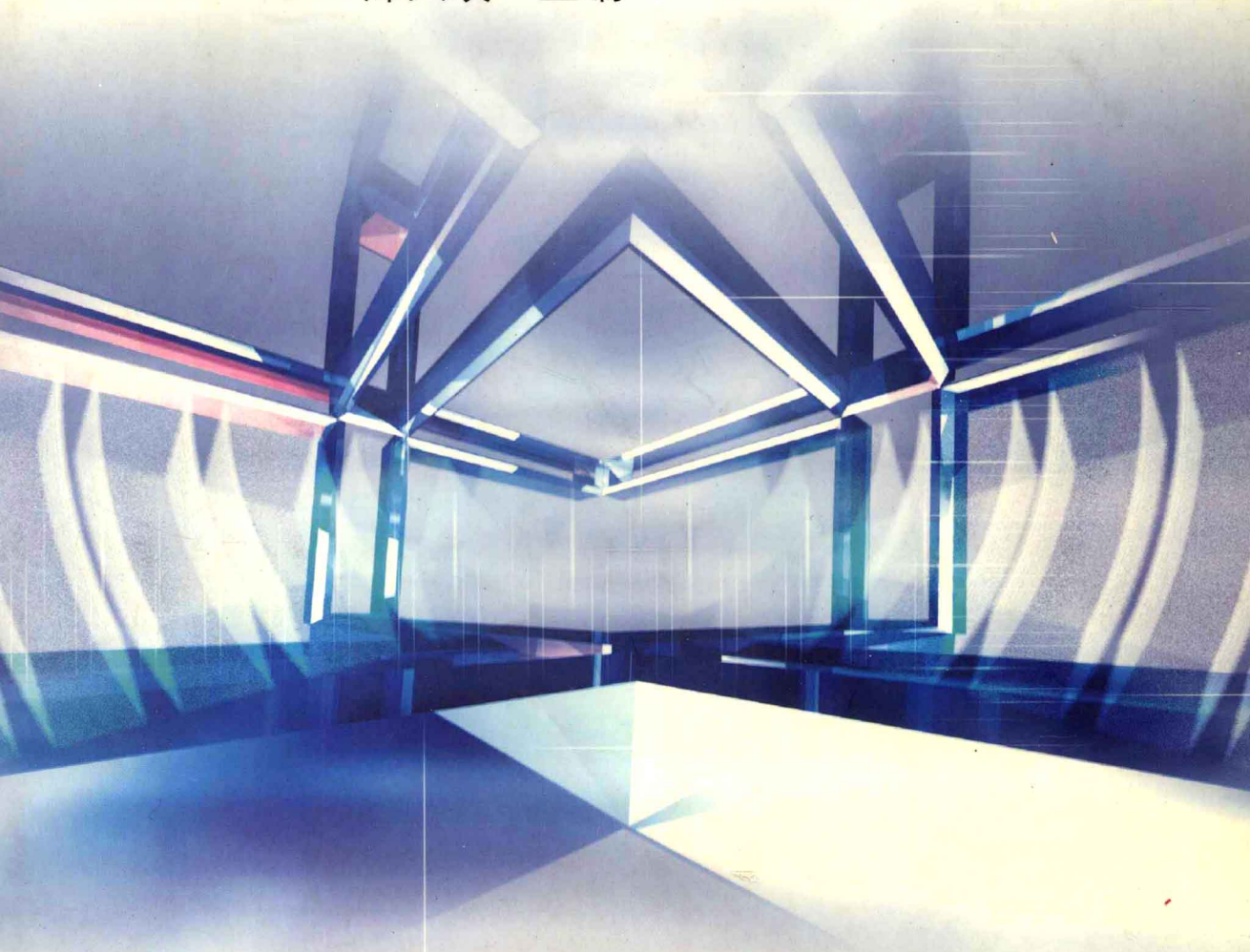


WULI
SHIYAN

物理实验 教程

JIAOCHENG

■ 郑天璞 主编



电子科技大学出版社

WULISHIYAN
JIAO CHENG

物理实验教程

郑天璞 主编

电子科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

物理实验教程/郑天璞主编. —成都: 电子科技大学出版社, 2005. 9

ISBN 7-81094-920-9

I. 物... II. 郑... III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 093917 号

物理实验教程

郑天璞 主 编

出 版	电子科技大学出版社 (成都市建设北路二段四号, 邮编: 610054)
责任编辑	罗 雅
发 行	电子科技大学出版社
印 刷	西南石油学院印刷厂
开 本	787×1092 1/16 印张 17.625 字数 451 千字
版 次	2005 年 9 月第一版
印 次	2005 年 9 月第一次印刷
书 号	ISBN 7-81094-920-9/O · 54
定 价	20.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 邮购本书请与本社发行科联系。电话: (028)83201495 邮编: 610054。
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

前 言

《物理实验教程》是依照国家教委 1995 年正式颁布的高等工业学校《物理实验课程教学基本要求》，在四川省 21 世纪初高等教育教学改革项目“工科物理理论课与实验课的整体优化”和“大学物理实验课程内容与教学方法改革”的研究基础上，结合多年的教学经验，参照国际统一的不确定度的评定与表示指南，以原教材《大学物理实验教程》（石油工业出版社，1998）为蓝本编写而成。

根据教学改革与研究的总体要求，编者重新组织了教材内容。全书共分四个主要部分，即基础实验部分、综合应用与近代物理实验部分、设计与创新实验部分、窗口实验部分。第 1 章和第 2 章为基础部分。在第 1 章中，引入不确定度概念，按国际公认的规则，统一了不确定度的评定和表示，使测量结果的评定更合理、更科学。在数据处理方法上，除保留了列表法、作图法、最小二乘法原理及其直线拟合方法外，增加了平均法，把逐差法作为平均法的一个特例进行叙述。第 2 章为基础实验，精选了 20 个实验项目，根据不同专业的需要进行选择，以达到强化基础训练的目的。第 3 章为综合应用与近代物理实验，提高了训练起点。加强了综合应用型实验内容，增加了近代物理实验的内容，并且在近代物理实验选项上注意了其原理和技术的应用性，为后续的专业和专业基础课实验留有接口。第 4 章除有 20 多个设计创新实验外，还独具特色地以“窗口”的形式介绍了现代物理测试技术和先进的测试手段。比如光学多道分析技术、工业 CT 技术等。

在训练进程上，作者力图贯彻“分层次教学”的训练方针，即分为基础训练、综合训练、创造性训练三个训练层次。基础训练阶段是训练的初级阶段，即实验 2.1~2.12，训练内容主要是一些基本物理量的测量，基本实验仪器的调节与使用，基本的实验技术，不确定度的评定、表示与数据处理的基本方法等。该部分实验教材编写详尽，不仅详细介绍测量原理、实验步骤等，而且给出参考数据记录表格和不确定度公式及计算步骤，以实现中学不同训练层次的学生到大学的平稳过渡。综合训练阶段重要的是第 3 章的综合性与近代物理实验，是培养学生综合应用能力的中间阶段。在此期间学生自拟数据记录表格，自己推导不确定度合成公式，分析测量误差，逐渐培养学生独立完成实验的能力。

创造性阶段即第4章设计性实验，是课程训练的最高阶段。实验的编写仅给出实验任务、实验仪器和实验条件，让学生自己查阅有关资料，拟定实验方案，选配测量仪器，决定测量条件。自己独立测试并分析处理数据，写出小论文式的实验报告，以此激发和培养学生的创造性。窗口实验主要是让学生认识 and 了解现今科学技术发展的新动态、新水平，以扩展眼界，拓宽思路。编者注重了物理实验教材的完整性、独立性和基础性，也注重了教材内容与本科专业教材的联系。一方面注意了物理实验原理、测量方法、实验仪器等在专业技术中的应用；另一方面把一些专业实验内容移植到物理实验中来，比如岩石空隙度测定、伏安法测溶液浓度，从而一定程度地缩小了物理实验的训练与专业技术需要的差距。

为了教材内容的适应性和便于学生进一步自学，在第1章中增加了部分超出基本要求的内容。同时，为了保证每个实验的完整性和便于学生阅读，取消了原教材《大学物理实验教程》中的第2章，把相关内容放到每个相应的实验中。

本书由郑天璞主编，申英、姚茂林参编。其中郑天璞编写了绪论、第1章、第4章、附表和参考文献，同时负责全书的统编、制图、排版等工作。申英编写了第2章部分内容。姚茂林编写了第3章部分内容。

秦天健、郭承茂两位同志共同负责了全书的审稿工作，并为本书的编写、修改、定稿提出了许多宝贵的意见和建议，在此，编者深表感谢。

本书部分插图选自兄弟院校的教材。摘录了部分原著的定义和概念。由于编者水平有限，错误和遗漏难免，欢迎读者批评指正。

编 者

2005年6月

目 录

绪论	1
第 1 章 测量不确定度与数据处理基础知识	4
1.1 测量与误差基本概念	4
1.2 测量不确定度	13
1.3 测量不确定度的评定	14
1.4 测量不确定度的报告与表示	23
1.5 有效数字	26
1.6 数据处理	29
第 2 章 基础实验	45
2.1 固体密度的测量	45
2.2 电阻伏安特性测定	55
2.3 光的干涉	66
2.4 拉伸法测杨氏弹性模量	74
2.5 电表的改装与校准	80
2.6 薄透镜焦距的测定	85
2.7 用气垫导轨研究质点运动	93
2.8 电势差计的使用	100
2.9 用惠斯通电桥测电阻	106
2.10 电子示波器的调节和使用	112
2.11 分光仪的调整和使用	124
2.12 模拟法描绘静电场	132
2.13 空气中声速的测定	138
2.14 光栅衍射测波长	144
2.15 霍尔效应与磁场测定	148
2.16 热电偶温度计的标定与测温	154

2.17 灵敏电流计的研究	159
2.18 落球法测定液体的黏度.....	165
2.19 刚体转动惯量的测定.....	173
2.20 动量守恒定律的验证.....	178
第3章 综合应用与近代物理实验.....	182
3.1 简谐振动与阻尼振动	182
3.2 电子束的电偏转和磁偏转.....	186
3.3 电子束的磁聚焦与电子比荷的测定.....	191
3.4 温度测量与电阻-温度特性研究	195
3.5 光的偏振实验研究	199
3.6 迈克尔逊干涉仪的调节与使用.....	205
3.7 盖革-弥勒计数器和放射性探测	208
3.8 微波布喇格衍射实验	214
3.9 光电效应法测普朗克常量.....	218
3.10 照相实验	223
3.11 密立根油滴法测电子电荷.....	230
3.12 激光全息照相实验	236
3.13 单道 γ 能谱仪.....	240
3.14 弗兰克-赫兹(F-H)实验.....	244
3.15 固体中超声声速和杨氏模量的测定及超声探伤.....	248
第4章 设计性实验与窗口实验.....	254
4.1 力、热学设计实验	257
4.2 电磁学设计实验	258
4.3 光学设计实验	259
4.4 实验数据处理 CAI.....	260
4.5 窗口实验	263
附表	269
参考文献	275

绪 论

物理实验简介

《物理实验》是对高等院校学生进行科学实验基本训练的一门独立的、必修的基础课程，它主要对学生进行全面而系统的实验方法和实验技能的训练，从而培养学生独立的动手能力、创新能力和科学素质。

物理实验的主要任务是：

1. 培养和提高学生的科学实验能力。具体包括：

- ① 能够自行阅读实验教材及其他有关技术资料，并正确理解实验原理；
- ② 掌握常见物理量的基本测量方法和有关物理实验技术；
- ③ 能够借助教材或仪器说明书，正确使用常规仪器进行测试；
- ④ 能够正确完整地记录和处理实验数据，对结果进行误差分析和数据处理；撰写合格的实验报告；

⑤ 能够独立设计完成简单实验，即设计实验。

2. 通过对现象的观察、分析和对物理量的测量，加深对物理学理论和思想方法的理解，进而提高学生运用理论知识解决实际问题（理论和工程）的能力以及工程应用和创新能力。

3. 培养与提高学生的科学实验素质，即理论联系实际的科学作风，严肃认真、实事求是的工作态度，积极主动的探索精神，以及遵守纪律、团结协作和爱护公共财物的优良品德。

物理实验研究的是物质运动的最基本、最普遍的规律，所以物理实验的实验技术和测量方法具有基本性和普遍性。基本性是指物理实验是一切其他实验技术和方法的基础，普遍性是指物理实验技术和方法适用于所有工程领域。事实上，很多工业技术问题或研究课题，如果把它们分解开来，实质上就是一些物理问题。因此，物理实验往往与工程技术直接相联系。综上所述，对一个高等院校的学生来说，不论其专业如何，物理实验是一门重要的基础课程。

物理实验的进程和要求

物理实验的内容包括四大类，即测量物理量的数值、验证物理规律、定量研究某一物理量随另一或另一些物理量的变化规律和认识性地观察物理现象。然而，无论实验类型怎样，就其进行程序而言，它们可以分成三个阶段：

1. 预习

预习是实验的准备阶段，在课前进行。一方面实验课的特殊性在于其实践性，课内实际问题多，且难以预料，即使有些从理论上看似极为简单的问题，如果学生没有充分的课前准备，届时也可能不知如何动手，或者不能在限定的实验时间（通常为三学时）内完成实验。另一方面，实验课教学以学生自己动手动脑为主，在实际着手实验之前，教师不可能花太多的时间面面俱到地讲解实验内容。与理论课教学截然不同，如果学生未能充分预习，实验就难以很好地完成。有时即使测得了数据，也难以真正理解实验原理或掌握测量方法。因此，实验课前的预习是保证实验顺利进行、取得满意训练效果的不可缺少的学习环节。

预习时通常以实验教材为主，适当参考相关书籍。具体预习要求是：明确实验目的，熟悉实验内容，理解实验原理，初步了解所用仪器的调节使用方法及注意事项，大致弄清实验步骤。

为了引导督促和检查学生预习，本书配有《大学物理实验预习记录册》。在实验课前，学生应该按要求填写回答有关问题，未完成《大学物理实验预习记录册》所要求的预习任务者，一般不得动手实验。

2. 实验

当实验课开始时，指导教师一般要作简要的启发性讲解。内容可能包括本次课的学习任务（即实验目的、实验内容）、实验原理提要、关键仪器简介和注意事项以及教材中没有的扩展性知识等。学生在充分预习的基础上，再有效地领会好教师的讲解，就会收到事半功倍的学习效果。一般而言，实验可以分四步进行：

① 仪器的安装与调整

开始实验的第一步是安装调整仪器，仪器安装应力求科学、方便、安全。这里，科学是指仪器的布置和安装必须满足实验要求和仪器的工作条件，比如要求水平放置的电流表不能竖直放，热电偶定标实验中的热电偶和水银温度计的水银头应该装在加热器内同一深度等。方便是要求仪器的布置应该便于观察、便于调节、便于读数，即需要经常观察调节或读数的仪器应该放置在靠近实验者的地方或方便调节的地方。反之则可放得稍远些。这里的安全既包括仪器安全又包括实验者自己的安全，换句话说，布置仪器时既要注意避开对实验者有危险的仪器或仪器部位，又要考虑到稍不留心就有可能损坏仪器设备的危险。仪器的调整旨在使仪器达到正常的工作条件或状态，例如天平或气垫导轨的水平调节，各种支架的竖直调节，指零仪器的零位调节，电子仪器的预热和光学仪器的光路调节等等。

② 观察与测量

在实验时，一般都应该先观察欲研究的物理现象，在观察了解了所要研究的物理现象的物理特征和变化过程，确信仪器工作正常后，再对被研究现象进行定量测量。这样做的目的在于减少测量的盲目性，避免因仪器工作范围不正常而发生前功尽弃的情况。测量时发现异常，应分析找出其原因，进行重复测量，并检验测量数据的正确性。

③ 数据记录

实验数据必须记录在《大学物理实验预习记录册》上。数据记录应该注意两点，首先是原始数据，即直接从仪器仪表上读出的、未进行运算处理的数据；其次是数据记录必须

根据所用仪器仪表的分度值或准确度等级，记下正确的有效位数。完整的实验数据除了观测数据外，还需要记清实验时间、合作者、实验环境条件、仪器名称及其规格型号（必要时还应记下仪器编号和测量样品标记等）和简要步骤等。记录应该力求简洁清楚，标明每个符号的意义及单位，使自己和别人都能一看就明白。

必须强调指出的是，测量数据必须及时地如实记录，不能事后凭记忆“追记”，更要坚决杜绝拼凑或人为修改数据的现象发生。

④ 结束实验

实验结束前应将仪器整理归位，记录数据交指导教师签字，填好仪器使用情况登记表，经指导教师签字允许，方可离开实验室。

3. 撰写实验报告

实验报告在课后完成。实验报告是实验工作的全面总结，实验报告撰写能力是物理实验课的基本训练内容之一。实验报告要用统一印制的实验报告纸书写，除填写实验者姓名、专业、年级、组别和实验时间外，实验报告通常包括下述几部分内容：

① 实验名称

② 实验内容

③ 实验原理

一般只要求原理概要，即给出简明的文字叙述、画出主要原理图、列出主要测量公式、注明公式中各量的物理意义。应该指出，一份好的实验报告应该在理解的基础上用自己的语言概述实验原理，不要照抄教材内容。

④ 实验仪器

应记清实验中实际使用仪器的名称、规格、型号，必要时还需要记下仪器编号，或画出仪器面板图等。

⑤ 实验步骤

一般情况下，如果教材上已详尽地给出了实验步骤，报告中可以分步扼要叙述实验步骤。但是对某些重点要求操作步骤的实验（如电子示波器的使用、分光仪的调节与使用等）和要求自己设计的实验（如设计性实验），应该详尽写清实验的实际进行步骤及注意事项。

⑥ 数据记录与处理

整理并正式制表列出实验数据，要注意标明表中各量的名称和单位，正确表示数据的有效数字。数据处理就是用适当的数据处理方法计算出实验结果，作出实验曲线，对结果进行不确定度计算和误差分析等。

⑦ 问题讨论或作业

对实验存在的问题或实验结果进行分析讨论，提出改进建议，或完成指定作业。也可以提出学习中出现的问题，以便教师在批改实验报告时作出书面回答或在课堂上统一回答。

第1章 测量不确定度与数据处理基础知识

1.1 测量与误差基本概念

1.1.1 测量

测量就是以获得被测对象量值为目的的全部操作。依据获得测量结果方法的不同，测量可以分为两大类，即直接测量和间接测量。

1.1.1.1 直接测量

从所用仪器或测量工具上直接读出测量结果的测量称为直接测量。例如，用米尺测量长度，用天平称衡物体的质量，用停表测量时间，用电流表测量电流，用温度计测量温度等等都是直接测量。

1.1.1.2 间接测量

通过测量与被测量有函数关系的可以直接测量的其他量，再算出被测量，这类测量称为间接测量。例如，测量某圆柱体的体积，可以分别测出其直径 D 和高 H ，由 $V = 1/4\pi HD^2$ 计算出体积。

显然，测量属于直接测量还是间接测量与被测量本身没有必然联系，而取决于测量方法或测量器具。比如，测量电阻可以用伏安法，也可以用欧姆表或电桥。

前者需要先测出电流和电压再由欧姆定律求出电阻，故属于间接测量；后者则可以从欧姆表或电桥上直接读出电阻值，故属于直接测量。

1.1.2 误差

测量时人们总希望获得被测物理量的客观实际值，即真值。但是，由于各种各样因素的影响，使人们难以获得被测量的真值。这些影响可能来自某些偶然因素，比如测量环境条件（如温度、湿度、振动、电源电压等）的无规律变化，也可能源于所用仪器的限制，还可能由于测量仪器与被测物理量的相互影响导致原有被测物理量的改变等等。因此，测量结果与被测量的真值之间总是不完全相同。测量结果与被测量的真值之差称为测量误差，简称误差。

根据误差的性质不同，误差可以分为系统误差和随机误差。

1.1.2.1 系统误差

所谓系统误差是指对同一被测量的多次测量过程中，数值大小和符号保持恒定或可以预知其变化的误差分量。例如，螺旋测微计的零值误差、天平不等臂或停表指针未对准刻

度线等因素产生的测量误差。在测量过程中其数值大小和符号都不改变，它们皆属于系统误差。又例如在测量电阻的阻值时，由于环境温度变化而导致电阻随温度变化，但其变化规律确定，所以仍属于系统误差。

系统误差的主要来源有：

(1) 仪器误差。是由于测量仪器本身的刻度不准，结构、灵敏度和分辨率等因素的限制而导致的误差，例如，米尺刻度不准，移测显微镜内精密螺杆的回程差和惠斯通电桥的检流计的灵敏度偏低等等。

(2) 调整误差。与仪器误差不同，调整误差不是仪器本身所具有的误差，而是由于测量时未能将仪器或被测对象调整到正确位置或状态所引起的误差。例如没有达到仪器的工作条件，如不水平、不铅直、不共轴、不等高、偏心或定向不准确等都会引起调整误差。

(3) 方法误差。指因测量方法不完善所引起的误差。如伏安法测电阻实验中电表内阻的影响；又如单摆的周期测定公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 要求摆角 $\theta \rightarrow 0$ ，实际中难以完全满足该近似条件，必然由此产生方法误差。

(4) 环境误差。由于实际环境条件不一致所引起的误差。如温度、湿度、气压、电磁场、振动等环境因素的影响，使测量仪器的机构失灵、参数改变、示值变化等产生的误差。

(5) 人员误差。是由测量人员主观因素和操作所引起的误差。例如，测量者在用停表计时总是超前或落后，对准标尺时总是偏左或偏右等。

1.1.2.2 随机误差

在一定条件下，对同一物理量的多次测量过程中，以不可预知方式变化的测量误差分量。随机误差的“不可预知”表现为，就具体某一次测量来讲，其误差的数值大小和符号都不能预测，即具有随机性。但是，如果测量次数足够多。其总体却服从一定的统计规律，因此可以用统计方法估计其对测量结果的影响。

随机误差产生于测量过程中随机因素的影响。比如，测量条件（温度、湿度、电源电压、气流振动、杂扰电磁波等）的无规则变化的影响；测量者受感官灵敏度或分辨能力的限制，在重复测量读数时难以做到每次完全一致等等。

必须指出，这样定义的系统误差和随机误差，依据是它们特征上的不同，即系统误差具有确定性，而随机误差则具有随机性。但是，这种特征上的不同并非一成不变。不确定的系统误差和随机误差之间仍然是相互联系的，有时甚至难以明确区分。例如，用米尺测量某物体的长度，如果每次测量都从米尺上同一刻线起，毫无疑问米尺刻度不准产生的误差属于系统误差；如果每次测量从米尺上不同刻线起，则米尺刻度不准又表现为随机误差。这个例子一方面表明系统误差与随机误差的区别与空间因素有关，另一方面又说明有时也可以把一些规律过于复杂的系统误差转化为随机误差来处理。在另外一些情况下，系统误差与随机误差的区别还取决于时间因素。比如在进行某些精密测量时，在短时间内环境温度可以保持恒定或者缓缓变化，由此引起的误差为系统误差；但是在较长时间中温度却在平均值附近无规则起伏变化，所以又表现为随机误差。此外，随着科学技术的发展，人们对误差来源及其变化规律的认识不断深入，过去的随机误差也可能被重新确定为系统误差。

在实验过程中，往往出现明显超出规定条件下预期结果的异常值。如测量过程中错误

读取示值、使用有缺陷的测量器具、不正确的操作或环境的严重干扰等都可能产生测量的异常值。引起异常值的原因往往是可以避免的，故在测量结果的评定中不允许异常值存在。

1.1.3 误差的表示

误差可以表示为绝对误差和相对误差两种形式。

1.1.3.1 绝对误差

绝对误差直接表示误差的绝对大小、定义为：

$$\text{绝对误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

表示为：

$$\Delta x = x_i - x_0 \quad (1.1.1)$$

显然，绝对误差是一个代数量。

1.1.3.2 相对误差

相对误差定义为绝对误差与被测量的真值之比，即

$$E = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\% \quad (1.1.2)$$

一般把相对误差表示成百分数，故又称为百分误差。

绝对误差反映同类测量结果的好坏，而相对误差则可用以比较不同测量结果的优劣。

由于各种实际因素的影响和客观条件的限制，被测量的绝对真值往往是不可能获得的。因此，在实际的误差计算中，人们总是以测量值与约定真值之差作为测量结果的误差。依据不同的情况，可以把已修正系统误差的算术平均值、标称值、校准值、理论值、公认值等作为被测量的约定真值。

1.1.4 随机误差

随机误差服从统计分布，不同性质的随机误差所服从的统计分布规律可能不同，如二项分布、泊松分布、 χ^2 分布、 F 分布、均匀分布、 t 分布和正态分布等。但是，当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时，相当多的分布都趋于正态分布。比如前述诸多常见统计分布中除均匀分布外，都以正态分布为极限。因此，正态分布是一种典型的随机误差分布形式。

为了简便起见，在本节的讨论中，假定系统误差已经消除或修正到可以忽略不计的程度，即只有随机误差存在，并且设随机误差服从正态分布。

1.1.4.1 随机误差的分布

随机误差服从统计规律，下面选用一组测量数据来形象说明随机误差服从统计规律的具体意义。

用数字毫秒计测量单摆的周期。重复测量 60 次，测量数据如表 1.1.1（设数据中只存在随机误差）。统计整理出频数分布表（表 1.1.2），并作出相应的直方图，如图 1.1.1 所示。

从直方图可见，图形只有一个峰，偏离该峰值越远的测量值出现的频数或相对频数越低，而且关于峰值图形左右大致对称。当然，如果在相同条件下再作 60 次同样的测量，一

般说来测量结果的直方图会略有不同。但是，大量实验事实表明，随着测量次数的增多和分组宽度的变窄，各组的频数增加，而各组的相对频数却趋于定值。不同测量所得的直方图的差别逐渐减小。由此可以推知，当测量次数趋于无穷、分组宽度趋于零时，图 1.1.1 中直方图的上边缘折线就会变成一条光滑的曲线（图 1.1.1 中虚线）。这就是随机误差的正态分布曲线。

表 1.1.1 单摆周期测量数据 单位：s

2.150	2.168	2.164	2.162	2.158	2.168	2.174	2.166	2.167	2.176
2.171	2.176	2.163	2.160	2.159	2.166	2.164	2.181	2.177	2.162
2.156	2.174	2.164	2.169	2.165	2.159	2.163	2.157	2.167	2.177
2.169	2.158	2.171	2.173	2.153	2.167	2.162	2.170	2.155	2.158
2.152	2.165	2.164	2.166	2.168	2.169	2.161	2.171	2.172	2.165
2.161	2.160	2.165	2.164	2.181	2.173	2.178	2.169	2.172	2.169

表 1.1.2 频数分布表

组 序	分 组	频 数	相对频数%
1	2.145~2.150	1	2
2	2.150~2.155	3	5
3	2.155~2.160	9	15
4	2.160~2.165	16	27
5	2.165~2.170	15	25
6	2.170~2.175	9	15
7	2.175~2.180	5	8
8	2.180~2.185	2	3

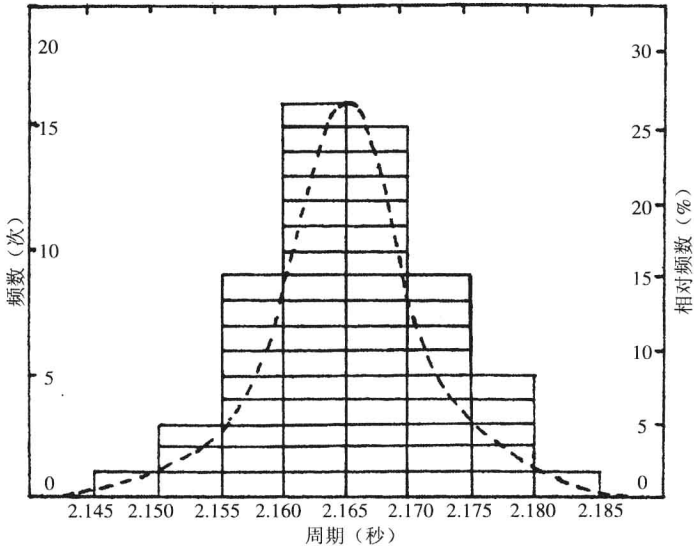


图 1.1.1 周期测量直方图

设在相同条件下对某物理量 x 进行多次测量, 共进行了 n 次, 获得一系列测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。对应的随机误差分别为 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ 。当测量次数 n 充分多时, 它们服从正态分布, 即测量值中测量误差在 $\Delta x \sim \Delta x + d(\Delta x)$ 之间的测量数据 (共 dn 次) 出现的概率 $\frac{dn}{n}$ 与该误差区间 $d(\Delta x)$ 的大小有如下关系:

$$\frac{dn}{n} = f(\Delta x)d(\Delta x) \quad (1.1.3)$$

其中 $f(\Delta x)$ 称为随机误差分布函数, 其统计意义是: 在单位误差间隔内, 误差在 Δx 附近的测量值出现的概率。因此 $f(\Delta x)$ 实质上就是随机误差的概率密度函数。正态分布的随机误差的概率密度曲线如图 1.1.2 所示。由 (1.1.3) 式可知曲线下面积 (阴影部分) 代表与误差区间 $d(\Delta x)$ 相对应的测量值出现的概率, 任何测量其测量误差必然限制在 $(-\infty, +\infty)$ 区间, 用统计术语来说就是各种误差的测量值出现的总概率为 1, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta x)d(\Delta x) = 1 \quad (1.1.4)$$

这就是误差分布函数的归一化条件, 其几何意义是: 无论曲线形状如何, 曲线下总面积恒等于 1。

从随机误差概率分布曲线图 1.1.2 可以直观地看出, 随机误差具有四个特点:

- (1) 单峰性。绝对值小的随机误差出现的概率比绝对值大的随机误差出现的概率大;
- (2) 对称性。绝对值相等但符号相反的随机误差出现的概率相等;
- (3) 有界性。绝对值很大的随机误差出现的概率趋于零;

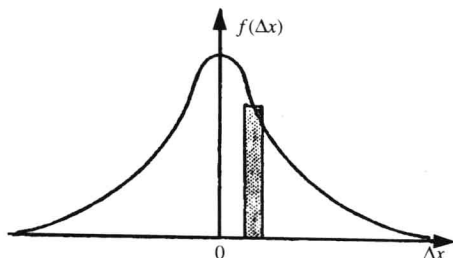


图 1.1.2 随机误差概率分布曲线

- (4) 抵偿性。当测量次数趋于无穷时, 各次测量的随机误差的代数和趋于零, 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0 \quad (1.1.5)$$

事实上, 抵偿性可以看作是对称性的一个重要推论。上述四个基本特点是后面处理随机误差的基本依据。

1.1.4.2 随机误差的估计

随机误差表现为测量数据的分散性。随机误差的估计就是引入一个量来定量描述数据分散性的大小, 这个量就是标准误差。

误差的正态分布的概率密度函数为指数形式:

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\Delta x^2 / (2\sigma^2)} \quad (1.1.6)$$

其中

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n}} \quad (1.1.7)$$

称为标准误差。由指数函数的性质容易知道，在 $\Delta x = 0$ 附近，标准误差 σ 越小，误差分布函数 $f(\Delta x)$ 随 Δx 变化越快，曲线越陡峭。另一方面，受到归一化条件的限制，无论曲线形状如何，曲线下的面积恒等于1。因此，对不同的标准误差 σ ，其误差分布曲线将呈现出不同的平坦程度，如图1.1.3所示。标准误差 σ 越小，曲线越向纵轴 ($\Delta x = 0$) 收缩，即是说标准误差 σ 越小的测量，其数据越相互接近，分散性越小；反过来， σ 越大，测量数据越分散。

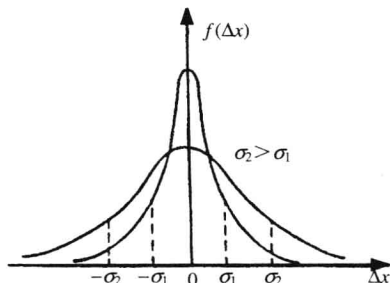


图 1.1.3 标准误差决定数据分散性

在实际测量中，测量次数 n 不可能太大，被测量的真值也往往无法获得。因此，不能直接由 (1.1.7) 式计算出标准误差，而引入标准偏差（为统一起见，以后将此偏差称为测量列的实验标准差） $S(x_i)$ 来表征数据的分散性，其值可以用贝塞尔公式计算，即

$$S(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.1.8)$$

式中

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.1.9)$$

称为被测量 x 的平均值。

根据随机误差的抵偿性，(1.1.5) 式不难证明，当测量次数充分多时，平均值 $\bar{x}$ 就是被测量 x 的最佳近似真值。对于有限次的测量， x_i 不严格服从正态分布，随机误差不能完全抵消。但是，据最小二乘法原理仍可以得到同样的结论，即平均值是被测量的最佳近似真值（见 1.6.4 式）。

误差理论表明，平均值的实验标准差 $S(\bar{x})$ 等于测量数据列中任一次测量 x_i 的实验标准差 $S(x_i)$ 的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ ，即

$$S(\bar{x}) = \frac{S(x_i)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1.1.10)$$

1.1.5 系统误差

系统误差的特点是它具有确定性，它不像随机误差那样服从统计规律，而是保持恒定或服从确定的函数规律。在相同条件下重复测量同一物理量时，系统误差的绝对值和符号

都保持不变；当测量条件改变时，系统误差也按一定的非统计规律变化，对不同的测量其非统计规律可以不同。系统误差的确定性的直接影响是难以像发现随机误差那样，直接由测量数据的重复性来发现，也不能找到像处理随机误差那样统一的方法或公式去处理系统误差，而只能是针对不同的测量寻求不同的方法去发现和修正系统误差。系统误差的发现和修正可能涉及到对测量仪器、测量条件和测量原理等的分析研究，并要求实验者有相当的实际经验和实验技能等。因此，一般说来系统误差的发现和修正比随机误差困难得多，而研究更好地发现和修正系统误差的方法是误差理论的重要课题之一。

1.1.5.1 系统误差的分类

根据不同的需要，系统误差有不同的分类方法。按系统误差的来源分类可以分为仪器误差、方法误差、调整误差、环境误差和人员误差等五类；根据系统误差遵从规律的不同，系统误差可以分为固定、线性、多项式、周期性和复杂规律等形式；依据对系统误差的认识程度，系统误差又可以分为已定系统误差和未定系统误差两大类。为了后面讨论的需要，下面仅从对系统误差的认识程度分类讨论。

(1) 已定系统误差

已定系统误差是指误差的数值大小和符号或变化规律已为人们所确切掌握的系统误差。仪器的零值误差多属于已定系统误差。例如电表的指针不指零产生的零值误差，螺旋测微计的零点读数等。又如，镉汞标准电池的电动势在不同的温度下略有不同，其变化经验规律为：

$$E_t = E_{20} - [39.94(t - 20) + 0.929(t - 20)^2 + 0.0090(t - 20)^3 + 0.000006(t - 20)^4] \times 10^{-6} \text{ V}$$

由于温度不同引起的标准电池电动势的偏离，属于按已知规律变化的已定系统误差。

(2) 未定系统误差

未定系统误差是指不能确切知道误差的数值大小、符号和变化规律，而仅仅知道误差范围的系统误差。例如，由于电表的仪器误差与其轴承的摩擦、游丝弹性的均匀性及老化、磁场的均匀性、分度的均匀性、外界的影响和检验标准等很多因素有关。尽管在一定条件下电表的误差可能是确定的，但仍难以决定其数值大小和符号，而只能以准确度等级的形式给出电表的误差范围。所以电表的误差属于未定系统误差。又例如，在电子工业中，由于工艺条件等因素的影响，使得生产出来的电子元件（如电阻、电容、晶体管等）的参数具有明显的但又难以确定的离散性，所以常常以标称值和误差范围的形式给出电子元件的有关参数，这也是未定系统误差。

从统计角度看，未定系统误差的不确定性又表现出一定程度的随机性。仍以电表误差为例，当用电表进行测量时，对某一确定测量条件的测量，电表的未定系统误差就表现出随实验条件变化的某种统计分布。比如，在很多情况下，常常认为许多仪器误差服从均匀分布。

在实际的测量中，应尽可能地消除或修正已定系统误差；对未定系统误差应该通过测量方法选择、参数设计、器具校准、条件控制等来减小其影响，或设法予以修正。无法修正的部分，先估计其大小，在测量结果评定中与随机误差进行合成。