

振动理论

(上册)

A. A. 安德罗诺夫
〔苏〕A. A. 维特著
C. Э. 哈依金

科学出版社

177691

振 动 理 论

(上 册)

A. A. 安德罗诺夫
〔苏〕 A. A. 维 特 著
C. Э. 哈 依 金

高为炳 杨汝蕙 肖宗翎 译

科 学 出 版 社

1 9 8 1

内 容 简 介

本书系统地论述了非线性振动理论的一般原理和基本方法,并列举和分析了工程技术中经常会遇到的振动系统(主要是无外力单自由度系统——自治系统)的大量实例。

书中不仅阐明了庞卡莱、李亚普诺夫和作者自己的许多重要成果,而且在问题的数学处理过程中,随时注意给以物理上的解释,使理论更加生动而易于掌握。

全书共十章:线性系统、非线性保守系统、非保守系统、一阶动力学系统、二阶动力学系统、二阶微分方程定性理论基础、具有相柱面的系统、点变换法和分段线性系统、似谐振子非线性系统、不连续振动;分上、下两册出版,上册包括前五章。

本书可供物理、力学、数学研究工作者,工程技术人员,以及高等院校有关专业教师和学生参考。

A. A. Андронов, A. A. Витт, С. Э. Хайкин

ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ

Физматгиз, 1959

振 动 理 论

(上册)

A. A. 安德罗诺夫

[苏] A. A. 维特著

C. Э. 哈依金

高为炳 杨汝威 肖宗翊 译

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1973 年 11 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1981 年 11 月第二次印刷 印张: 12 1/4

印数: 14,601—19,300 字数: 318,000

统一书号: 13031·127

本社书号: 244·13—2

定价: 1.50 元

第二版序言

本书的三个作者中只有此序的作者尚健在。维特(A. A. Витт)于1937年去世,他和其他作者一样,同样参加了本书第一版的写作,但是由于不幸的错误,其名字未被列入该书的著者之中。

安德罗诺夫(A. A. Андронов)逝世于1952年,即本书第一版问世后的第十五年。在这些年月里,安德罗诺夫及其学生们有成效地继续了非线性振动理论的研究工作,特别是第一版中所论述的非线性振动的那一支——单自由度自治系统。但是,此序的作者在第一版后就没有再参加第一版所论述之问题的进一步的研究工作。安德罗诺夫的学生之一,热列佐夫(H. A. Железцов),在第二版中,承担了写作在单自由度自治系统领域里所取得的新成果(主要是安德罗诺夫学派的)。这就要求热列佐夫将第一版的内容进行重写并作较大的补充。参加此工作的还有列昂托维奇-安德罗诺娃(E. A. Леонтович-Андропова)。所有改写的及新写的部分,都在本书相应的地方以脚注形式注明了。

哈依金(C. Э. Хайкин)

第一版序言

今天,似乎已经没有必要特别来说明振动过程在现代物理及技术中的重要意义了。可以毫不夸大地说,在这些科学中,差不多已经没有什么领域在其中振动没有起到这种或那种作用,更不必说,有很多物理及技术的领域,它们整个是以振动现象为基础的。只要指出这样的领域就够了,例如:电磁振动(包括光学),声学,无线电技术及应用声学。

振动过程的普遍性、多样性以及其独特性,在建立一些初看起来十分不同的现象之间的内部联系中,起着重要的作用。据我看来,这些情况就是我们所关心的这一领域——振动——具有原则意义及巨大重要性的主要原因。

下述情况是十分重要的:物理和数学的相互作用,物理的需要对数学方法发展的影响,以及数学反过来对物理的影响,在振动这一领域中显得十分突出。无疑地,在一些数学问题的发展中,象偏微分方程、积分方程,特别是边界值问题、任意函数按正交函数系的分解等等,物理的要求起着绝非次要的作用。但是反之亦毫无疑问,只是由于这些数学学科的发展,才有可能深入地了解基本的物理振动现象。

不久以前,物理学家及技术人员的兴趣主要是(虽然不是全部)集中于“线性”振动问题,即这样的系统,其数学描述是线性常微分方程或线性偏微分方程。

与此有关的数学工具已十分完善。这部分理论的一系列的结果,已被提炼成系统的概念及相当普遍的原理。由于物理学家经常运用这些概念及定理,并在具体问题中应用它们,似乎可以这样说,它们已具有了物理的明显性。对物理学家来说,这样的概念,如对数减缩及其在共振现象中的作用;这样的原理,象迭加原理和

与之有关的富氏级数展开,以及更一般的频谱分析方法, n 自由度系统中有 n 个谐振动的存在等等,无疑地已不单是抽象的数学概念及原理;它们和一些物理现象已经有了不可分割的联系。这一情况有着重要意义:它使得物理学家能够直观地,几乎不要什么计算,就能够研究比较复杂的问题,较容易地发现不同类型现象间的联系,最后,也是最重要的,它有着极大的启发力量。

但是近来在一系列的物理及技术问题中,提出了一类新的振动问题,对于这些问题,线性振动理论的工具,或者已不够用,或者完全不适用。

电子管在电磁波的产生及接收问题中开辟了新的十分有效的途径,它的出现,对于引起人们对新型问题发生兴趣起着重大作用。这些新现象在无线电技术里获得了十分重要的应用。只是有了电子管,在我们时代里无线电技术才能取得巨大成就。而物理学家也从中获得十分宝贵的、常常是不可代替的研究工具。为了全面地掌握与此有关的各种各样的现象,以及声学与力学中大量的重要的有意义的现象,线性微分方程这一数学工具是绝对不够的。在线性微分方程的范围里,显然不能包括那些对我们最有特点最有意义的现象。问题在于因为能够完善地描述这些现象的微分方程必定是非线性的。因此我们在这里所讨论的,就是“非线性”系统。

很自然,特别是在开始时,曾有过某种努力,使得在解释这些新的、虽然显然是非线性的问题时,尽可能不远离已十分习惯的线性术语,以及已十分习惯的线性的数学方法,而使它们以某种方式适用于新的情况。此时必须辅加一些补充办法,没有这些补充办法,当然就不可能获得所需的答案。

这种“线性化”的办法永远是人为的,亦很少是有益的,一般来说,多半不会得到什么东西,而有时简直是有害的。事实上,由于这些不合理的线性化,在文献中有着错误的论断,甚至在教科书中也有*。

* 这里,显然对“线性化”的方法估计过低了,线性化方法的各种各样的形式,在一些情况中,还是能够给出满意的定性及定量结果——译者注。

解决上述非线性问题的另一途径是这样的，将每一个具体问题当作非线性问题单独来处理，而考虑到这一问题的独特性质，采用某种最适合此问题的方法。当然，这一方法本身是正确的。一些研究者沿着这一途径取得了宝贵的结果，这些结果迄今还有意义。于此首先应提出范德波耳(Van der Pol)的工作，他的工作在我们关心的这一领域的发展中起着重大作用。直到今天，在某些情况中，有时沿着这一途径前进还是很方便的。

但是，即便不谈这种个别问题个别解决的方法，事实上并没有充分的数学根据，整个这一途径，比如说，作为前进的大道，未必是合适的，因为它不能建立一般的观点以及一般的数学的和物理的基础，在此基础上，才能够相当完全地、全面地概括非线性振动这一领域中的已有的知识，并且更重要地，使得非线性振动这一领域今后能够成功地有计划地向前发展。

其实，不单适合非线性振动个别问题，同时亦适合一系列我们所感兴趣的问题的数学工具的基础早已存在。在著名的庞卡莱(H. Poincare)及李亚普诺夫(A. M. Ляпунов)的完全是为了其他目的的著作中已经打下了这些基础。本书的著者之一*，首先注意到这些著作与我们的振动问题之间的联系。在使这些数学工具适用于振动问题的研究中，著者们的工作无疑起着十分重要的作用。他们还应用这些方法解决了一系列新的具体问题。他们的工作为其他作者的结果，奠定了牢固的数学基础，前面已经说过，其他作者的这些结果虽然是很宝贵的，但却是分散的，到当时止还没有这样的数学基础。

这样，必需的一般的数学工具的基础是存在的。这一工具比线性的困难而复杂得多，这是事物本质所决定的。它们所包括的物理过程，较之作为一个十分窄的特殊情况的线性过程，复杂而丰富得多。必须说，和线性工具相比，非线性工具研究得还很不够，当然，人们也还很不习惯。但是已经作了不少工作，决定理论进一步发展的方向的一般特点已经有了，亦存在有适用工具，用这些工

* 即安德罗诺夫，参看[3]——译者注。

具就有可能系统地解决一系列非线性振动理论的具体问题。

按我自己的看法,在这一基础上,一般理论的自然地继续发展,在复杂的非线性振动领域里,将会促使那些已为物理学家日常应用的独特的一般概念、原理及方法,提炼得比今天更加深刻,变得更习惯、更明显,使得物理学家在复杂的现象的总体中能够进行分析,并且给新的研究提供有力的、启发性的工具。

关心近代振动问题的物理学家,按我的意见,现在就应该沿着这一途径,参加进一步推进振动理论的工作。他应该掌握作为这些问题之基础的已存在的数学方法和技巧,并学会应用它们。

就我所知,迄今为止在各国文献里,非线性振动理论一般基础以及其物理应用(针对物理学家的)的系统的讲述,几乎完全没有,这是一个明显的障碍。本书企图弥补这一缺陷。本书的主要目的是,向读者介绍作为非线性振动理论之基础的一些概念和它们的应用。根据这一目的,本书叙述的重点并不是要尽可能多地解决一些个别问题,而在于阐明适合于整个非线性振动领域的基本原理和基本方法。当然,这并不意味着在本书中没有充分重视一些具体问题。正相反,对这类问题,首先是物理学家及技术工作者常常遇到的问题,曾在很多地方进行了分析。但是这些问题是从一般原理的角度进行研究的,它们是一般方法应用的例题及解说。有时为了说明理论讨论的某一方面,作者应用了一些为此而编造的例子,然而这些例子突出地阐明了理论讨论。

正如前已说过的,著者的以庞卡莱及李亚普诺夫的著作为基础的讲述,具有一个非常优异的特点:在物理问题的数学解释中常有这样的情况,联系出发方程与最终结果的数学论述的链条很长,虽然其结果具有物理解释,但是对链条的每一环节却不能都给以物理解释。本书作者成功地克服了这一点,他们的讲述方法亦能够给各个环节以物理解释,这就使得理论更加生动并易于掌握。

在一些原则性的问题上,在适当的地方,著者的讲述超出了该题目的范围。例如,这种情况有,物理问题的抽象化问题,有关初始条件的作用问题,对这些问题都作了十分详细而有意义的分析;

关于所谓的张弛振动的一些讨论也属此例。所谓的定性积分方法讲得甚为详尽，这些定性积分方法能给出关于振动过程的一些宝贵的知识。就我看来，著者们的这种作法非常正确：他们通过很熟悉的、很习惯的线性系统情况来解说这些方法，当然，对这些情况，更简单的直接方法也是适用的。关于周期解的存在性这一重要问题，给予了应有的注意。具有“小”非线性的问题，从设计观点有十分巨大意义的问题，都作了详尽的讲述。稳定性问题处理得亦很详细。

所有这些问题的讨论，都是针对无外力单自由度系统（所谓自治系统）这一最简单的情况而进行的。在本书中所分析的具体问题及例子亦是这样的。这些问题讲得很完整；但从本书中找不到一个和外力作用有关的问题，亦找不到一个具有几个自由度的系统和具有分布参数的系统的问题。而且所有这些问题，无疑都是十分重要及有意义的。但是如果注意到，一方面所有有关非线性振动的材料是那么多，另一方面本书的基本目的在于给读者介绍一般思想和一般方法，那末著者为什么这样选材就非常清楚了。单自由度的自治系统是最简单的系统，同时在一定意义上，亦是所有更复杂的系统的基础。

研究后一种系统所需要的理论工具，是以本书所讲理论为基础的，亦是它们的进一步发展。这样，虽然本书处理了较窄范围里的问题，但实质上，它是非线性振动一般理论的导引。

我不怀疑，介绍给读者的这本新颖的具有创造性的著作，将是对我们的振动文献的宝贵贡献。

满捷里史塔姆 (Л. Мандельштам) 著于 1935 年

目 录

第二版序言	(vii)
第一版序言	(viii)
绪论	(1)

第一章 线性系统

§ 1. 无阻尼线性系统(谐振子)	(20)
§ 2. 相平面的概念, 谐振子的所有运动在相平面上的表示	(23)
1. 相平面(23) 2. 不含时间的方程(25) 3. 奇点, 中心(26) 4. 等倾线(26) 5. 平衡状态与周期运动(28)	
§ 3. 平衡状态的稳定性	(30)
§ 4. 有阻尼的线性振子	(33)
1. 衰减振动过程(34) 2. 衰减振动过程在相平面上的表示(37) 3. 微分方程的直接研究(40) 4. 衰减非周期过程(43) 5. 非周期过程在相平面上的表示(46)	
§ 5. 小质量的振子	(52)
1. $1/2$ 自由度的线性系统(52) 2. 初始条件与理想化(56) 3. 跳跃条件(58) 4. 其他例子(60)	
§ 6. 有“负阻尼”的线性系统	(65)
1. 机械系统的例子(66) 2. 电系统的例子(68) 3. 相平面上的图象(70) 4. 反馈改变时系统的性状(73)	
§ 7. 受斥力作用的线性系统	(77)
1. 相平面上的图象(78) 2. 电系统(81) 3. 鞍点型的奇点(82)	

第二章 非线性保守系统

§ 1. 引言	(86)
§ 2. 最简单的保守系统	(87)
§ 3. 平衡状态近旁的相平面的研究	(91)
§ 4. 整个相平面上运动特性的研究	(99)
§ 5. 最简单保守系统的性状和参数的关系	(107)
1. 重质点沿绕铅垂轴旋转之圆环的运动 (112)	
2. 重质点沿绕铅垂轴旋转的抛物线的运动 (115)	
3. 载流导线的运动 (118)	
§ 6. 运动方程	(123)
1. 有铁芯的振荡回路 (125)	2. 电容器中有色格
混盐的振荡回路 (128)	
§ 7. 保守系统的一般性质	(130)
1. 周期运动及其稳定性 (131)	2. 单值解析积分
和保守性 (133)	3. 保守系统和变分原理 (137)
4. 积分不变量 (137)	5. 保守系统的基本性
质 (144)	6. 例子. 两个种族的共存问题 (146)

第三章 非保守系统

§ 1. 耗散系统	(150)
§ 2. 具有“库仑”摩擦的振子	(156)
§ 3. 具有 J-特性曲线的电子管振荡器	(163)
§ 4. 钟表理论. 有碰撞的模型	(176)
1. 受到线性阻力的钟表 (178)	2. 栅路中有振荡
回路, 并具有 J-特性曲线的电子管振荡器 (181)	
3. 具有库仑摩擦的钟表模型 (184)	
§ 5. 钟表理论. “带后退擒纵”的无碰撞模型	(192)
1. 摆轮无“固有周期”的钟表模型 (196)	2. 摆轮
有“固有周期”的钟表模型 (202)	
§ 6. 最简单的自振系统的性质	(208)
§ 7. 似正弦自振的初步研究	(209)

第四章 一阶动力学系统

- § 1. 存在性和唯一性定理 (219)
- § 2. 曲线在平面 t, x 上的定性特性对函数 $f(x)$ 形状的依赖关系 (221)
- § 3. 运动在相直线上的表示 (222)
- § 4. 平衡状态的稳定性 (225)
- § 5. 运动特性对参数的依赖关系 (228)
 - 1. 含有电阻与自感的电弧电路 (229)
 - 2. 含有电阻与电容电路中的负阻管 (232)
 - 3. 电子管继电器 (234)
 - 4. 快艇的运动 (237)
 - 5. 单相异步电动机 (239)
 - 6. 摩擦式调速器 (240)
- § 6. 周期运动 (243)
 - 1. 双位式温度调节器 (245)
 - 2. 有氖管之电路中的振荡 (249)
- § 7. 有一个 RC 回路的多谐振荡器 (256)

第五章 二阶动力学系统

- § 1. 相平面上的相轨线与积分曲线 (265)
- § 2. 一般形式的线性系统 (268)
- § 3. 线性系统的例子 (278)
 - 1. 负阻管振荡器的微振荡 (279)
 - 2. “万能”电路 (280)
- § 4. 平衡状态。平衡状态的稳定性 (284)
 - 1. 特征方程有实根的情况 (285)
 - 2. 特征方程有复根的情况 (290)
- § 5. 例子：电弧电路中的平衡状态 (293)
- § 6. 极限环与自振 (299)
- § 7. 点变换和极限环 (304)
 - 1. 后继函数与点变换 (304)
 - 2. 不动点的稳定性。克尼格斯定理 (307)
 - 3. 极限环的稳定性条件 (310)

§ 8. 庞卡莱示性数	(314)
§ 9. 没有闭轨线的系统	(320)
1. 对称电子管继电器(触发器)(322) 2. 发电机的 并联运行(330) 3. 有平方项的振子(337)	
4. 非自振系统的又一例(338)	
§ 10. 对相平面远处的相轨线性状的研究	(339)
§ 11. 极限环位置的估计	(347)
§ 12. 近似积分方法	(357)
参考文献	(368)

第五章 二阶非线性系统

§ 1. 相平面上的相轨与分岔曲线	(375)
§ 2. 一阶系统的线性系统	(388)
§ 3. 非线性系统的例子	(398)
1. 具有非线性元件的电路	(398)
2. 具有非线性元件的机械系统	(405)
§ 4. 平衡位置、平衡位置的稳定性	(415)
1. 平衡位置的稳定性	(415)
2. 平衡位置的稳定性	(425)
§ 5. 非线性系统中的平衡位置	(433)
§ 6. 非线性系统的自激振荡	(440)
§ 7. 非线性系统的稳定性	(444)
1. 非线性系统的稳定性	(444)
2. 非线性系统的稳定性	(450)
3. 非线性系统的稳定性	(455)

绪 论

在对任一真实物理系统作任何理论研究时,我们总是不得不对此系统的性质,作一定程度的简化、理想化。对系统进行某种理想化总是不可避免的;为了建立所研究的物理系统的数学模型(即列出描述此物理系统之性状的某一方程组),应该考虑这样的一些基本的、决定性的因素,它们决定着那些目前我们最关心的系统性状的特点,而绝不应该力求精确地、毫无遗漏地考虑系统的所有性质。后面这一点,一般说来是办不到的;但是,即便我们能够考虑到大部分的这种性质,那末问题将变得那样的复杂,以致要求解它成为十分困难,甚至是完全不可能的。

既然对问题的理想化总是不可避免的,首先就会出现这样的问题,沿此方向应该作到什么地步,对系统的性质可以理想化到什么程度,仍然能获得满意的结果。归根到底,只有实验才能回答这一问题。只有将我们对某一问题进行的理想化的研究得到的结果,和实验结果进行对比,我们才能判断某种理想化是否合理。

当然,只有在对理想化的对象(数学模型)进行的理论探讨是完全严格的情况下,这个结论才是正确的¹⁾。只有在这一种情况中,才能认为理论与试验的差异确凿地证明了原来理想化不够充分,并且为了解释观察到的现象,必须考虑系统的某些新性质。

还应注意,是否允许作某种理想化,不仅可以从理论研究的结果与试验数据的比较中得知,而且也可以通过比较两个不同理论之结果来判断,其中一个理论是采用这种理想化而建立的,而另一个理论却没有作这种理想化。既然第一个理论是忽略了某些情况

1) 应注意“严格的理论”这一术语决不是指理论应该给出所提问题的精确定量结果。严格的理论可以只给出近似的定量结果(例如,可以用不等式来估计振动过程的振幅),也可以只给出定性的论断(例如,关于周期运动的存在性)。

而建立的,而第二个理论恰好考虑了这些情况,那末,比较这两个理论的结果就可以直接知道,这些情况对于解决某种问题起了怎样的作用。逐渐地我们积累了经验,发展了这方面的直观能力,并学会越来越精确地“猜测”对解决这类问题,那些情况是重要的,那些是无足轻重的。如果用某一方法我们证实了,在解决给定问题时,某一情况只起次要的作用,以后当我们把所得的结果推广到其他类似问题上时,一开始就可以忽略这些情况,然后再用试验来检查这种忽略是否合理。

在研究某一课题时,允许的理想化的性质决定于整个课题,所以它不仅依赖于所研究之系统的性质,还与研究此课题时希望得到哪些问题的解答有关。

例如,研究仅含有一个钢球的系统,此钢球铅垂地落到水平钢板上。如果我们对作为一个整体的钢球的运动感兴趣的话,那末,一般来说,我们在作理论研究时,可以认为钢球是一个在重力作用下运动的质点,而且在到达钢板时,其速度突然地改变符号,这样做不会引起很大的误差。如果我们关心的是碰撞时钢球中所产生的弹性应力,自然就不能再把钢球作为质点来研究;必须把钢球理想化为弹性体,它具有表征钢的性质的某些常数,并且要考虑变形的性质,以及碰撞时间等等。在电系统理论中,也可以举出类似的例子,可能有这样的情况:在回答某些问题时,可以认为电容和自感是集成的,而在回答另一些问题时(对同一个系统),却应认为它们是分布的。

类似地,如果我们对摆在某一短时间内运动(自由振动)的问题有兴趣,并且摆所受的阻尼不大,那末就可以不考虑阻力。可是对摆在长时间内运动的问题,这样的理想化就不会给出正确的答案,因为摆的振动是衰减的。同样地,研究摆在谐外力作用下的强迫振动问题时,如果我们关心的是远离共振的区域,就可以不考虑阻尼。但接近共振时,因为共振时的振幅和阻尼的大小关系甚大,这样的理想化(忽略阻尼)就不可能使我们对强迫(定态的)振动的振幅问题,作出正确的答案。

因此,同一个理想化,可以是“允许的”,也可以是“不允许的”,更正确地说,可以是合理的,也可以是不合理的,这和我们要回答什么问题有关。从给定之真实系统的同一个理想化(以某些方程组描述的同一个数学模型),可以得到关于系统性状的某些问题的正确的答案,但是一般地说,却不可能正确地回答关于同一系统之性状的另一些问题。这是因为,在建立真实物理系统的数学模型时,忽略了它的许多性质和特点,这些性质和特点对系统中的某些过程是不重要的,但它们对于其他过程,却可能是很重要的、有决定性意义的。

某一理想化是否允许也和表述给定问题的某些定量关系有关。例如,在前面讲过的摆的情况中,只有在阻尼充分小,并且我们研究的摆的运动时间又不太长的条件下,才可以忽略阻尼。但是当我们说“大”或“小”时,只有在我们指出了给定的量同别的什么量相比,大或小才有意义。在我们的例子中,应该要求衰减指数比振动频率小得多(或阻尼的对数减缩比1小得多)并且观察的时间比振动的周期不能太大。只有作了这样的规定,才能认为象“大”或“小”这样的定量性质,是完全确定的。

但是,在研究某一问题时,往往很难预先指出给定的量究竟应和什么量相比较。这时应用数量特征,而并不指出给定量究竟比什么大或小。在此情况中,这些数量特征便不确定了,但是由于我们对这类现象总有某种程度的了解,所以它们仍然具有一定意义。因此,甚至这种不明显的定量特征,还是能使我们允许的理想的性质有所了解,并且在所有情况中都会告诉我们,在问题的理想化方面应从怎样的方向做出尝试。例如从“一般人们的时间概念”看,在一分钟内观察现象,这“不算太久”。另一方面,千分之一秒就“很快”了。因此我们常说摆的振动衰减得“慢”;而说高频电振荡回路中的振动衰减得“快”,即便是回路的对数减缩很小而且很接近于摆的对数减缩。虽然严格说来,这些“小”和“大”的论断并没有精确的含义,但是在考虑某一问题通常应该采用怎样的理想化时,必竟还是有作用的。在研究机械系统的固有振动问题时,通常

(至少在开始时)不计阻尼,而在研究振荡电路的固有振荡时,几乎总是一开始就要注意到回路的电阻。这样,看来没有内容的特征“小”和“大”(没指出和什么比较),仍能帮助我们选择一定的理想化。在作进一步研究时,这些数量特征“小”和“大”便有了完全确定的含义:给定量是“小”还是“大”,应该和什么比较就会明确了。有时,我们就从这种不确定的假设——“小”或“大”(不指明与什么比较)出发开始进行研究,但是在进一步的探讨中,这种论断的意义总会得到阐明的。

在所有的物理研究中,特别是在我们以后的阐述中,关于理想化的性质问题,也即,在建立数学模型时,真实物理系统的哪些性质应该考虑,考虑到怎样的近似程度等问题,起着十分重要的作用;因此,我们首先应该说明,在研究振动系统时,究竟应该采用理想化的哪些性质。以下(不仅在绪论中,并且在全书中)我们将仅限于研究真实振动系统的动力学模型,也就是说,忽略其中的起伏扰动和所有其他的统计现象¹⁾。因此,我们将认为动力学模型方程中的因变量具有表示系统状态以及表示系统中发生的某些过程的定量特性的(确定的而不是概率的)物理意义。在谈到将真实系统理想化为动力学模型时,那么,第一,这些理想化和决定系统状态之变量(如,坐标和速度)的数目有关,第二,还和联系这些状态或状态变化速度的、确定它们之间的关系式的规律的选择有关。这

-
- 1) 在关于真实系统动力学模型的理论中,真实系统里存在的起伏扰动亦应以间接的方式予以考虑。很明显,因为在任一物理系统里,小的随机干扰总是不可避免的,所以其中就不可能有这样的过程存在,它们是只有当没有任何的随机偏离和随机干扰时才会发生的过程。从此提出了动力学系统理论中常常用到的要求:数学动力学模型所反映的、与真实系统中存在并且观察到的过程相应的过程,不仅对于坐标和速度的微小改变,而且对于数学模型本身的微小改变都应该是稳定的。前者导致模型平衡状态和其中过程的稳定性概念,后者导致动力学系统之粗性的概念。

为了对起伏扰动、噪音等给予振动系统中的过程之影响进行理论研究,必需采用统计模型。在考虑了随机过程时,系统的动力学将不再服从动力学规律,而应服从统计学规律。因之,可以提出:某一运动的概率,最可能的运动、系统性状的其他概率特性等问题。所谓的爱因斯坦-福克(Einstein-Fokker)方程就是研究振动系统中的随机过程的数学工具^[106, 75, 83]。