员会创新研究群体“决策科学研究”小组的成员:罗新星教授、刘咏梅教授、徐选华教授、胡军华副教授、马本江副教授、毕文杰副教授、谭春桥副教授、周雄伟副教授、张红宇博士、徐晨博士和刘智勇博士等,还有中南大学数学学院的万中教授。他们严谨治学,悉心科研,在学术交流和日常交往中给予我各种启迪和帮助,于无形中为本书增添了更多智慧的光芒。

感谢我2010届与2011届的研究生们——申真、陈倩、应仁仁、武斌、马静、马娟、汪纯、陈江艳等对本书书稿资料的搜集、整理与编写。

本书的研究受到了国家自然科学基金委员会创新研究群体(70921001)、国家自然科学基金面上项目(70771114、70973145和71171201)、中南大学科学研究基金人文社科杰出青年人才专项资助项目(2011RWSK003)等的资助,在此对其一并表示感谢。

此外,在本书的出版过程中,科学出版社的编辑们付出了辛勤的劳动,在此也对他们表示衷心的感谢。

学无止境，研究亦是如此。对于一本深入浅出的好书而言，其写作与质量提高是一个持续不断的过程。虽然我在写作过程中始终尽力完善，但由于水平有限，本书难免存在疏漏，敬请国内外学者和广大读者批评指正，并提出宝贵的意见和建议，共同推动该研究领域的发展。

周艳菊

2013年1月于中南大学

目 录

前言

第一篇 引论

第 1 章 多产品报童问题的基本概念、现实意义及研究现状	3
1.1 引言	3
1.2 经典报童问题	4
1.3 多产品报童问题研究现状	4
1.4 本章小结	8
第 2 章 金融风险度量技术	9
2.1 均值-方差模型	9
2.2 VaR	18
2.3 CVaR	29
2.4 本章小结	32
第 3 章 前景理论	33
3.1 引言	33
3.2 前景理论的基本内容	38
3.3 前景理论与期望效用理论的差异	42
3.4 前景理论的发展——累积前景理论	43
3.5 本章小结	45

第二篇 多产品报童问题风险决策及损失规避模型

第 4 章 一般性多产品报童问题风险决策	49
4.1 模型假设及符号说明	49
4.2 一般性多产品报童问题风险决策模型	50
4.3 算例分析	53
4.4 本章小结	58
第 5 章 具有信息更新的两阶段多产品报童问题风险决策	59
5.1 引言	59
5.2 模型假设及符号说明	60
5.3 基于布朗运动的贝叶斯预测模型	61
5.4 两阶段风险决策模型	63

5.5	算例分析	66
5.6	本章小结	71
第6章	数量折扣策略下的多产品报童问题风险决策	73
6.1	引言	73
6.2	模型假设及符号说明	75
6.3	数量折扣策略下的多产品报童问题风险决策模型	76
6.4	基于蚁群算法的求解方法	79
6.5	基于禁忌搜索算法的求解方法	83
6.6	基于模拟退火算法的求解方法	88
6.7	三种算法的最优参数配置	91
6.8	基于禁忌搜索算法的算例分析	95
6.9	本章小结	98
第7章	多产品报童问题损失规避模型	100
7.1	引言	100
7.2	问题描述及解空间	101
7.3	阈值及求解的基本流程	105
7.4	求解方法	108
7.5	算例分析	112
7.6	预算约束下多产品报童问题与损失约束下多产品报童问题解的比较 分析	113
7.7	本章小结	123
第8章	基于前景理论的两产品报童的订货模型	125
8.1	引言	125
8.2	前景理论中的主要函数	126
8.3	问题描述及符号说明	127
8.4	模型构建	127
8.5	本章小结	142
第9章	不同风险度量技术下的报童风险决策模型	144
9.1	引言	144
9.2	问题描述	145
9.3	模型构建	145
9.4	算例分析	149
9.5	本章小结	155
参考文献		156

第一篇



引 论

第1章

多产品报童问题的基本概念、 现实意义及研究现状

报童问题,或者称为单周期问题(single-period problem, SPP),是以短生命周期产品为研究对象,探索需求不确定性时如何做出订货和库存的最优决策。多产品报童问题作为经典单产品报童问题的扩展研究,是库存和订货理论中的重要问题,具有很强的现实意义。本章将着重对多产品报童问题的基本概念以及发展概况进行阐述。

1.1 引言

理论界将生命周期短、具有季节性或单周期性特征的、销售期后未售出产品的价值(或曰残值)可忽略的产品的订货问题称之为报童问题,如电子产品、时尚产品、报纸杂志、生鲜产品(或易腐产品)的订货问题。随着报童问题日益成为库存管理研究领域的经典问题,并为人们所熟知,其内涵也就不仅仅停留在原有模拟报童的订货层面,而是泛指以单周期性产品为研究对象的管理决策问题,如基于报童模型的定价问题。

报童问题自20世纪50年代出现以来,其广泛的现实适应性受到众多学者的关注,经久不衰。随着20世纪90年代供应链管理研究的兴起,其研究再次受到更为热切的关注,并且经过几十年的发展,学术界对基本的报童模型、拓展的报童模型的研究已有大量的研究成果。目前,它广泛应用于生产、服务、管理和金融等领域。

随着卖方市场向买方市场转变,市场竞争加剧,产品生命周期缩短,以及客户需求多样化等趋势的演变,针对某类产品,以组合的方式进行生产和销售,逐渐成为生产商和零售商应对风险、满足各层次客户需求、实现利润最大化的关键策略。例如,苹果公司研发的iPhone、iTouch、iPad系列,欧莱雅旗下生产的赫莲娜、巴黎欧莱雅、薇姿、兰蔻、植村秀、美宝莲、卡尼尔等众多

护肤品牌组合, 类似的例子不胜枚举。因此, 研究与多产品相关的定价、订货、库存控制策略及供应链环境下的优化协调问题较之单产品情形具有更广泛的现实性。

因此, 多产品报童问题成为了报童问题的重要拓展领域之一, 它比单产品报童问题具有更为广泛的适应性和更重要的现实意义。

1.2 经典报童问题

经典报童问题是供应链管理中的重要模型之一, 其历史可以追溯到 1888 年著名经济学家 Edge-Worth 应用它解决银行的资金流(cash-flow)问题。1955 年, Whitin 首次建立了受价格影响的报童问题模型。

Nahmias(1982)描述的经典报童模型如下:

假设产品需求是随机的, 如果在销售季节末仍有产品未销售出去, 则未售出产品存在残值; 如果订单数量小于需求量, 报童将放弃这一部分利润。在这些假设条件下, 报童如何确定最优的订货量以最大化期望利润?

经典的报童问题以期望利润值为目标函数:

$$E(\pi) = (P + S - C) \int_x^{\infty} x f(y) dy - S \int_x^{\infty} y f(y) dy + (P - V) \int_0^x y f(y) dy - (C - V) \int_0^x y f(y) dy$$

其中, y 表示产品需求量, 为随机变量; $f(y)$ 表示需求分布密度函数; P 、 C 、 V 、 S 和 x 分别表示产品的销售价格、单位成本、单位残值、单位缺货惩罚成本和订货量(决策变量)。

通过对上式求导可得最优订货量(求解过程见本章附录), 其计算公式如下:

$$F(x^*) = \frac{P + S - C}{P + S - V} \quad (1.1)$$

1.3 多产品报童问题研究现状

1.3.1 多产品报童问题的数学表达式

多产品报童问题的研究最早起源于 Hadley 和 Whitin(1963), 它的一般表示方式是

$$\text{minimize } E = \sum_{i=1}^N \left[c_i x_i + h_i \int_0^{x_i} (x_i - y_i) f_i(y_i) dy_i + s_i \int_{x_i}^{\infty} (y_i - x_i) f_i(y_i) dy_i \right]$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^N w_{ji} x_i \leq C_j$$

其中, h_i 表示剩余产品所发生的成本; C_j 表示第 j 种资源的最大可用数量。

1.3.2 国外研究现状及分析

多产品报童领域的经典的文献有 Hadley 和 Whitin(1963)、Nahmias 和 Schmidt(1984)、H. S. Lau 和 A. H. L. Lau(1995, 1996)、Khouja 和 Mehrez(1996)、Erlebacher 等(2000)、Abdel-Malek 等(2004)、Abdel-Malek 和 Montanari(2005a, 2005b)、Abdel-Malek 和 Areeratchakul(2007)、Niederhoff(2007)、Grasman 等(2008), 以及最近几年的 Taleizadeh 等(2009)、Özler 等(2009)、Zhang 等(2009)、Zhang(2010)、Shi 和 Zhang(2010)。

由于多产品报童问题属于组合决策问题, 因而随着问题规模的增大, 如何寻找有效的求解方法以提高计算效率, 是该类问题研究的关键所在。因此, 多产品报童问题研究主要集中在以下两个方面。

第一, 线性约束(预算约束或能力约束)下多产品报童问题的求解方法和计算效率研究, 部分论文探讨了不同的需求分布情形, 所应用的方法主要有动态规划、拉格朗日、二次规划、凸分离规划、二分法(binary solution)、非线性规划以及一些近似算法等。

Hadley 和 Whitin(1963)运用基于拉格朗日乘子、莱布尼茨(Leibniz)规则和动态规划的方法, 研究了存储(或者预算)约束下的多产品报童问题, 并开发了两个算法。

Nahmias 和 Schmidt(1984)提出了四种启发式算法来求解正态分布需求下的多产品单约束报童问题, 其中一个算法的计算时间很短, 而且其结果比之前文献所给出的拉格朗日方法更好, 对于连续的订货量, 其算法程序是非常有用的, 适合中等或高等需求产品。

H. S. Lau 和 A. H. L. Lau(1995)开发了一个基于“起作用集方法”(active set methods)的程序来求解多产品多约束报童问题, 比较该程序与 state-of-the-art 非线性规划软件, 发现他们的程序运行速度要快得多, 并且结果更好。

H. S. Lau 和 A. H. L. Lau(1996)还证明了 Hadley 和 Whitin(1963)的基于拉格朗日乘子的单约束多产品报童问题的程序只适用于有限的几种需求分布, 如果产品的需求分布的下限大于零, 那么订货量为 0 的逆分布函数是不确定的, 并且程序运行将中断, 为此他们开发了一个程序来处理这种情形。

Erlebacher(2000)研究了具有单能力约束的多产品报童问题的最优和启发式算法, 求解了两种特殊情形下的最优订单数量, 一是所有产品的成本结构相同, 二是所有产品的需求分布的概率密度函数统一, 并给出了需求服从几个一般概率

密度函数分布的启发式算法。

Vairaktarakis(2000)针对需求概率分布未知的情况,运用区间情形和离散情形来描述需求的特征,提出了一个鲁棒性(robust)多产品报童求解模型。

接下来,在美国运筹管理学界非常有影响力的 Abdel-Malek 教授与合作者连续发表了多篇有关多产品报童问题的文章。

他们于 2005 年研究了预算约束下,需求服从不同密度分布的多产品报童问题,给出了一个一般迭代方法来求解该问题。

随后,他们在上述 H. S. Lau 和 A. H. L. Lau(1996)的观察基础上,为解决受能力约束的同时避免不可行订货量出现的问题,分别于 2005 年和 2007 年先后撰写两篇文章,研究了受预算限制的多产品报童问题的解空间,将其分为三个区域,用两个明确的阈值来标记,说明了分割区域的阈值是如何计算的,以及在三个区域内如何确定各种产品的订货量;并提出了用二次规划技术(quadratic programming approach)来求解具有边际约束(side constraints)的报童问题,所建模型特别适合进行敏感性分析,以调整可用资源的数量。

Niederhoff(2007)根据两个或更多事前线性约束下的多产品报童问题的分离本质,提出利用凸分离规划技术求解该问题,该方法适用于满足任何需求分布的传统报童模型。

Zhang 等(2009)和 Dutta(2010)先后用二分法研究了多产品报童问题。

Zhang 等(2009)通过对具有预算约束的多产品报童问题的最优解进行分析,提出了求解该问题的二分法。该解法不仅可以弥补前述方法中当需求为一般分布时,只能求出近似解的不足,而且还可用于需求分布为离散和连续的两种情形,拓宽了预算约束下多产品报童问题的解法。

Dutta(2010)考虑多产品报童问题中可能存在库存约束和模糊需求情形,运用一种基于二分法的高效的迭代算法来求解最优订货量。

第二,将不同订货策略(如折扣策略和回购策略)纳入多产品报童问题的研究框架,探索它们的求解方法和计算效率。

Khouja 和 Mehrez(1996)将 Khouja(1995)的累进多折扣单产品报童模型扩展到多产品情形中,并考虑库存和预算约束。应用由 Khouja 在单项项目情形下所证明的期望值函数的凹属性,Khouja 和 Mehrez 修改了 Hadley 和 Whitin 的算法程序来研究这一情形,他们给出了两个程序:第一个程序研究大订货量问题;第二个是简单修改边际分析方法程序,来研究小订货量问题,在该问题中,考虑了四舍五入对期望利润的显著性影响。

Zhang(2010)研究了预算约束和价格折扣下的多产品报童问题,建立了一个与之前常用的非线性最优化模型不同的混合整数非线性规划模型,并引入拉格朗日松弛方法进行求解,而之前的文献则是将这两种情况分开来进行讨论。

Shi 和 Zhang(2010)研究了不确定性需求下存在回购和价格问题的多产品报童问题。建立了一个混合整数非线性规划多产品报童模型,设计了一种基于拉格朗日法的算法,并对其进行了验证。

此外,最近几年,有学者开始进一步拓展多产品报童问题的研究领域,如考虑风险约束和价格制定策略。

Özler 等(2009)研究了 VaR(value at risk, 风险价值, 或称在险值)约束下的多产品报童问题,并从两产品报童问题精确的分布函数中推导出多产品情形下利润分布的近似求解方法。Kachani 和 Shmatov(2011)运用松弛迭代算法求解竞争环境下价格制定的多产品报童问题。

1.3.3 国内研究现状及分析

目前国内对多产品报童问题的研究主要集中于最优解的算法设计,不同算法的比较分析,风险决策模型的建立、求解以及比较分析等。

于春云等(2006)研究了模糊随机需求下的单周期库存优化问题,通过引入期望效用理论(expect utility theory, EUT)建立了单产品模糊随机报童模型和多产品模糊随机报童模型,并设计了智能算法对其进行求解。

喻瑛和张卫(2007)提出了一个含有模糊预算约束和模糊价格的多产品单周期报童模型,运用模糊数排序方法将带有模糊系数的目标函数进行模糊分解,进一步运用混合遗传算法求解模型在模糊预算约束条件下的最优解。

阳成虎(2010, 2011)研究了损失约束下的多产品报童问题,并应用二分搜索算法对其进行求解。

胡劲松和闫伟(2008)在市场需求不确定的情况下,建立了两层决策系统中负指数折扣多产品资金约束报童模型,结合模糊模拟技术与遗传算法对模型进行求解。其研究发现,对制造商而言,该模型不仅可实现一般文献中求解折扣价格的目的,还可计算出起始折扣点或折扣区间,可更现实地指导决策;对批发商而言,该模型可获得资金约束条件下多产品的订购策略。此外,当制造商采取负指数型折扣时,既使得批发商订购量达到资金约束上限,又使得制造商和批发商利润均增加。

徐绪松和翁鸣(2008)针对当风险规避型报童的订货资金有限,却有多种产品可供订购时,供应商如何设计恰当的契约以实现利润最大化这一问题,运用投资组合理论,建立了供应商与报童之间的博弈模型,设计了求解最优批发价契约的算法。

综合国内外对多产品报童问题的研究分析,我们不难看出,因为多产品报童问题是一个典型的带积分符号的非线性优化问题,即使只添加能力或预算等线性约束,也大大增加了问题的求解难度,所以目前的研究重点都放在线性约束下的

多产品报童问题的求解方法的研究上,采用的方法主要是数学规划的方法。因此,若在多产品报童问题上添加风险约束或损失约束(非线性约束),又进而考虑多次订货情形以及各种订货政策下的契约式协调,将进一步加大问题研究的难度,这也正是本书重点探索的问题。

1.4 本章小结

尽管国内外对多产品报童问题的研究已经有了丰富的成果,但是这些成果比较零散,未成体系。本章综合回顾了经典报童问题和多产品报童问题,并针对多产品报童问题的基本概念、现实意义以及国内外研究现状进行简要评述,为后文通过引入金融风险管理领域的 CVaR 方法,以及新风险理论——前景理论来逐步地为研究多产品报童问题中的若干决策问题奠定基础。

附录 经典报童问题最优解的详细推导

经典的报童问题以期望利润值 $E(\pi)$ 为目标函数:

$$E(\pi) = (P + S - C) \int_x^{\infty} x f(y) dy - S \int_x^{\infty} y f(y) dy + (P - V) \int_0^x y f(y) dy - (C - V) \int_0^x y f(y) dy$$

其中, y 表示产品需求量,为随机变量; $f(y)$ 表示需求分布密度函数; P 、 C 、 V 、 S 和 x 分别表示产品的销售价格、单位成本、单位残值、单位缺货惩罚成本和订货量(决策变量)。

对 $E(\pi)$ 进行关于变量 x 的一阶求导和二阶求导,得到以下结果:

$$E'(\pi) = (P + S - V) - (P + S - V)F(x)$$

$$E''(\pi) = -(P + S - V)f(x)$$

其中, $F(x)$ 表示 $f(x)$ 的原函数,即需求分布函数。

因为 $E''(\pi) = -(P + S - V)f(x) < 0$, 所以 $E(\pi)$ 是其定义域上的凹函数,从而说明获得最大期望利润的最优订货量 x^* 是存在且唯一的。

令 $E'(\pi) = (P + S - V) - (P + S - V)F(x) = 0$, 可得到最优订货量 x^* , 其计算公式如下:

$$F(x^*) = \frac{P + S - C}{P + S - V}$$

对上式求反函数即可得出最优订货量 x^* 。

第2章

金融风险度量技术

本书在第4章以后将要重点探讨基于金融风险度量技术的多产品报童问题风险决策模型的构建，因此为方便读者对后文的理解，本章将对金融风险度量技术做详细论述，重点讨论著名的马科维茨均值-方差(mean-variance, MV)模型，现行的国际标准风险测度工具——VaR、CVaR的定义、计算方法、具体应用以及各自的局限性等。

2.1 均值-方差模型

1952年，马科维茨(Harry Markowitz)在《金融杂志》(*The Journal of Finance*)上发表了著名的“资产组合理论”(Portfolio Selection)，标志着现代资产组合管理理论的诞生。这一理论首次用现代微观经济学和数理统计的规范方法对投资活动中的风险进行了全面系统的研究。在一系列合理的假设下，通过严密的推导，马科维茨首次对风险进行了正式的数学描述，建立了均值-方差模型，并在此基础上形成了关于投资者如何基于多种单一资产构建资产组合，以及从所构造的资产组合中选择最优资产组合的投资理论。该理论的核心在于运用计量分析的手段，阐述投资者在资产组合选择过程中如何依据期望效用最大化原则来确定有效的投资组合，并且该有效组合必须满足“一定风险水平上能够提供最大收益或在不断降低收益的前提下具有最小风险”的条件。

2.1.1 均值-方差模型的定义

在均值-方差模型中，马科维茨(Markowitz, 1952)以方差和均值作为对资产风险和回报的基本测度，他认为投资者大多是风险厌恶者，他们总是在一定的预期收益及风险水平上选择投资方法。理性的投资者用组合收益的期望值(均值)来度量不确定的收益，用组合收益的方差来度量风险。给定期望收益，理性投资者将选择方差最小的投资组合；给定方差，则他们将选择收益最大的投资组合。因