● 内容提要　● 典型例题
● 同步练习　● MATLAB实验

计算方法
学习指导

郑继明 刘 勇 刘 平 尹龙军 编

清华大学出版社

计算方法学习指导

郑继明 刘 勇 刘 平 尹龙军 编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是学习"计算方法"课程的辅导书，包括误差理论，插值与曲线拟合，线性方程组的数值解法、非线性方程(组)的迭代解法，矩阵特征值和特征向量的计算，数值积分和常微分方程初值问题的数值解法等. 每章分为4个部分："基本要求与主要内容"给出了课程基本要求，系统地归纳了计算方法的基本理论；"例题选讲"和"练习题及解答"对各类典型问题较详细地给出了解题过程；"数值实验"运用 MATLAB 软件给出了实验例题的计算机实现.

本书可作为理工科本科生的简明教材或参考书，也可供硕士研究生及从事科学计算的工作者参考.

图书在版编目(CIP)数据

计算方法学习指导/郑继明等编. --北京：清华大学出版社，2013

ISBN 978-7-302-34308-0

Ⅰ. ①计…　Ⅱ. ①郑…　Ⅲ. ①计算方法－高等学校－教学参考资料　Ⅳ. ①O241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 252577 号

责任编辑：陈　明　赵从棉
封面设计：傅瑞学
责任校对：赵丽敏
责任印制：刘海龙

出版发行：清华大学出版社
　　网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
　　地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　**邮　　编**：100084
　　社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
　　投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
　　质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：北京国马印刷厂
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×230mm　　**印　　张**：10　　**字　　数**：218 千字
版　　次：2013 年 11 月第 1 版　　**印　　次**：2013 年 11 月第1次印刷
印　　数：1～3000
定　　价：20.00 元

产品编号：054118-01

前言

FOREWORD

在科学研究和工程设计中经常需要做大量的数值计算. 现在,计算方法与计算机技术相结合已深入到计算物理、计算力学、计算化学、计算生物学、计算经济学等各个领域,人们更加认识到科学计算是科学研究的第 3 种方法. 在学习计算方法时,我们要注意掌握各种数值方法的基本原理和思想,要注意方法处理的技巧及其与计算机的结合,要重视误差分析、收敛性及稳定性的基本理论. 此外,还要通过应用算法编程计算例子来提高解决实际问题的能力.

编写本书的目的是帮助学习"计算方法"、"数值分析"、"数值计算方法"等课程的读者进一步了解计算方法的基本概念,掌握适用于计算机实现的常用算法,具有基本的理论分析和实际计算能力. 本书包括了计算方法的主要内容: 函数的插值与曲线拟合,线性代数方程组的数值解法,非线性方程和方程组的迭代解法,矩阵特征值和特征向量的计算,数值积分和常微分方程初值问题的数值解法等. 每章内容由 4 部分组成. 其中"基本要求与主要内容"对计算方法的基本概念、基本理论和基本方法进行归纳总结,便于读者参考和运用各知识点;"例题选讲"和"练习题及解答" 精选了 170 多道题目,着重对解题思路和方法进行了较详细的分析和求解,引导读者通过学习和总结,掌握解题方法和技巧,提高解题能力;"数值实验"专门介绍了运用 MATLAB 软件的计算实习内容,并安排了数值实验. 本书立足于计算方法的上机实验,编写自成体系,读者仅需具备初步的计算机知识就能动手完成本书实验的全部内容. 本书可作为高等工科院校相关专业的简明教材或参考书,也可供工程人员和自学者参考.

本书是在清华大学出版社和重庆邮电大学重点教材建设项目的支持下完成的,作者对他们的支持和帮助表示衷心的感谢. 由于编者水平有限,书中难免有缺陷和疏漏,敬请广大读者批评指正.

编　者

2013 年 8 月

目录

CONTENTS

第1章 数值计算中的误差

1.1 基本要求与主要内容

了解误差的概念及分类，知道科学计算中误差的来源，理解有效数字的概念，掌握数值计算中误差的传播规律和分析方法，以及数值计算方法中一般应遵循的原则.

1.1.1 误差

1. 误差的来源

在科学计算中误差来源一般有以下 4 个方面：模型误差、观测误差、截断误差和舍入误差. 这里主要考虑截断误差和舍入误差.

2. 绝对误差(限)、相对误差(限)和有效数字

(1) 绝对误差与绝对误差限

设某一个量的准确值为 x，其近似值为 x^*，则称 $e^*=e(x^*)=x-x^*$ 为近似值 x^* 的绝对误差.

如果可估计出误差绝对值的一个上界 ε，即 $|e(x^*)|=|x-x^*|\leqslant\varepsilon$，则称 ε 为近似值 x^* 的绝对误差限，简称误差限.

(2) 相对误差与相对误差限

称绝对误差与准确值之比 $e_r^*=e_r(x^*)=\dfrac{e(x^*)}{x}=\dfrac{x-x^*}{x}$ 为近似值 x^* 的相对误差.

在实际问题中常取 $e_r^*=\dfrac{e(x^*)}{x^*}$ 作为相对误差的另一定义.

如果存在一个正数 ε_r，使得 $|e_r(x^*)|\leqslant\varepsilon_r$，则称 ε_r 为近似值 x^* 的相对误差限.

注： 近似值 x^* 的绝对误差限 ε 和相对误差限 ε_r 都不是唯一的.

(3) 有效数字

如果近似值 x^* 的误差限是它的某一位的半个单位，则称该近似值准确到这一位；设从该位到 x^* 的第一位非零数字共有 n 位，则称 x^* 有 n 位有效数字.

具体地说，设 x 的近似值 x^* 的规格化形式为

$$x^* = \pm 0.\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n \times 10^m \tag{1.1}$$

其中 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 都是 0～9 中的任一整数，且 $\alpha_1 \neq 0$；n 是正整数，m 是整数. 若 x^* 的误差限为

$$|x - x^*| \leqslant \frac{1}{2} \times 10^{m-l}, \quad 1 \leqslant l \leqslant n \tag{1.2}$$

则称 x^* 为具有 l 位有效数字的有效数，或称它精确到 10^{m-l}.

例如，π 的近似值 3.143 和 3.142 分别有 3 位和 4 位有效数字.

(4) 有效数字和相对误差限的关系

定理 1.1 若近似值 $x^* = \pm 0.\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n \times 10^m$ 具有 n 位有效数字，则其相对误差限为

$$\varepsilon_r \leqslant \frac{1}{2\alpha_1} \times 10^{-n+1} \tag{1.3}$$

定理 1.2 若近似值 $x^* = \pm 0.\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n \times 10^m$ 的相对误差满足 $\varepsilon_r \leqslant \dfrac{1}{2(\alpha_1+1)} \times 10^{-n+1}$，则 x^* 至少具有 n 位有效数字.

3. 数值计算中误差的传播规律

设近似值 x_1^* 和 x_2^* 的误差限分别是 $\varepsilon(x_1^*)$ 和 $\varepsilon(x_2^*)$，则它们进行加、减、乘、除运算得到的误差限分别为

$$\varepsilon(x_1^* \pm x_2^*) \leqslant \varepsilon(x_1^*) + \varepsilon(x_2^*);$$

$$\varepsilon(x_1^* x_2^*) \leqslant |x_1^*|\,\varepsilon(x_2^*) + |x_2^*|\,\varepsilon(x_1^*);$$

$$\varepsilon\left(\frac{x_1^*}{x_2^*}\right) \leqslant \frac{|x_1^*|\,\varepsilon(x_2^*) + |x_2^*|\,\varepsilon(x_1^*)}{|x_2^*|^2}, \quad x_2^* \neq 0$$

一般地，当自变量有误差时计算函数值也产生误差，其误差限可利用函数的泰勒展开式进行估计. 函数值的误差如下：

设有 n 元函数 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，计算 $A = f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$. 如果 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的近似值为 $x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*$，则 A 的近似值为 $A^* = f(x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*)$. 于是函数值 A^* 的误差

$$e(A^*) = f(x_1,x_2,\cdots,x_n) - f(x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*) \approx \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^* e(x_i^*) \tag{1.4}$$

误差限为

$$\varepsilon(A^*) \approx \sum_{i=1}^{n}\left|\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^*\right| \varepsilon(x_i^*) \tag{1.5}$$

而 A^* 的相对误差限为

$$\varepsilon_r(A^*) = \frac{\varepsilon(A^*)}{|A^*|} \approx \sum_{i=1}^{n} \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^* \right| \frac{\varepsilon(x_i^*)}{|A^*|} \tag{1.6}$$

1.1.2 数值计算中应注意的一些问题

为保证数值算法的稳定性，在数值计算中一般应遵循如下一些原则：

(1) 应选用数值稳定的计算方法，避开不稳定的算式.

例如，已知 $a_0=\sqrt{3}$，试利用递推公式 $a_k=10a_{k-1}-1(k=1,2,\cdots)$ 计算 a_{100}.

由于$\sqrt{3}$是无理数，计算机只能截取前有限位数来计算，设 a_0 经机器舍入得到的近似值为 a_0^*，利用公式计算得到 a_k^*，则 $a_{100}-a_{100}^*=10^{100}(a_0-a_0^*)$. 误差扩大了$10^{100}$倍，计算显然是不稳定的.

(2) 注意简化计算步骤及公式，减少误差的积累；设法减少乘除法运算，节约计算机的机时.

例如，考虑多项式 $a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n$ 的算法设计. 仅讨论乘法的计算量. 如果直接计算，需要$\frac{n(n+1)}{2}$次乘法；如果使用下面的递推方法

$$t_0=1,\quad p_0=a_0,\quad t_k=xt_{k-1},\quad p_k=p_{k-1}+a_kt_k\quad (k=1,2,\cdots,n)$$

则只需要 $2n$ 次乘法；如果用秦九韶算法，则只有 n 次乘法了.

(3) 应合理安排运算顺序，防止参与运算的数在数量级相差悬殊时，大数"淹没"小数的现象发生.

一个 p 进制数 x 可以写成

$$x=\pm a\times p^J \tag{1.7}$$

其中 $a=\sum_{k=1}^{t}d_kp^{-k}=0.d_1d_2\cdots d_t$. 称 a 为数 x 的尾数. 自然数 t 为计算机字长，整数 J 称为数 x 的阶. 计算机在进行运算时，首先要把参加运算的数对阶. 例如，计算 $x=10^9+1$，必须改写成

$$x=0.1\times 10^{10}+0.0000000001\times 10^{10}$$

如果计算机的字长为 8，则算出 $x=0.1\times 10^{10}$，大数"淹没"了小数.

(4) 应避免两相近数相减，可用变换公式的方法来解决. 可参考下节的例 1.6.

(5) 绝对值太小的数不宜作为除数，否则产生的误差过大，甚至会在计算机中造成"溢出"错误.

例如，$\varepsilon\left(\frac{x_1^*}{x_2^*}\right)\approx\frac{|x_1^*|\varepsilon(x_2^*)+|x_2^*|\varepsilon(x_1^*)}{|x_2^*|^2}$，当$|x_2^*|\ll|x_1^*|$时，误差可能增大很多.

1.2 例题选讲

例 1.1 若 3.142,3.141,$\frac{22}{7}$分别作为圆周率 π 的近似值,问它们各具有几位有效数字?

解 $\pi=3.14159\cdots$,记 $x_1^*=3.142, x_2^*=3.141, x_3^*=\frac{22}{7}$.

由 $\pi-x_1^*=-0.00041\cdots$,知

$$\frac{1}{2}\times 10^{-4}<|\pi-x_1^*|\leqslant\frac{1}{2}\times 10^{-3}$$

所以 $x_1^*=3.142$ 有 4 位有效数字;

由 $\pi-x_2^*=0.00059\cdots$知

$$\frac{1}{2}\times 10^{-3}<|\pi-x_2^*|\leqslant\frac{1}{2}\times 10^{-2}$$

所以 $x_2^*=3.141$ 有 3 位有效数字;

由 $\pi-x_3^*=3.14159\cdots-3.14285\cdots=-0.00126\cdots$,知

$$\frac{1}{2}\times 10^{-3}<|\pi-x_2^*|\leqslant\frac{1}{2}\times 10^{-2}$$

所以 $x_2^*=3.141$ 有 3 位有效数字.

例 1.2 设有三个近似数 $x_1^*=2.31, x_2^*=1.93, x_3^*=2.24$,它们都有三位有效数字,试计算 $y=x_1+x_2x_3$ 及其绝对误差限,并说明 y 的计算结果有多少位有效数字?

解 $y=x_1+x_2x_3=2.31+1.93\times 2.24=6.6332$

$$\begin{aligned}\varepsilon(y)&=\varepsilon(x_1)+\varepsilon(x_2x_3)\approx\varepsilon(x_1)+|x_2^*|\varepsilon(x_3)+|x_3^*|\varepsilon(x_2)\\&=0.005+0.005(1.93+2.24)=0.02585\end{aligned}$$

因为 $\varepsilon(y)\approx 0.02585<\frac{1}{2}\times 10^{-1}$,$m-l=-1$,$m=1$,所以 $l=m+1=2$,即 y 的计算结果有 2 位有效数字.

例 1.3 已知近似数 x^* 具有 2 位有效数字,试求其相对误差限.

解 依题意 $l=2$,并考虑到 α_1 是 1~9 之间的数字,利用有效数字与相对误差的关系得

$$\varepsilon_r\leqslant\frac{1}{2\alpha_1}\times 10^{-l+1}\leqslant\frac{1}{2\times 1}\times 10^{-2+1}=5\%$$

例 1.4 设计算球体积允许其相对误差限为 1%,问测量球半径的相对误差限最大为多少?

解 记球半径为 R,球体积为 V,则由 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ 得 $\mathrm{d}V=4\pi R^2\mathrm{d}R$,从而$\frac{\mathrm{d}V}{V}=3\frac{\mathrm{d}R}{R}$. 于

是，$\varepsilon_r(R)=\frac{1}{3}\varepsilon_r(V)\leqslant\frac{1}{3}\times 1\%=0.33\%$.

例 1.5　若$|x|\ll 1$，利用等价变换使下列表达式的计算结果比较精确：

(1) $\frac{1}{1+2x}-\frac{1-x}{1+x}$；(2) e^x-1.

解　(1) $\frac{1}{1+2x}-\frac{1-x}{1+x}=\frac{1+x-(1-x)(1+2x)}{(1+2x)(1+x)}=\frac{2x^2}{(1+2x)(1+x)}$；

(2) $e^x-1=x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{24}x^4+\cdots\approx x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{24}x^4$.

例 1.6　当 N 充分大时，如何计算 $\int_N^{N+1}\frac{1}{1+x^2}dx$？

解　令 $\tan\theta_1=N$，$\tan\theta_2=N+1$，则由

$$\tan(\theta_2-\theta_1)=\frac{\tan\theta_2-\tan\theta_1}{1+\tan\theta_2\cdot\tan\theta_1}=\frac{N+1-N}{1+(N+1)N}=\frac{1}{1+(N+1)N}$$

得

$$\theta_2-\theta_1=\arctan(N+1)-\arctan N=\arctan\frac{1}{1+(N+1)N}$$

于是

$$\int_N^{N+1}\frac{1}{1+x^2}dx=\arctan\frac{1}{1+(N+1)N}.$$

1.3　练习题及解答

1.3.1　练习题

1. 若 $x^*=3587.64$ 是 x 的有 6 位有效数字的近似值，求 x 的绝对误差限.
2. 为使 $\sqrt{70}$ 的近似值的相对误差小于 0.1%，问查开方表时，要取几位有效数字？
3. 设 $x>0$，x 的相对误差限为 δ，求 $f(x)=\ln x$ 的相对误差限.
4. 求方程 $x^2-56x+1=0$ 的两个根，使它至少具有 4 位有效数字(已知 $\sqrt{783}\approx 27.982$).
5. 为了使计算 $y=10+\frac{3}{x-1}+\frac{4}{(x-1)^2}-\frac{6}{(x-1)^3}$ 的乘除法运算次数尽量少，应将该表达式改写为________.
6. 为了减少舍入误差的影响，应将表达式 $\sqrt{2012}-\sqrt{2010}$ 改写为________.
7. 若$|x|\ll 1$，利用等价变换使表达式 $1-\cos x$ 的计算结果比较精确.
8. 在计算函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 的值时，应如何计算才能避免有效数字的损失？

9. 按四舍五入原则写出下列各数具有 5 位有效数字的近似数：

(1) 187.9325；(2) 0.03785551；(3) 8.000033.

10. 计算 $A=10^7(1-\cos 2^\circ)$（用四位数学用表）.

11. 设 $y=\ln x$，当 $x\approx a(a>0)$ 时，已知对数 $\ln a$ 的绝对误差限为 $\frac{1}{2}\times 10^{-n}$，试估计真值 a 的相对误差限.

12. 已知 $I_n=\int_0^1 \frac{x^n}{4x+1}\mathrm{d}x$，试建立一具有较好数值稳定性的求 I_n 的递推公式.

13. 改变表达式 $\int_N^{N+1}\ln x\mathrm{d}x=(N+1)\ln(N+1)-N\ln N-1$（$N$ 充分大），以提高计算精度.

1.3.2 提示与解答

1. 因为 $x^*=0.358764\times 10^4$ 有 6 位有效数字，即 $m=4, l=n=6$，所以误差限 $\varepsilon(x^*)\leqslant \frac{1}{2}\times 10^{4-6}=0.005$.

2. 设需取 n 位有效数字，又 $8<\sqrt{70}<9$，可取 $\alpha_1=8$，则由

$$\frac{1}{2\alpha_1}\times 10^{-n+1}=\frac{1}{2\times 8}\times 10^{-n+1}\leqslant 0.1\%=10^{-3}$$

得 $n=3$.

所以至少应取 3 位有效数字.

3. 设 $\varepsilon(x^*)$ 是与 δ 对应的绝对误差限，则 $\delta=\frac{\varepsilon(x^*)}{x}$，于是 $\ln x$ 的相对误差限 $\tilde{\delta}\leqslant |f'(x)|\frac{\varepsilon(x^*)}{|\ln x|}=\frac{\varepsilon(x^*)}{x|\ln x|}=\frac{\delta}{|\ln x|}$.

4. 由求根公式得 $x_1=\frac{56+\sqrt{56^2-4}}{2}\approx 55.982$，再由韦达定理得

$$x_2=\frac{c}{ax_1}=\frac{1}{28+\sqrt{783}}\approx\frac{1}{55.982}\approx 0.017863.$$

5. $t=\frac{1}{x-1}, y=10+(3+(4-6t)t)t$.

6. $\frac{2}{\sqrt{2012}+\sqrt{2010}}$.

7. $1-\cos x=2\sin^2\frac{x}{2}, 1-\cos x\approx 1-\left(1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}\right)=x^2\left(\frac{1}{2}-\frac{x^2}{24}\right)$.

8. (1) 当 $x\geqslant 0$ 时，直接计算 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$；

(2) 当 $x<0$ 时,做恒等变形后计算:$f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})=-\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$.

9. (1) 187.93;(2) 0.037856;(3) 8.0000.

10. 利用 $1-\cos x=2\sin^2\dfrac{x}{2}$,则 $A=2\times(\sin1^\circ)^2\times10^7=6.13\times10^3$(取 $\sin1^\circ=0.0175$).

11. 因为 $x^*=a>0$,$f(x)=\ln x$,故绝对误差 $\varepsilon(\ln a)\approx|f'(a)|\varepsilon(a)=\dfrac{1}{|a|}\varepsilon(a)$,于是 a 的相对误差限 $\varepsilon_r^*(a)\leqslant\varepsilon(\ln a)=\dfrac{1}{2}\times10^{-n}$.

12. 由 $4I_n+I_{n-1}=\displaystyle\int_0^1\frac{4x^n+x^{n-1}}{4x+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{n}$,得 $I_n=\dfrac{1}{4n}-\dfrac{1}{4}I_{n-1}$,$n=1,2,\cdots$

13. $$\int_N^{N+1}\ln x\mathrm{d}x=(N+1)\ln(N+1)-N\ln N-1=\ln\frac{(N+1)^{N+1}}{N^N}-1$$
$$=\ln\left(1+\frac{1}{N}\right)^N+\ln(N+1)-1\approx\ln(N+1).$$

1.4 数值实验

1.4.1 实验目的

了解 MATLAB 基本操作;了解数值计算过程中的误差种类和传递,以及避免误差的几种方法.

1.4.2 MATLAB 基本操作

1. 矩阵运算

MATLAB 软件最基本的语句是矩阵与数组运算.它可以非常方便地完成向量、矩阵的各种运算,如向量的加法与数乘,矩阵的加法、数乘、乘法、除法(求逆)和乘方等运算以及数组的点乘、点除等运算.

(1) 行向量

```
>> x=[-3 1 7]              % 中间用空格将数据分开,也可以用逗号分开
x =
   -3    1    7            % 显示输入结果,末尾输入分号则不显示输入结果
```

(2) 列向量

```
>> y=[0 2 9]'              % ' 表示转置
```

```
y =
     0
     2
     9
```

(3) 矩阵

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]  %;表示换行
A =
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
```

(4) 转置

```
>> B=A'
B =
     1     4     7
     2     5     8
     3     6     9
```

(5) 矩阵的加(减)法运算

加(减)法运算的基本要求：两矩阵(或向量)是同型的.例如

```
>> C=[-3 0 1;-1 2 5;7 2 1];
>>D=A+C
D =
    -2     2     4
     3     7    11
    14    10    10
```

但矩阵 ***D*** 可以与一个数字相加，又如

```
>> D-5
ans =
    -7    -3    -1
    -2     2     6
     9     5     5
```

相当于每个元素加上－5.

(6) 乘法运算

矩阵乘法(＊)运算，有数乘运算，即纯量与矩阵相乘，如

```
>> 2*A
ans =
     2     4     6
     8    10    12
    14    16    18
```

矩阵与矩阵相乘,如

```
>> E = A * C
E =
    16    10    14
    25    22    35
    34    34    56
```

(7) 矩阵求逆

inv()函数是矩阵求逆运算函数,如

```
>> A = [1 2;3 5];
>> inv(A)
ans =
    -5.0000     2.0000
     3.0000    -1.0000
```

(8) 矩阵的除法运算

```
>> A = [1 2 3;4 5 6;7 8 0]; % 输入矩阵 A
>> b = [1 1 1]';            % 输入向量 b
>> x = A\b                  % 左除运算
x =
    -1.0000
     1.0000
    -0.0000
```

表示方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的解,即 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b}$. 因此

```
>> x = inv(A) * b
```

将得到同样的结果.

2. 数组运算

通常将向量或矩阵的点运算称为数组运算(加减运算无点运算),其点运算有

.*点乘　　./点右除　　.\点左除　　.^点乘幂

(1) 数组的输入

有两种方法构造一维数组.第一种方法,用":"构造一维等差数组,其格式为

数组=初值:增量:终值,如

```
>> a = 0:3:10
a =
    0    3    6    9
```

当增量为1时,增量值可缺省,如

```
>> b=1:6
b =
     1     2     3     4     5     6
```

第二种方法,用 linspace()函数构造一维等差数组,其格式为
数组＝ linspace(初值,终值,等分点数),如

```
>> c=linspace(1,12,5)
c =
     1.0000     3.7500     6.5000     9.2500     12.0000
```

(2) 数组加减法运算

数组的加减法运算与矩阵的加减法运算相同,就是通常意义下的加减法运算.

(3) 数组乘法运算

数组的乘法运算,也叫点乘(.*)运算,它表示两数组在同一位置上的元素相乘,如

```
>> x=[1 2 4];
>> y=[-2 1 8];
>> x.*y
ans =
     -2     2     32
```

注:在数组的乘法中,点乘(.*)必须看成一个整体的运算符号.

(4) 数组除法运算

数组的除法运算,也叫点除(./或 .\)运算,两者都表示在同一位置上的元素相除,但意义上有差别.如

```
>> z=x.\y                  %.\ 表示 z = y/x
z =
       -2.0000     0.5000     2.0000
>> z=x./y                  %./ 表示 z=x/y
z =
       -0.5000     2.0000     0.5000
```

(5) 数组乘幂运算

数组的乘幂运算,也叫点乘幂(.^)运算,如

```
>> z=x.^2                  %.^对每个数组中的元素作乘幂运算
z =
     1     4     16
```

3. 逻辑运算

在条件语句中有 &(与),|(或),~(非)等逻辑运算.

```
A&B                        %条件 A 与条件 B 同时成立,则为真(返回值为1).
```

```
A|B                     %条件A或条件B成立,则为真(返回值为1).
~ A                     %与条件A相反的条件成立,则为真(返回值为1).
```

如输入

```
>> a=[-1 2 4;5 4 -8];
>> b=[-2 1 -1;3 -1 2];
>> c=(a>0)&(b>0)        %a与b同时大于0的元素
>> d=(a>0)|(b>0)        %a与b至少一个大于0的元素
>> e=~(a>0)             %a小于等于0的元素
```

得到

```
c =
      0    1    0
      1    0    0
d =
      0    1    1
      1    1    1
e =
      1    0    0
      0    0    1
```

4. 基本函数

(1) 基本初等函数,如正弦 sin(x),余弦 cos(x),正切 tan(x),反正弦 asin(x),反余弦弦 acos(x)等三角函数和反三角函数;指数函数 exp(x);自然对数函数 log(x);平方根函数 sqrt(x);绝对值 abs(x)等.

(2) 与矩阵有关的常用函数

```
norm()                  %求矩阵或向量的2-范数.如
>> A=[1 -2;-3 4];
>> norm(A)
ans =
5.4650
cond()                  %求矩阵的条件数.如
>> cond(A)
ans =
   14.9330
rank()                  %求矩阵的秩.如
>> rank(A)
ans =
   2
zeros()                 %生成零矩阵或零向量.如生成一个1行3列的零矩阵(向量)
>> a=zeros(1,3)
a =
   0    0    0
ones()                  %生成元素为1的矩阵或向量.如生成一个1行3列元素为1的向量
>> b=ones(1,3)
```