



普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学

陆晓敏 邓爱民 编著

ENGINEERING MECHANICS



国防工业出版社

National Defense Industry Press



工 程 力 学

陆晓敏 邓爱民 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书内容分刚体静力学和材料力学两大篇。第一篇属理论力学,其内容主要有静力学的基本概念和原理,汇交力系、力偶系、任意力系的简化和平衡,以及桁架内力分析与有摩擦的平衡分析。第二篇属材料力学,其主要内容有材料力学的基本概念,杆件轴向拉压、扭转、弯曲三种基本变形的应力、变形、强度、刚度计算等基本内容,以及应力状态分析、强度理论、组合变形、压杆稳定、动荷载、交变应力等相对提高的内容。附录有平面图形几何性质、型钢表、习题参考答案。

本书可作为普通高等学校工科水利、土木、交通、环境、给排水、地质、水文等专业的工程力学课程教材,也可以作为同类专业和自学考试的教材和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/陆晓敏,邓爱民编著 —北京:国防工业出版社,2014.2

ISBN 978-7-118-09288-2

I. ①工... II. ①陆...②邓... III. ①工程力学
IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 019346 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 23 字数 570 千字

2014 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 40.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

本书按照普通高等学校工科专业工程力学课程的基本要求编写,可作为水利、土木、交通、环境、给排水、地质、水文等专业的教材。通过选择不同的内容可以适用于 48 ~ 72 学时的教学要求。本书也可以作为同类专业和自学考试的教材和参考书。

本书所选内容为工程力学的基本内容,难易程度适中,紧密结合实际工程。在内容编排上,力求由易到难,由浅入深、循序渐进;在内容叙述上,力求概念清晰,原理方法透彻、应用步骤规范。旨在培养学生工程力学基本素质及应用基本理论解决工程实际问题的能力。

本书内容分刚体静力学和材料力学两大篇。其中第一篇的内容主要有静力学的基本概念和原理,汇交力系、力偶系、任意力系的简化和平衡,以及静力学专题的桁架内力分析与有摩擦的平衡分析。第二篇的主要内容有杆件基本变形(拉压、扭转、弯曲)的应力、变形、强度、刚度计算等基本内容,以及应力状态分析、强度理论、组合变形、压杆稳定、动荷载等相对提高的内容。全书共 19 章,1 ~ 7 章为刚体静力学的内容,8 ~ 19 章为材料力学的内容。附录有平面图形几何性质、型钢表、习题参考答案,便于学生学习和复习。

本书 1 ~ 7 章由陆晓敏编写,8 ~ 19 章由邓爱民编写,全书由陆晓敏统稿。

本书编写得到教研室同事的支持和帮助,他们对本书提出了很多有益的建议,在此表示由衷感谢。限于编者水平,书中难免有不当之处,敬请广大师生和读者提出宝贵的意见和建议。

编 者

2013 年 11 月于南京

主要符号表

符号	含义	符号	含义
A	面积	n_{st}	稳定安全因数
a	间距	p	总应力, 压强
B, b	宽度	P	功率
C	重心, 质心	q	均布荷载集度
D, d	力偶臂, 直径, 距离	R, r	半径, 循环特征
E	弹性模量	W	重力, 外力功, 弯曲截面系数
e	偏心距	W_p	扭转截面系数
F	主动力, 约束力	w	挠度
f_s, f	静、动摩擦因数	σ_b	强度极限
F_{bs}	挤压力	σ_{bs}	挤压应力
F_{cr}	临界压力	σ_c	压应力
F_d	动荷载	σ_{cr}	临界应力
F_N	法向约束力, 轴力	σ_d	动应力
F_P, F_W	重力荷载	σ_e	弹性极限
F_s	剪力	σ_p	比例极限
G	切变模量, 重力	S_y, S_z	面积矩, 静矩
I_y, I_z	惯性矩	T	扭转外力偶矩, 动能
I_P	极惯性矩	t	时间
I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}	惯性积	V	位能
i_y, i_z	惯性半径	V_ε	应变能
k_d	动荷因素	v_d	形状改变能密度
M, M_y, M_z	力偶, 弯矩	v_v	体积改变能密度
M_x	扭矩	v_ε	应变能密度
M_e	外力偶矩	θ	梁横截面转角, 单位长度相对扭转角
M_S	屈服弯矩	ϕ	相对扭转角, 折减因数
M_u	极限弯矩	γ	切应变
N	循环次数	Δ	位移
n	安全因数, 转速	Δl	伸长(缩短)变形
n_r	疲劳安全因数	δ	厚度, 延伸率

符号	含义	符号	含义
ε	线应变	σ_r	相当应力, 疲劳极限
ε_u	极限应变	σ_t	拉应力
λ	柔度	σ_u	极限应力
μ	长度因数	σ_{-1}	对称循环疲劳极限
ν	泊松比	$[\sigma]$	容许正应力
σ	正应力	τ	切应力
σ_s	屈服极限	$[\tau]$	容许切应力

目 录

绪论	1
0.1 工程力学的任务	1
0.2 工程力学研究的对象	2
0.3 工程力学研究的方法	3
第一篇 刚体静力学	
第1章 基本概念及基本原理	4
1.1 力的概念	4
1.2 静力学基本原理	5
1.3 力的分解与力的投影	6
1.4 力矩	7
1.5 力偶	11
习题	13
第2章 约束、约束力及受力分析	15
2.1 约束与约束反力	15
2.2 计算简图和示力图	21
习题	26
第3章 汇交力系的平衡	28
3.1 汇交力系	28
3.2 汇交力系的简化	28
3.3 汇交力系的平衡	30
习题	32
第4章 力偶系的平衡	35
4.1 力偶系	35
4.2 力偶系的简化	35
4.3 力偶系的平衡	37
习题	38
第5章 平面任意力系的平衡	40
5.1 平面任意力系	40
5.2 力的平移定理	41
5.3 平面任意力系的简化	42
5.4 平行线分布力的简化	45

5.5	平面任意力系的平衡	47
5.6	静定与超静定问题及物体系统的平衡问题	50
	习题	54
第 6 章	空间任意力系的平衡	61
6.1	空间任意力系	61
6.2	空间任意力系的简化	61
6.3	重心和形心	65
6.4	空间平行分布力系的简化	69
6.5	空间任意力系的平衡	70
	习题	73
第 7 章	静力学专题	78
7.1	静定桁架	78
7.2	摩擦及有摩擦的平衡问题	84
	习题	93

第二篇 材料力学

第 8 章	材料力学的基本概念	99
8.1	材料力学的任务	99
8.2	变形固体的概念及其基本假设	100
8.3	材料力学的研究对象及杆件的基本变形	101
8.4	内力和应力	102
8.5	位移和应变	104
第 9 章	杆的轴向拉压变形	106
9.1	概述	106
9.2	轴力及轴力图	107
9.3	拉压杆件横截面上的正应力	109
9.4	应力集中的概念	111
9.5	拉压杆件的变形	112
9.6	拉伸和压缩时材料的力学性质	117
9.7	拉压杆件的强度计算	124
9.8	拉压超静定问题	128
	习题	133
第 10 章	扭转	138
10.1	概述	138
10.2	扭矩和扭矩图·传动轴外力偶矩的计算	138
10.3	圆杆扭转时的应力	140
10.4	圆杆扭转时的变形·扭转超静定问题	146
10.5	扭转时材料的力学性质	148

10.6	扭转圆杆的强度计算和刚度计算	149
10.7	非圆截面杆的扭转	151
	习题	155
第 11 章	连接件强度计算	159
11.1	概述	159
11.2	铆接强度计算	160
	习题	166
第 12 章	弯曲内力	168
12.1	概述	168
12.2	剪力和弯矩	169
12.3	剪力方程和弯矩方程·剪力图和弯矩图	171
12.4	剪力、弯矩和荷载集度间的关系	175
12.5	叠加法作弯矩图	179
	习题	180
第 13 章	弯曲应力	183
13.1	概述	183
13.2	梁横截面上的正应力	183
13.3	梁横截面上的切应力	189
13.4	梁的强度计算和合理设计	195
13.5	开口薄壁截面梁的切应力·弯曲中心	201
	习题	204
第 14 章	弯曲变形	209
14.1	梁的挠度和转角	209
14.2	梁的挠曲线近似微分方程	209
14.3	积分法计算梁的变形	210
14.4	叠加法计算梁的变形	214
14.5	梁的刚度计算	216
14.6	简单超静定梁	218
	习题	221
第 15 章	应力状态分析	224
15.1	应力状态的概念	224
15.2	平面应力状态分析	224
15.3	基本变形杆件的应力状态分析	231
15.4	三向应力状态分析	234
15.5	广义胡克定律·体积应变	236
15.6	应变能和应变能密度	240
15.7	平面应变状态分析	243
	习题	247

第 16 章	强度理论	251
16.1	强度理论的概念	251
16.2	四种常用的强度理论	251
16.3	莫尔强度理论	253
16.4	强度理论的应用	255
	习题	261
第 17 章	组合变形	264
17.1	概述	264
17.2	斜弯曲	264
17.3	拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	270
17.4	偏心压缩(拉伸)	272
17.5	弯曲与扭转的组合变形	277
	习题	280
第 18 章	压杆稳定	284
18.1	压杆稳定性的概念	284
18.2	细长压杆的临界力	286
18.3	压杆的柔度与压杆的非弹性失稳	289
18.4	压杆的稳定计算及提高压杆稳定性的措施	293
	习题	300
第 19 章	动荷载和交变应力	304
19.1	概述	304
19.2	构件作匀加速直线运动和匀速转动时的应力	304
19.3	构件受冲击时的应力和变形	308
19.4	交变应力和疲劳破坏	312
19.5	对称循环下的疲劳极限及其影响因素	315
19.6	对称循环下构件的疲劳强度计算	316
	习题	318
附录 A	平面图形几何性质	322
附录 B	型钢表	335
	习题参考答案	345
	参考文献	357

绪 论

0.1 工程力学的任务

工程力学(engineering mechanics)是研究有关物质宏观运动规律及其应用的科学,是应用于工程实际的各门力学学科的总称。它涉及众多的力学学科分支与广泛的工程技术领域,是一门理论性较强、与工程技术联系极为密切的技术基础学科。工程力学的定律、定理和结论广泛应用于各行各业的工程技术中,是解决工程实际问题的重要基础。

工程力学的任务主要是将经典力学中的基本概念和基本原理应用于各种实际工程,为工程的设计、施工、运行、管理等提供科学和技术支持,达到使实际工程既安全又经济的目的。

工程力学最基础的部分包括刚体静力学和材料力学,本书也只介绍此两部分的主要内容。

刚体静力学(rigid statics)主要研究物体在力的作用下的平衡问题。平衡是机械运动的一种特殊情形,即物体相对于惯性坐标系(惯性坐标系,是指适用牛顿定律的坐标系,在动力学里有详细说明。)处于静止状态或作匀速直线运动的情形。在一般工程问题中,平衡则是指相对于地球的平衡,特别是指相对于地球的静止。刚体静力学常简称为静力学。实践证明,对于很多工程问题,应用静力学的理论来解答,得到的结果是足够精确的。

通常,作用于物体的力都不止一个而是若干个,这若干个力总称为**力系**。如果一个力系作用于某一物体而使它保持平衡,则该力系称为**平衡力系**,所以也可以说静力学是研究平衡力系的。如作用于物体上的一个力系可以用另一个力系来代替,而不改变原力系对物体作用的效应,则这两个力系称为**等效力系**。如果一个力与一个力系等效,则该力称为此力系的**合力**,而此力系的各力称为该力的**分力**。作用于物体的力系往往较为复杂,在研究物体的平衡问题时,首先将复杂的力系加以简化,然后讨论物体的平衡条件。因此,可以将静力学的主要内容分为力系的等效简化和力系的平衡条件两部分,但本书是将它们融入到各类力系来叙述,便于读者理解和掌握。

在各种工程中都有大量的静力学问题。例如,在土建和水利工程中,用移动式吊车起吊重物时,必须根据平衡条件确定起吊最大重量,才能确保吊车不致翻倒;设计屋架时,必须将所受的重力、风雪压力等加以简化,再根据平衡条件求出各杆所受的力,据以确定各杆截面的尺寸;其他如闸、坝、桥梁等建筑,设计时都须进行受力分析,以便得到既安全又经济的设计方案,而静力学理论则是进行受力分析的基础;在机械工程中,进行机械设计时,也往往要应用静力学理论分析机械零、部件的受力情况,作为强度计算的依据;对于运转速度缓慢或速度变化不大的零、部件的受力分析,通常都可简化为平衡问题来处理。除此以外,静力学中关于力系简化的理论,将直接应用于动力学中;而且动力学问题也可在形式上变换成为平衡问题,可用静力学理论来求解。可见,静力学理论在生产实践中应用很广,在力学理论上也很重要。

静力学确定了工程结构中每个构件的受力,但并未涉及此构件是否能承受这样的力。要确保工程结构的安全,必须使组成结构的每一构件满足安全的要求。为了使构件能正常安全地工作一般需满足强度、刚度和稳定性三个条件。

强度 (strength)是指构件抵抗破坏的能力。构件在外力作用下必须具有足够的强度才不致发生破坏;**刚度 (rigidity)**是指构件抵抗变形的能力。在某些情况下,构件虽有足够的强度,但若刚度不够,即受力后产生的变形过大,也会影响正常工作;**稳定性 (stability)**是指构件在外力作用下保持原有形状下平衡的能力。例如受压力作用的细长直杆,当压力较小时,其直线形状的平衡是稳定的;但当压力过大时,直杆不能保持原直线形状下的平衡,称为失稳。这类构件在工作时须具有足够的稳定性。一般说来,强度要求是最基本的,只是在某些情况下,才对构件提出刚度要求。至于稳定性问题,只有在一定受力情况下的某些构件才会出现。

材料力学 (material mechanics)的任务主要是研究工程结构中某个构件的内力、应力和变形,在此基础上进行强度、刚度和稳定性条件的建立和计算,为合理选择材料和设计构件尺寸提供科学依据,以确保结构经济而又安全地工作。

不同的材料具有不同的力学性质,在强度、刚度、稳定性等方面表现出不同的特性,另外材料的组成成分更具复杂性。所以,材料力学将首先通过实验的方法研究各种材料在力作用下,在变形、强度等方面表现出来的特性,总结出它们的共性,然后对固体材料作若干假设,再利用数学及静力学的理论建立起计算强度、刚度、稳定性等问题的计算公式。

材料力学是固体力学中最基础的内容,长期以来在生产实践中得到了充分发展和完善。材料力学的概念、理论和方法已广泛应用于土木、水利、船舶与海洋、机械、化工、冶金、航空与航天等工程领域。如桁架结构中杆件的设计,机械结构中传动轴的设计,房屋、桥梁结构中的梁、柱设计,都会用到材料力学中的基本知识。

0.2 工程力学研究的对象

在工程实际问题中,我们所考察的物体有时很复杂,且各自具有一些特性。但是,对于不同的问题,物体的某些特性只是次要因素,可以撇弃,而只考虑它们的某些共性,此即将工程实际问题简化为合理的力学模型。将一个实际问题抽象成为力学模型是一个较为复杂的问题,涉及多方面的知识,需要在实践中锻炼才能提高这方面的能力。物体的简化一般来说须从三方面加以考虑:物体的几何尺寸、受到的约束和承受的荷载(力)。如在静力学中,由于主要研究的内容是物体平衡的条件,而物体的变形并不影响平衡的必要性,所以遵循由易到难,循序渐进的原则,常将实际问题抽象为质点、刚体和质点系三种理想模型。

(1) **质点** 如果一个物体的大小和形状对所讨论的问题无关紧要,可以忽略不计,而只需计其质量,就可将该物体作为只有质量没有大小的点,称为质点。

(2) **刚体** 如果物体的大小和形状对所讨论的问题来说不能忽略,但它受到力的作用时,大小和形状都保持不变,即不发生变形,此即为刚体。事实上,刚体是不存在的,因为任何物体受力后都将或多或少地发生变形。但在许多情况下,在研究物体的平衡或运动时,变形只是次要因素,可以忽略不计,因而可将物体看做刚体。

(3) **质点系** 质点系是相互间有一定联系的一些质点的总称。刚体可以认为是不变形的质点系。由若干个刚体组成的系统称为刚体系统,有时也称为物体系统。在其他工程力学分支或有关工程专业课程中,物体系统的名称还会具体化。如在机械工程中常称为机械系统(机械结构)、在土木水利工程中常称为工程结构等。

上述几种理想的力学模型,都是客观存在的实际物体的科学抽象,它们并不特指某些具体物体,而是概括了各种物体。不论物体是金属的、木质的、混凝土的或其他材料的,也不论是土建、水利工程中的建筑物构件或机械的零、部件,在研究它们的平衡或运动时,都可作为上述几

种模型之一来加以考察,原则上没有什么差别(须要考虑变形者除外)。这是人们认识深化的结果,也表明了理论的普遍意义。

材料力学的研究对象是工程结构中的杆件(构件的一种,其一个方向的尺寸远大于另外两个方向的尺寸)。由于材料力学旨在解决杆件的强度、刚度及稳定性问题,此时杆件的变形必须考虑,而材料的内部结构又作了简化,如均匀、连续、各向同性等,这就是材料力学中研究对象的模型。工程结构中的大多数杆件,如钢、混凝土、木材等制成的杆件,利用上述模型基本能解决其主要的力学问题。材料力学的理论和方法在常规的机械工程、土木工程、航空航天等领域都有着广泛的应用。

0.3 工程力学研究的方法

工程力学的研究方法大致可以分为三大类:理论分析、实验研究与数值计算。三者往往综合运用,互相促进。

理论分析是工程力学学科发展中最基本的方法。理论分析的步骤是首先确定计算模型,然后选择计算方法,依据已有的前提条件利用数学计算推演新的内容和结论,为解决工程力学问题提供新的方法。

实验研究是验证和发展理论分析和计算方法的主要手段,它包括实验力学、结构检验、结构试验分析等。实验研究有两个基本的目的(功能),一是验证理论和方法的正确性和可靠性,二是探索新的原理,发现各种材料的力学特性、变形规律、破坏规律等,为相应理论和方法提供依据。

数值计算在工程力学中为解决工程问题提供了强有力的工具,大大拓展了力学在工程中的应用。尤其是随着计算机技术的发展,计算力学已成工程力学中最具有生命力的一个分支。

本书在静力学中主要利用理论分析的方法,通过采用公理化的体系,导出各种力系的平衡条件,然后应用于实际工程,解决工程物体的平衡问题;在材料力学中主要利用实验研究和理论分析的方法。如材料的力学特性、破坏规律、变形规律等都需通过实验手段才能解决。然后在实验现象的基础上,依据模型的假定,再通过理论分析推演出各种量的计算公式和计算过程。如杆件横截面上应力的计算、强度理论的计算、压杆临界压力的计算等,都是通过上述方法导出的。希望同学们在学习过程中务必细心体察和总结,努力提高自己的工程力学的理论分析和解决实际问题的能力。

第一篇 刚体静力学

物体受到力的作用时,其机械运动状态将发生变化,同时物体的形状也会发生改变。平衡是物体运动状态的一种特殊情况,在一般工程问题中,平衡是指物体相对于地球的静止。研究平衡问题时,如果同时考虑物体变形引起的形状改变和力的作用位置的改变对平衡的影响,则会使问题十分复杂。事实上,大多数结构物在正常工作状态下变形很小,如果忽略其变形,将物体看做不变形的“刚体”考虑其平衡,得到的结果完全能够满足工程精度要求。因此,在研究这类物体的平衡时,可采用刚体的假设来建立力学模型。本篇的内容就是研究刚体在力的作用下的平衡规律,故称为**刚体静力学**,也简称为**静力学**。

第1章 基本概念及基本原理

1.1 力的概念

力是物体间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态发生改变,或使物体产生变形。力使物体改变运动状态的效应称为力的运动效应,使物体产生变形的效应称为力的变形效应。由于在静力学中所研究物体是刚体,故在本篇只考虑力的运动效应,变形效应将在第二篇中研究。力对物体作用的效应取决于力的三要素,即力的大小、方向、作用点。度量力的大小通常采用国际单位制(SI),力的单位用牛顿(N)或千牛顿(kN)。

力的方向包含方位和指向,如铅直向下、水平向右等。作用点是力在物体上的作用位置。一般说来,力的作用位置并不是一个点而是一定的面积。当作用面积很小时常简化为一个点,这个点就是力的作用点,而作用于一点的力则称为**集中力**。过力的作用点作一直线,使直线的方位代表力的方位,则该直线称为力的**作用线**,如图1-1所示。

力既具有大小和方向,而又服从矢量的平行四边形法则,所以力是**矢量**(也称**向量**)。

在图1-1中,矢量 $\overrightarrow{AB}$ 表示力 $\boldsymbol{F}$, F 代表 $\boldsymbol{F}$ 的大小(黑斜体字母均表示矢量,对应的白体字母表示该矢量的模。),而 A 是 $\boldsymbol{F}$ 的作用点, KL 则是 $\boldsymbol{F}$ 的作用线。

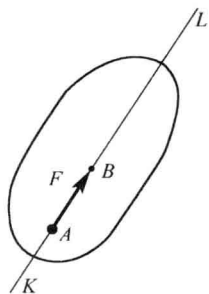


图1-1 力的作用线

实践经验表明,作用于刚体的力可沿其作用线移动而不致改变其对刚体的运动效应(既不改变移动效应,也不改变转动效应)。例如,用小车运送物品时,如图1-2所示,不论在车后 A 点用力 $\boldsymbol{F}$ 推车,抑或在车前同一直线上的 B 点用力 $\boldsymbol{F}$ 拉车,效果都是一样的。力的这种

性质称为力的可传性。由此可见,就力对于刚体的运动效应来说,若已知力的作用线,则力的作用点将不再是重要因素,也就是说,只需知道力的作用线,至于作用线上的哪一点是力的作用点,则无关紧要。

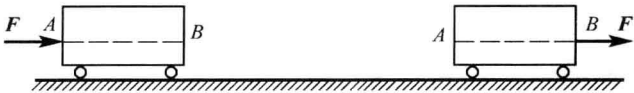


图 1-2 力的可传性

由于力具有可传性,所以力是滑动矢量;用几何方法表示时,可将力矢画在作用线上的任一点。

1.2 静力学基本原理

静力学理论的基础是下述若干公理。它是人们在生产实践中总结出来,并经实践验证是正确的结论,它构成了静力学理论的基础。

1. 平行四边形法则

两个共点力可以合成为一个合力,合成的方法是利用平行四边形法则,如图 1-3(a)作矢量 AB 及 AD 分别代表力 F_1 及 F_2 ,以 AB 和 AD 为邻边作平行四边形 $ABCD$,则对角线矢 AC 即代表 F_1 与 F_2 的合力 F_R ;力 F_1 及 F_2 则称为 F_R 的分力。

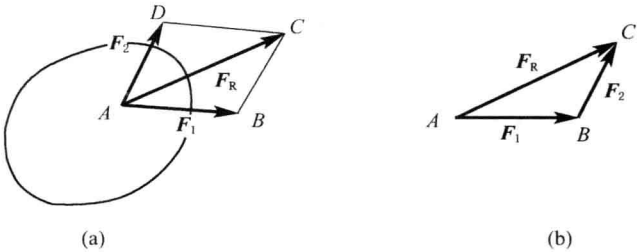


图 1-3 力的合成

平行四边形法则表明,共点的两个力的合力等于这两个力的矢量和,用矢量方程表示为

$$\boldsymbol{F}_R = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 \tag{1-1}$$

自然,合力也作用于两分力的公共作用点 A 。具体计算时可不用平行四边形法则而用三角形法则求合力即可:在图 1-3(b)中,作矢量 AB 代表力 F_1 ,再从 F_1 的终点 B 作矢量 BC 代表力 F_2 ,最后从 F_1 的起点 A 向 F_2 的终点 C 作矢量 AC ,则 AC 即为合力 F_R 。但应注意,力三角形只表明力的大小和方向,而不表示力的作用点或作用线。

2. 二力平衡原理

作用于同一刚体的两个力成平衡的必要与充分条件是:两个力的作用线相同,大小相等,方向相反。

例如,在一根静止的刚杆的两端沿着同一直线 AB 施加两个拉力(图 1-4(a))或压力(图 1-4(b)) F_1 及 F_2 ,使 $F_1 = -F_2$,由经验可知,刚杆将保持静止,既不会移动,也不会转动,所以 F_1 与 F_2 两个力成平衡。反之,如果 F_1 与 F_2 不满足上述条件,即它们的作用线不同,或者 $F_1 \neq -F_2$,则刚体将从静止开始运动,即两个力不能平衡。



图 1-4 二力平衡杆件

3. 加减平衡力系原理

在任一力系中加上一个平衡力系,或从其中减去一个平衡力系,所得新力系与原力系对于刚体的运动效应相同。

因为一个平衡力系不会改变刚体的运动状态,所以,在原来作用于刚体的力系中加上一个平衡力系,或从其中减去一个平衡力系,不致使刚体运动状态发生附加的改变,即新力系与原力系等效。应用此原理和二力平衡原理,可从理论上证明力的可传性,所以力的可传性可以作为定理来叙述(请读者自行推证)。

4. 作用与反作用定律

两物体间相互作用的力(作用力与反作用力)同时存在,大小相等,作用线相同而指向相反。

这一定律就是牛顿第三定律,不论物体是静止的或运动着的,这一定律都成立。

5. 刚化原理

如果变形体在某一力系的作用下处于平衡,若将此变形体刚化为刚体,其平衡状态不变。

例如,在图 1-5(a)中,弹簧 AB 在力 F_1 、 F_2 的作用下保持平衡。若将该弹簧硬化成为图 1-5(b)中的刚杆,其平衡状态不改变。

此原理建立了刚体的平衡条件和变形体的平衡条件之间的联系,它说明了变形体平衡时,作用在其上的力系必须满足把变形体硬化为刚体后刚体的平衡条件。这样,就能把刚体的平衡条件应用到变形体的平衡问题中,从而扩大了刚体静力学的应用范围,这在弹性体静力学和流体静力学中有重要的意义。

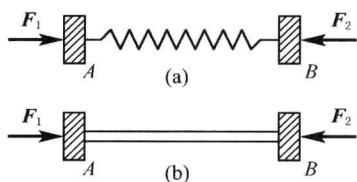


图 1-5 刚化原理说明

应该指出,刚体的平衡条件对于变形体来说,只是必要的,而非充分的。如在图 1-5(a)中将弹簧替代为绳子则系统无法满足平衡,而 1-5(b)的平衡保持不变。因此,要研究变形体是否平衡,仅有刚体平衡条件是不够的,还需考虑其他条件。

1.3 力的分解与力的投影

按照矢量的运算规则,可将一个力分解成两个或两个以上的分力。最常用的是将一个力分解为沿直角坐标轴 x 、 y 、 z 的分力。设有力 F , 根据矢量分解公式有

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} \quad (1-2)$$

式中: $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 是沿坐标轴正向的单位矢量,如图 1-6 所示; F_x 、 F_y 、 F_z 分别是力 F 在 x 、 y 、 z 轴上的投影。

如果已知 F 与坐标轴正向的夹角 α 、 β 、 γ , 则

$$F_x = F \cos \alpha, F_y = F \cos \beta, F_z = F \cos \gamma \quad (1-3)$$

式中:角 α 、 β 、 γ 可以是锐角,也可以是钝角,由夹角余弦的正负即可知力的投影为正或负。

有时,若力与坐标轴正向的夹角为钝角,也可改用其补角(锐角)计算力的投影的大小,而需根据观察判断投影的正负号。式(1-3)也可写成

$$F_x = \mathbf{F} \cdot \mathbf{i}, F_y = \mathbf{F} \cdot \mathbf{j}, F_z = \mathbf{F} \cdot \mathbf{k} \quad (1-4)$$

即一个力在某一轴上的投影等于该力与沿该轴方向的单位矢量之标积。这结论不仅适用于力在直角坐标轴上的投影,也适用于在任何一轴上的投影。例如,设有一轴 ξ , 沿该轴正向的单位矢量为 $\mathbf{n}$, 则力 $\mathbf{F}$ 在 ξ 轴上的投影为 $F_\xi = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$ 。设 $\mathbf{n}$ 在坐标系 Oxy 中的方向余弦为 l_1, l_2, l_3 , 则

$$F_\xi = F_x l_1 + F_y l_2 + F_z l_3 \quad (1-5)$$

如已知力 $\mathbf{F}$ 与 z 坐标轴的夹角 γ , 以及 $\mathbf{F}$ 在平行于 xy 平面上的投影 $\mathbf{F}'$ (矢量在平面上的投影仍是矢量,其起点和终点分别是原矢量的起点和终点的垂足。)与另一轴(如 x)的夹角(即平面 $AA'B'B'$ 与坐标面 xz 的夹角) θ , 如图 1-7 所示, 则 $\mathbf{F}$ 在坐标轴上的投影为

$$\begin{cases} F_x = F' \cos \theta = F \sin \gamma \cos \theta \\ F_y = F' \sin \theta = F \sin \gamma \sin \theta \\ F_z = F \cos \gamma \end{cases} \quad (1-6)$$

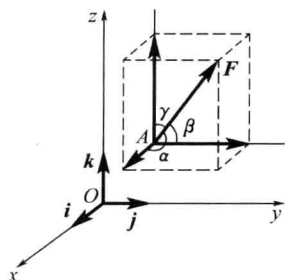


图 1-6 力沿坐标轴分解

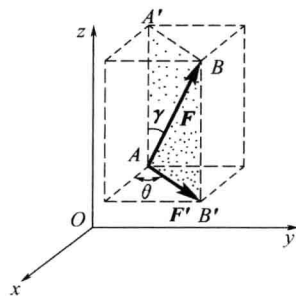


图 1-7 力在坐标轴上的投影

需注意式(1-6)是一个解析表达式, θ, γ 是力与坐标轴正向所夹的角度, 决定着投影的正负。在一些实际问题中, 人们习惯于先计算投影的大小, 然后再判别正负号。

若已知 $\mathbf{F}$ 在 x, y, z 轴上的投影 F_x, F_y, F_z , 则可求得 $\mathbf{F}$ 的大小及方向余弦:

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ \cos \alpha = \frac{F_x}{F}, \cos \beta = \frac{F_y}{F}, \cos \gamma = \frac{F_z}{F} \end{cases} \quad (1-7)$$

如果 $\mathbf{F}$ 位于某一坐标平面内, 设为 xy 面, 则 $F_z = 0$, 而 F_x 和 F_y 可用式(1-3)或式(1-4)中的前两式求得。

1.4 力 矩

1. 力对一点的矩

前面讲过, 作用于物体的力一般将产生转动效应。力的转动效应是用力矩来度量的。

设有一作用于物体的力 $\mathbf{F}$ 及一点 O (图 1-8, 物体未画出), 点 O 至力 $\mathbf{F}$ 作用线的垂直距离为 a , 用 $M_O(\mathbf{F})$ 代表力 $\mathbf{F}$ 对 O 点的矩的大小, 则