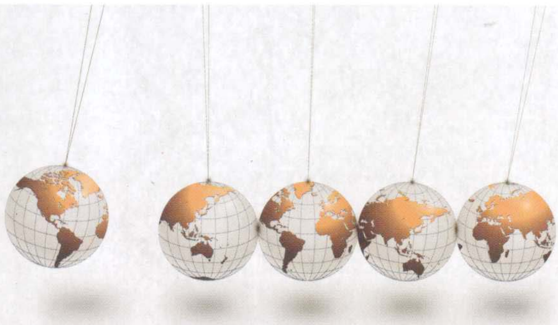
Lagrange 括号：$S^{\mathrm{T}}JS=J$

Poisson 括号：$SJS^{\mathrm{T}}=J$

中行独复，以从道也

易经–复卦六四



Classical Mechanics
—Its symplectic description

钟万勰 高强 彭海军 ◎ 著

经典力学辛讲

（解释一下：钟万勰写书，封面总是引用《易经》的“中行独复，以从道也”。以前解释过了。《易经》的易，有三层意思：不易、变易、简易。自牛顿以来经典动力学根本的体系，是不易的；离散，辛讲，分析结构力学等，阴、阳对偶之道的特色，要复，要出奇，是变易；讲述则结合应用而落到实地，力求中庸、简明，是简易。《易经》深奥，能学习体会一点，就很满意了。）

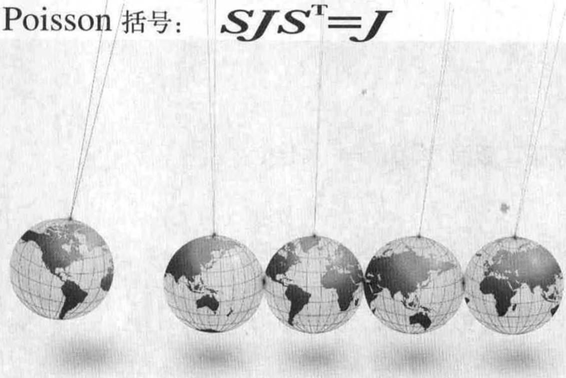
大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

Lagrange 括号：$S^{T}JS=J$

Poisson 括号：$SJS^{T}=J$

中行独复，以 也

易经-复卦六四



Classical Mechanics
—Its symplectic description

钟万勰 高强 彭海军 ◎著

经典力学辛讲

大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

图书在版编目(CIP)数据

经典力学辛讲 / 钟万勰，高强，彭海军著. — 大连：大连理工大学出版社，2013.12
ISBN 978-7-5611-8408-0

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①钟… ②高… ③彭… Ⅲ. ①牛顿力学-研究 Ⅳ. ①O3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 303630 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466

E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn

大连美跃彩色印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:18 插页:1 字数:392 千字

2013 年 12 月第 1 版 2013 年 12 第 1 次印刷

责任编辑:刘新彦 王 伟 责任校对:苇 杭

封面设计:冀贵收

ISBN 978-7-5611-8408-0 定 价:45.00 元

治学之道

王國维《人间詞话》借宋詞名句描述古今成大事业大学问必经之三种境界

昨夜西风凋碧树，独上高楼，望尽天涯路。

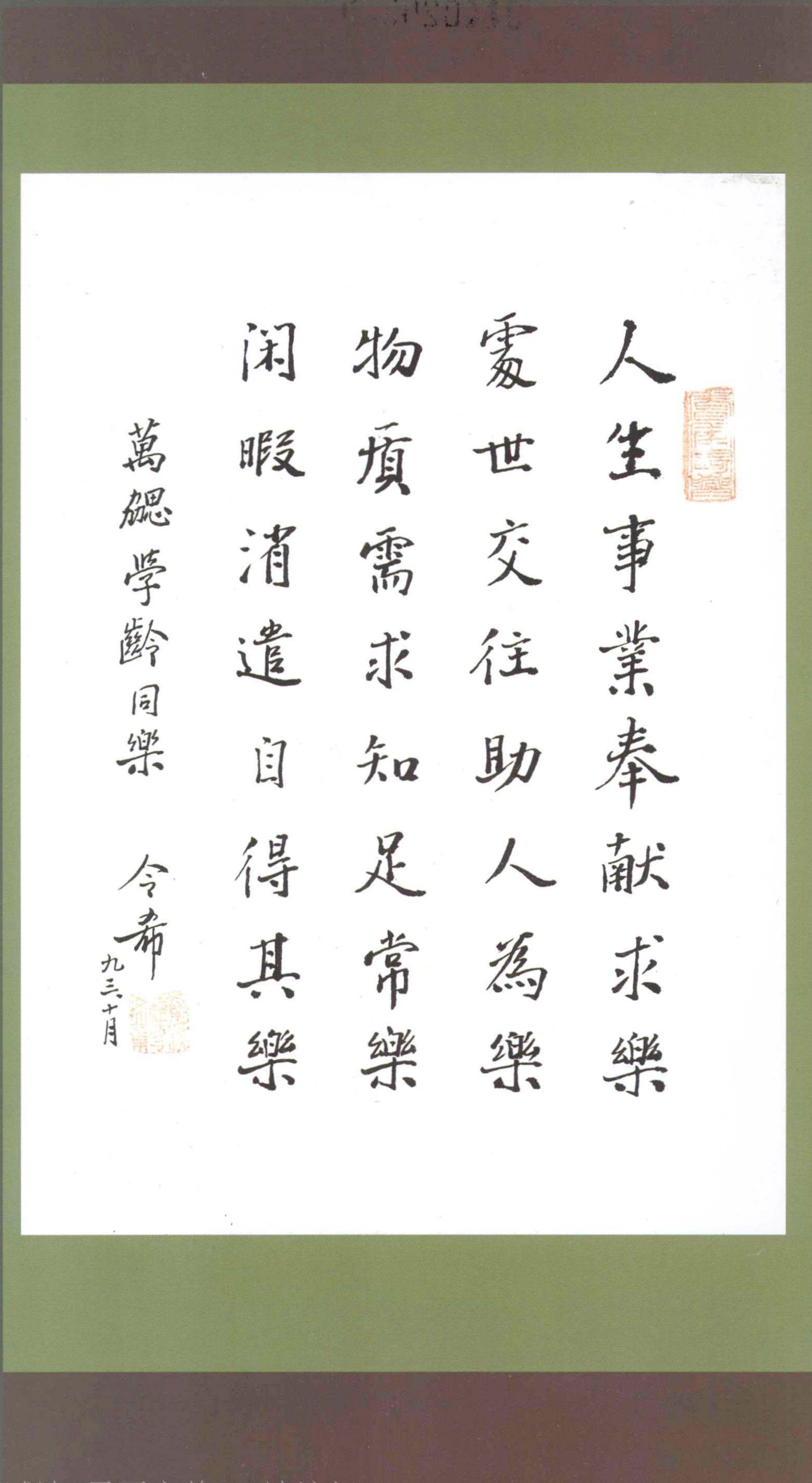
衣带渐宽终不悔，为伊销得人憔悴。

众里寻他千百度，蓦然回首，那人却在灯火阑珊处。

今人钟万勰以《易经》之“中行独复”为治学之道，发展现代力学，以乐其志。所历景界，亦復如斯欤。

钱令希

二〇〇三、七月


人生事業奉獻求樂
處世交往助人為樂
物質需求知足常樂
闲暇消遣自得其樂
令希
九三、十月

本书由大连市人民政府资助出版

The published book is sponsored by
The Dalian Municipal Government

前　言

牛顿同时发明了微积分并给出了力学三定律，提出了万有引力，用数学分析来研究动力学，故后世称分析动力学。随后经过许多大数学家长时间的研究，已经相当成熟，并且成为近代物理的基础。物理系教材有四大力学：**经典力学**、**热力学与统计物理学**、**电动力学**、**量子力学**。其中的第一门课——经典力学有许多著名著作，本书作者认为[1]比较好读些，这是美国长春藤八校之一的 Columbia Univ. 物理系的教材，讲的就是分析动力学。

辛，是大数学家 Hermann Weyl 在名著[2]（H. Weyl. *The classical groups*：*Their Invariants and representations*. Princeton University press，1939.）中提出的。作者写道："The name 'complex group' formerly advocated by me in allusion to line complexes，…has become more and more embarrassing through collision with the word 'complex' in the connotation of complex number. I therefore propose to replace it by the Greek adjective 'symplectic'. "表达了：为了避免"*complex*"容易产生的混淆，特地引入了希腊形容词"*symplectic*"。

H. Weyl 用对称群研究光谱分析时，发现 Hamilton 正则方程

$$\boldsymbol{q}=\partial H/\partial \boldsymbol{p},\quad \boldsymbol{p}=-\partial H/\partial \boldsymbol{q};\quad H=H(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})$$

具有复杂的对称性，这种对称不能用通常的旋转对称、镜像对称或置换对称等大众所熟悉的对称来表达，因此重新引入希腊字。我国数学家华罗庚先生，在 1946 年应 Princeton 大学 H. Weyl 教授的邀请，访问美国，看到数学的新方向，翻译为中文时也找不到恰当的中文词来表达，因此音译为**辛**。H. Weyl 提出 Hamilton 正则方程的辛对称，表明了动力系统运行的基本性质。

辛是什么？使广大读者感到困难，本书直面此问题。拙著[6,7]引入了**辛代数**和**分析结构力学**。**辛代数**从最简单的结构力学问题引入**辛**，使用的是矩阵代数，可使读者很容易就理解什么是**辛**，故称**辛代数**。而**辛**本是 H. Weyl 从分析动力学引入的，[7]则从结构力学引入**辛代数**，因为浅近、简单，很容易为读者所接受。中国哲学讲究的是："**返璞归真**"，本书要按此方向来表达。《易经》的"简易"么。

从 H. Weyl 的引入看到：**辛**是从分析动力学来的。数学家非常重视，随后建立了称为**辛几何**的公理体系。**辛几何**公理体系是从纯数学微分几何的角度讲的，见[3,4]。简单地说，由微分形式（differential form）、纤维丛（tangent bundle，cotangent bundle，陈省身）、外乘积（exterior product，cross product）与 Carton 几何所组成。辛几何公理体系得

到纯数学方面的高度重视。Carton 获 1980 年的 Wolf 数学大奖，陈省身随后也获 Wolf 数学大奖，继而 Arnold 后来也获 Wolf 数学大奖。不过，**辛几何**非常高深，不易掌握。因此许多人远而避之。工程师难以接受则应用就困难了。数字化时代，离散是大势所趋，不可拘泥于无穷小分析。结构力学与动力学离散分析，以及**传递辛矩阵对称群**是本书“**辛讲**”的特点。

1900 年在第二次世界数学大会上，D. Hilbert 做了一个著名报告“数学问题”，深刻影响了 20 世纪数学的发展，指出：“只要一门科学分支能提出大量的问题，它就充满着生命力；而问题缺乏则预示着这门学科独立发展的衰亡或终止。”能看到问题就好，表明可继续发展。辛提出 Hamilton 正则方程有对称性，是经典力学改造的机会。

数学大师 J. von Neumann 在经历了“数学危机”后著文指出：“当一门数学学科远离其经验本源的时候，……就会受到严重危险的困扰。它将变得越来越纯粹地美学化，越来越纯粹地‘为艺术而艺术’。……存在一种严重的危险，那就是这门学科将沿着阻力最小的线路发展，使远离源头的小溪又分成许多无足轻重的支流，……在距离其经验之源很远的地方，或者在多次‘抽象的’近亲繁殖之后，一门数学学科就有退化的危险。……每当到了这个阶段，唯一的补救措施就是为了恢复活力而返本求源，也就是或多或少地注入直接经验思想。”而 D. Hilbert 讲：“因为最终的判断取决于科学从该问题得到的获益。”按中国的说法，要“**返璞归真**”，要“**学以致用**”。**辛几何**在这方面还需努力。

既然从结构力学引入了**辛代数**，说明结构力学与动力学在数学方面有共同部分。拙著[6]基于数学方面的类同性，引入了**分析结构力学**。分析动力学求解的是时间区域的问题，却对应于分析结构力学长度区域的静力学问题。静力学问题比较容易为读者所接受。所以从结构力学问题切入讲解经典力学，最为合理；然后再转换到经典动力学。**辛讲**，书名已体现出特色，改造经典力学的讲述。

牛顿的奇迹年是 1666 年，后来在 1687 年出版的巨著《自然哲学的数学原理》是用希腊文写就的，简称 *principia*，是近代科学开始的标记，同时也创立了微积分，是划时代的成就。书名表明是自然哲学，经典动力学的数学理论由此开始。在同年代，有 Hooke 提出了虎克定律，也可认为是结构力学数学理论的开始。只是动力学与结构力学各按自己的规律发展，各做各的，缺乏在数学分析方面的融合。（注：康熙皇帝在 1661 年登基。就在康、雍、乾盛世，闭关自守，中国落后了，而落后是会挨打的。）

分析动力学则得到当年众多大数学家的关注，Bernoulli，Euler，Lagrange，Hamilton，Jacobi，Poisson，Poincare……经典动力学就是他们奠基奉献的。Euler-Lagrange 方程，Lagrange 函数，Hamilton 变分原理，正则方程，Hamilton-Jacobi 偏微分方程，正则变换，作用量，摄动法……成为优美的数学分析体系。在论述数学分析的发展时，J. von Neumann 评论道：“关于微积分最早的系统论述甚至在数学上并不严格。在牛顿之后的一百五十多年里，唯一有的只是一个不精确的、半物理的描述！然而与这种不精确的、数学上不充分的背景形成对照的是，数学分析中的某些最重要的进展却发生在这段时间！这一时期数学上的一些领军人物，例如欧拉，在学术上显然并不严密；而其他人，总的来说与高斯或雅可比差不多。当时数学分析发展的混乱与模糊无以复加，并且它与经验的关系当然也不符合我们今天的（或欧几里得的）抽象与严密的概念。但是，没有哪一位数学家会

把它排除在数学发展的历史长卷之外,这一时期产生的数学是曾经有过的第一流的数学!”后世严格的数学家,认为牛顿时代的微积分以及随后的一些发展,不够严密,等等。发展到追求绝对严格的数学,期望能完全脱离经验的成分。一段时间造成了数学危机。对此[11]有精彩讲述。经典动力学也称分析动力学,因那是数学分析发展的出发地。但本书从离散体系进行讲述,主要是代数,并不单纯是数学分析,故书名称经典力学。努力适应计算机时代的需求。

分析动力学的体系不是很容易就可掌握的。例如 Poisson 括号是如何来的,正则变换的理解,等等。这段时期主要是由数学家们在努力耕耘,工程师对于这套数学分析理论的理解就有困难了,因此与工程的融合不够充分。而**辛**的引入是应量子力学用光谱学(Spectroscopy)来分析分子、原子的对称性而出现的,已经是 1939 年,比较晚了。

辛本来是从分析动力学的对称性来的,有物理意义的依托。然而,纯数学讲究抽象,要求尽量脱离物理意义,所以与力学愈行愈远,与实际应用难以联系。电脑之父、数学大师 J. von Neumann 在《数学家》中指出:“许多最美妙的数学灵感来源于经验,而且很难相信会有绝对的、一成不变的、脱离人类经验的数学严密性概念。”不联系实际应用则会前途茫茫的。我国计算数学家冯康率先提出,动力学积分的差分格式应**保辛**[4],这样就与轨道数值计算等实际应用发生了关系,得了我国自然科学一等奖。国外著作[5]也随后接受了保辛。但**保辛**是保了什么,却并未直白地讲清楚。随后的发挥有曲折,并未为大众广泛接受,不够理想。

本书则用**辛代数**切入讲解,简单易懂。用的是离散系统,不同的**特色思路**。书名“**辛讲**”表明了其特色,上了一个层次。孙子兵法曰:“凡战者,以正合,以奇胜。”基于传统经典力学的优美体系,**正宗**。另一方面,因离散体系的计算科学,与辛数学的融合不足,本书“**辛讲**”,**特色思路**,努力抓住“以奇胜”的机会。走自己的路,讲出特色。期望**辛讲**抓住要点:辛对称而直取核心,“擒贼擒王”。

说到对称,就不能忘记伽罗瓦(E. Galois)关于 5 次以及 5 次以上一般多项式方程不可能用根式求解的证明。M. Atiyah 指出:“伽罗瓦认识到这个问题的关键之处在于方程的 5 个根的对称性,从而证明了该问题是不可解的。于是他为有关对称性的一般理论奠定了基础(即群论),这是所有数学概念中最深刻、影响最深远的概念之一。”辛对称是经典力学正则方程所特有的数学概念,是其核心,抓住它,辛讲,就是**辛对称群讲**。

钟万勰写书,封面总是引用《易经》的“中行独复,以从道也”。以前解释过了。《易经》的易,有三层意思:不易、变易、简易。自牛顿以来经典动力学根本的体系,是不易的;离散、辛讲、分析结构力学、离散等,阴-阳对偶之道的特色,要复,要出奇,是变易;讲述则结合应用而落到实地,力求中庸、简明,是简易。《易经》深奥,能学习体会一点,就很满意了。

动力学积分的差分格式是为了解决实际问题。当今世界科技发展的潮流是**信息化**、**数字化**,是**计算科学**。“**世界潮流,浩浩汤汤,顺之者昌,逆之者亡**”,这是中山先生辛亥革命后钱塘观潮后的题词。表明:发展方向符合世界潮流极为重要,**道路决定命运**。不符合世界潮流,南辕北辙,即使努力也不行。

当年红军英勇奋斗,请了李德,就打败仗。**道路决定命运**么。

美国信息技术顾问委员会给总统咨询报告(*Computational Science: Ensuring A-*

merica's Competitiveness 2005)中说:“计算科学是国家保持长期技术领导地位的根本。”(Computational Science—An area that is central to the Nation's long-term technological leadership.)“计算科学同理论和物理实验并列,已成为科学事业的第三根支柱”,美国国会下属的“竞争力委员会”(Council on Competitiveness)2009 年发布的白皮书中提出:**“从竞争中胜出就是从计算中胜出”**(“to out-compete is to out-compute”),等等。经典力学的现代发展,也要按时代方向走,尤其航空航天、机器人、控制、制造业数字化等迫切需要计算力学的支持。

2011 年,美国总统 Obama 亲自出马,在 Carnegie-Mellon 大学演讲推动 Advanced Manufacturing Partnership(AMP)计划,抓**国家安全与关键制造业**,并由白宫新闻处发布,可见非常重视。美国科技为什么领先全球,与这些现代科技发展、计算科学等关系密切。中国的研究、发展不能无视时代特点和实际需求。经典力学虽然是基础课程,但本书尽量结合现代的发展需要,结合例如最优控制、能带分析、约束动力学积分等多方面的需求进行**辛讲**。体现出其优点。

辛几何虽然得到重视,但其纯数学的艰深表述,却使人们望而却步。在教学中,分析动力学长期形成的体系,强调了数学分析,读者已经感觉困难,例如正则变换、生成函数、Poisson 括号等的出现,使人感觉突兀,只能先接受下来,以后再逐步体会,等等。虽然**辛**是从经典动力学出现的,但在教材中融合不足,似乎只是附属的内容。尤其是计算动力学,例如,国外许多求解微分-代数方程(Differential-Algebraic Equation,DAE)的数值积分方法论,就很成问题。本书给出祖冲之方法论,完全不同于国外的求解方法的特色思路[36],等等。“行成于思,毁于随”,本书着重于**特色思路**,敢“**走自己的路**”。不盲目追随洋人思路。孙子曰:“军争之难者,以迂为直,以患为利。”虽然进入**辛数学**有些曲折,似乎在走弯路(变分法初期“最速下降线”的解是曲线),但却能改造传统体系的思路,更容易理解。《易经》的变异。

作者在多年教学中体会到,在**数字化**时代,经典力学的教学体系应重新考虑。数字化意味着要**离散**分析,计算机的基础是开关电路,而开关电路又是由**离散**数学比如说代数所描述的。**辛几何**公理体系是微分几何,是连续体系的表述,难于为工程师理解。在数字化时代,可引入**辛代数**的表述,简单而容易理解。

《经典力学辛讲》包含了**分析动力学**及**分析结构力学**,这是以往没有的。分析力学不是只能用于动力学,结构力学同样可用分析讲述,这是中国的**特色思路**。本来,提出虎克定律的 R. Hooke 也生活在牛顿的年代,但两人长期不和,见[42],因此双方各自发展。使得结构力学没有发展出与分析动力学并行的理论。将机会留给中国了。

动力学的时间坐标 t,在结构力学中就对应于一个长度坐标 z。动力学差分法就是将时间坐标离散,**数字化**;在结构力学就是将长度坐标**离散**,这样就成为有限元法了。**辛代数**的表述就是在此基础上展开的,见文献[7],这是最简单、最容易的表达了,读者很容易就可明白什么是**辛**。**特色思路**么,敢“**走自己的路**”,**改造-创新**为具有中国特色的体系。传统分析动力学成型时间早,虽然数学家非常认真、努力,但也有时代局限。第一,不是计算机时代,离散处理没条件;第二,**辛对称**出现晚,纯数学辛几何结合离散不行。传统体系的局限就是我们的机会。**辛代数**,抓早、抓好,**乘隙**冲上去。**辛讲**,“反客为主”,走自己的

路，自己干。J. von Neumann 指出："一个理论可以有两种不同的解释……能以更好的形式推广为更有效的新理论的理论将战胜另一理论……必须强调的是，这并不是一个接受正确理论、抛弃错误理论的问题，而是一个是否接受为了正确地推广而表现出更大的形式适应性的理论的问题。"讲得真好，这段话放在封底了。

动力学以时间 t 为自变量，一维，适用初值条件。结构力学的自变量是一个长度坐标 z，与时间对应，适用两端边界条件。初值条件与两端边界条件的区别是本质性的。（从偏微分方程的分类看，双曲型偏微分方程用初始条件，而椭圆型偏微分方程用周边的边界条件，一维时成为两端边界条件）。结构力学有丰富的变分原理。最基本的是最小势能原理。从数学看，它适用的是两端边界条件，以位移为基本未知数。将长度坐标**离散**后，就出现一系列首尾相连的区段。以两端位移表达的变形能就出现区段刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$。而动力学有因果关系，只能适用初始条件。将时间坐标离散，也得到一系列的时间区段，初始条件需要状态，积分就是逐个区段两端状态的传递。对应地就有传递矩阵 $\boldsymbol{S}$。将结构力学的区段刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$，转换到传递形式，也得到传递矩阵 $\boldsymbol{S}$。可验证该传递矩阵是辛矩阵，因此称**传递辛矩阵**。[7]的第一部分着重讲通过结构力学引入**传递辛矩阵**。物理概念清楚，读者容易理解，解除了**辛**的神秘感。进一步，**辛矩阵**乘法自然就引入了。并且通过与正交矩阵的对比，**辛矩阵**乘法的几何意义出现。**传递辛矩阵**群也就自然引入。这些推演全部使用**矩阵代数**，简单易懂，故称为**辛代数**。第 1 章虽然简单，却将这些基本概念讲出来了。

从结构力学引入了**传递辛矩阵**群，再将分析动力学以及分析结构力学的关系讲清楚。按传统分析动力学体系，用动力学最简单的弹簧-质量系统为例进行切入讲解，通过按牛顿的微分方程求解。再讲 Lagrange 函数、变分原理和 Euler-Lagrange 方程，称 Lagrange 体系，一类变量的位移法、作用量在此引入。在结构力学里，动力学的作用量就是区段变形能了。

建立了作用量的概念，在结构力学就是区段变形能，就可以根据功能原理，引入两端力了。将对称矩阵转化为传递辛矩阵就得到传递形式，于是结构力学与动力学的模拟关系建立。

单自由度问题是最简单的。通过单自由度分析对比，可看清楚结构力学与动力学的模拟，易学易懂。而且可将分析力学全套运用于结构力学与动力学，尤其是看清楚，**Lagrange 括号**、**Poisson 括号**与**传递辛矩阵**的关系，美！而传统分析动力学中，这些括号的出现有些突兀，读者感到困难。

通过辛数学体系与动力学和结构力学的模拟关系，就容易学习理解，不会有突然引入新定义的困惑。《**经典力学辛讲**》的优点在此得到体现。在本教材中，主要是提供**特色思路**供读者参考，而不是提供详细结果。因此举例比较简单，着重于思路、概念。

精确控制已经成为应用的重大问题。结构力学与最优控制之间，似乎距离很大。引入了最优控制与结构力学之间的模拟关系[16]后，基于这个模拟关系，可将结构力学的大量有效算法转移到最优控制领域。在线性控制理论方面，精细积分法可求解 Riccati 微分方程直至计算机精度，这部分已经有了自主程序包 S*i*PESC-PIMCSD，通过实际运用就可体会比 MATLAB 的 control tool-box，robust control 等强多了，已经有著作[8,9]表述。

讲这些是为了表明辛数学体系与经典力学是密切相关的，也是非常有用的。在非线性控制方面也可有所作为。

将以往的一般力学修改为动力学与控制是近年来力学学科分类的重要举措，本书讲分析结构力学与最优控制的模拟理论，全套是自主提出的。尤其非线性控制是挑战，我们的特色算法，既精确又快速，效果好多了。控制中响应时间非常重要，其算法一定要快速。**辛讲**，抓住国外的空隙，敢于“**走自己的路**”，有**自信**。孙子又云：“出其所不趋，趋其所不意。……进而不可御者，冲其虚也……”抓机会，36 计的第 30 计“反客为主”提出要乘隙，发现传统体系的不周全处——**隙**，就应“冲其虚也”，开展自己的深入研究，**辛讲**，力争“后来居上”。

本书尽量**深入浅出**，使读者通过简单课题，理解辛数学体系与经典力学的关系，然后再推广到一般情况，这样便易于理解，以破解传统经典力学教学体系的艰涩难懂之处。既然称**辛讲**，转变数学体系，理当体现其特色与优点，易学易懂。书名就是这么来的。**改革**么，理当如此。

在中国出书，面向中国读者，当然用中文写。哲学也一定要有中国特色，“中行独复”“一阴一阳之谓道”“上兵伐谋”“返璞归真”“反客为主”“学以致用”“行成于思，毁于随”，等等。但也认真学习国外大师们的精彩论述，本书将多处引用。

钱令希先生给 1993 年出版的书《计算结构力学与最优控制》作序指出：“力学工作者应首先虚心地汲取状态空间法成功的经验，重新认识 Hamilton 体系理论的深刻意义，以及随之而来的辛数学方法及其对于应用力学的应用。另一方面也可以试图将计算力学中成熟的有效方法介绍到近代控制中应用。两大学科体系的互相渗透肯定可以有益于双方。”该书系统地给出了结构力学与最优控制的模拟理论，其基础就是状态空间法和**辛数学**方法。

这里特别指出，中国古代数学家也有辉煌成就。本书基于**祖冲之**的成就，给出了**祖冲之方法论**。在求解例如微分-代数方程(DAE)时完全不采用许多国外著作的方法论，他们走偏路了。基于祖冲之方法论得到的解，比国外著名算法的解好多了。中国祖师爷的优秀成果应努力予以挖掘继承，融合近代数学，发扬光大。中华文化博大精深，不是喊口号，而应以实实在在的东西体现出来。难道这也要等着？让洋人来发扬光大吗?!

然而，按现行的 SCI 评价体系，中文发表不值钱。如此贬低中文，是爱国体现吗？立场正确吗？怪哉！

当前中国一些人治学，重外轻华，“**言必称希腊**”。保辛离散体系，是新事物，洋人也措手不及，例如他们提出“不可积系统，保辛近似算法不能使能量守恒”的误判，本书也予以了正名，中国人切不可自卑。所谓的 SCI 评价体系，同样的论文，英文发表就比中文发表值钱，真荒唐！民族虚无主义，可耻！

对自己没有信心，弱者的心态么，要不得。

中国科技虽然有了长足进步，现在仍是底气不足。一定要打起精神，努力成系统地改造现存系统。“**辛讲**”就是对经典力学体系改造的一步尝试。不必管 SCI 评价体系怎么说，毕竟“**实践是检验真理的唯一标准**”，而不是洋人说了什么。改革，没有那么容易，大概总是要受非难的。不要紧，来日方长，**实践**说了算。

本书是为大学高年级学生与研究生写的，认为大学工科数学、理论力学、材料力学课程已经掌握，本书则将两方面融合了。

本书的选材不求全面，分析力学只讲到辛矩阵与 Lagrange 括号、Poisson 括号，以及用辛矩阵表示的正则变换等的基本内容。然后讲 Hamilton 矩阵与辛矩阵的本征问题。这些已经是比较特色的讲法了。此后就是特色内容：结构力学与最优控制，非线性保辛摄动以及非线性控制求解的应用，周期结构、能带分析及其散射；然后是约束系统的 DAE 求解，非完整等式约束的求解，以及最后介绍参变量变分原理近似求解不等式约束问题，就结束了。书中强调了计算科学的时代特点，不怕人家贬低。本书不求全面，只求讲出体会和特色。

中国数学界泰斗、中科院院士吴文俊认为：“数学应该是有助于解决实际问题的，这应该是研究数学的主要目的，数学不是什么抽象的理论。……中国的应用数学应该以解决实际问题为出发点的，绝不能只做抽象的理论研究。”辛讲，也遵循该方向、思路走。

改革，你讲你的，我讲我的。力求**返璞归真**，是本书的特点。**走自己的路**，一定要**自信**。要有**道路自信**、**理论自信**、**体系自信**，真正做到“千磨万击还坚韧，任尔东西南北风”。**特色思路**么。

章节安排如下：

第 1 章，讲**什么是辛**。按《力、功、能量与辛数学》[7] 的第一篇讲。以往经典力学没有结构力学。从虎克定律切入，是结构力学，最简单，读者容易接受，只用代数。但第 1 章给出了框架，几何意义，直到传递辛矩阵群，很重要。以迂为直。辛讲么。

第 2 章，经典力学不能回避微积分。本章讲分析力学理论是**分析结构力学**与**分析动力学**，从单自由度问题切入，从分析结构力学入手，以迂为直。前两章按自己的路走，同时也可弥合虎克和牛顿的分歧，致结构力学未能发展分析理论的缺憾。

第 3 章，讲述多维经典动力学，也可从结构力学切入，读者对结构静力学的理解方便些。对于“保辛差分格式不能守恒”的误判，给予了正名。用辛矩阵乘法变换讲正则变换等。这些是本书基本理论的特色内容。请读者品味“**辛讲**”对原有体系的改造，上了一个层次。

第 4 章，从数学的角度，讲述 Hamilton 矩阵与传递辛矩阵的本征值问题及其计算。

以上为本书的基础部分。走的是自己辛讲的路。以下要结合重要应用领域发挥作用，是特色应用篇。

第 5 章，线性多自由度体系的求解，着重讲了结构力学与最优控制模拟。中国特色的理论与算法。

第 6 章，非线性动力系统的保辛摄动、约束系统的求解、非线性最优控制的多层次算法等有关问题有选择地介绍，中国特色。

第 7 章，周期结构的能带分析，以及端部共振腔对于波的散射，等等。充分利用辛本征解的独立性，用简单数值例题给出详细解释。也是具有鲜明特色的理论与算法。

第 8 章，受等式约束的经典动力学。以往，求解 DAE 走偏路了，力求将以往的思路与求解方法，用祖冲之方法论改造过来。

第 9 章，不等式约束的积分，挑战！

与张鸿庆教授的多次讨论，对于理解中国哲学、数学方面非常有启发。林家浩的虚拟激励法也给我们很大启发；张洪武、陈飙松教授的团队，坚持 S*i*PESC 集成系统开发，让计算理论进展有了落脚点；以及同事们优化、控制方面的进展等。钟万勰也感谢：上海交大的孙雁博士，同我一起工作，启发了分析结构力学的提出；以及上海陆仲绩高工对于 CAE 的共同坚持，本书前言、后语的某些文字就是他提供的。在此一并表示感谢。

鸣谢：本书是在 973 基金（＃2009CB918501）的支持下写出的。

目 录

* 2.1 节结构力学,2.2 节动力学,小节成对编排,供对照阅读。