

2190

多元统计分析讲义

(下 册)



山西大学数学系概率统计教研室

一九八二年



01953335

021/457

下册目录

第三编：应用（数学模型）

第七章	多元线性统计模型	2
§ 7 · 1	多元线性统计模型及参数估计	2
§ 7 · 2	多元线性模型的分类	7
§ 7 · 3	参数矩阵带约束条件的多元线性统计模型	10
§ 7 · 4	参数估计量的分布	14
§ 7 · 5	假设检验	17
第八章	判别分析	
§ 8 · 1	引言	21
§ 8 · 2	Fisher 准则下，多级判别法的公式推导及其应用	22
	(8 · 2 · 1) Fisher 准则	
	(8 · 2 · 2) 判别函数的建立	
	(8 · 2 · 3) 确定判据	
§ 8 · 3	二级判别法的具体步骤	25
§ 8 · 4	Bayes 准则	28
§ 8 · 5	Bayes 准则下，多母体判别的数学模型	29
§ 8 · 6	Bayes 准则下，三种判别法则	32
第九章	主成分分析	35
§ 9 · 1	引言	35



§ 9 · 2	主成分的定义, 及其导出	36
§ 9 · 3	主成分的性质	39
§ 9 · 4	样本主成分	40
第十章 因子分析		42
§ 10 · 1	引言	42
§ 10 · 2	正交因子模型	42
§ 10 · 3	斜因子模型	43
§ 10 · 4	因子截荷的估计	43
§ 10 · 5	因子模型中的假设检验	46
第十一章 典型相关分析		47
§ 11 · 1	引言	47
§ 11 · 2	总体典型相关	47
§ 11 · 3	样本典型相关	51
§ 11 · 4	假设检验	52
第十二章 趋势面分析		56
§ 12 · 1	什么是趋势面分析	56
§ 12 · 2	趋势面的计算	56
§ 12 · 3	剩余分析	58
附录: 逐步回归简介		62
补充参考书目		67



01953335

021/457

下册目录

第三编：应用（数学模型）

第七章	多元线性统计模型	2
§ 7·1	多元线性统计模型及参数估计	2
§ 7·2	多元线性模型的分类	7
§ 7·3	参数矩阵带约束条件的多元线性统计模型	10
§ 7·4	参数估计量的分布	14
§ 7·5	假设检验	17
第八章	判别分析	
§ 8·1	引言	21
§ 8·2	Fisher 准则下，多级判别法的公式推导及其应用	22
	(8·2·1) Fisher 准则	
	(8·2·2) 判别函数的建立	
	(8·2·3) 确定判据	
§ 8·3	二级判别法的具体步骤	25
§ 8·4	Bayes 准则	28
§ 8·5	Bayes 准则下，多母体判别的数学模型	29
§ 8·6	Bayes 准则下，三种判别法则	32
第九章	主成分分析	35
§ 9·1	引言	35



§ 9 · 2	主成分的定义, 及其导出	36
§ 9 · 3	主成分的性质	39
§ 9 · 4	样本主成分	40
第十章 因子分析		42
§ 10 · 1	引言	42
§ 10 · 2	正交因子模型	42
§ 10 · 3	斜因子模型	43
§ 10 · 4	因子截荷的估计	43
§ 10 · 5	因子模型中的假设检验	46
第十一章 典型相关分析		47
§ 11 · 1	引言	47
§ 11 · 2	总体典型相关	47
§ 11 · 3	样本典型相关	51
§ 11 · 4	假设检验	52
第十二章 趋势面分析		56
§ 12 · 1	什么是趋势面分析	56
§ 12 · 2	趋势面的计算	56
§ 12 · 3	剩余分析	58
附录: 逐步回归简介		62
补充参考书目		67

第七章

多元线性统计模型

§ 7.1 多元线性统计模型及参数估计

假设有 n 个试验单位，每个试验都观察了 p 个特征，这种观察可以写成下面的矩阵形式：

$$Y_{n \times p} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1p} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{np} \end{pmatrix} \quad (7.1.1)$$

假定影响试验的因素有 l 个，证

$$u = (u_1, u_2, \cdots, u_l) = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1l} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2l} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \cdots & u_{nl} \end{pmatrix} \quad (7.1.2)$$

$n \times l$

当做第 i 次试验时， u 取值 $u(i)$ $i = 1, 2, \cdots, n$

再假定 u 的 m 个已知函数，为：

$$X_{n \times m} = (X_1, \cdots, X_m) = [f_1(u), f_2(u), \cdots, f_m(u)] \quad (7.1.3)$$

称为 m 个因子，当做第 i 次试验时，取值为 $X(i)$ ，记

$$X'(i) = [X_{i1}, X_{i2}, \cdots, X_{im}]' = [f_1(u_i), f_2(u_i), \cdots]$$

$$f_m(u_1) \dots$$

$$i=1, 2, \dots, n$$

于是 n 次试验，可以给出 $n \times m$ 的矩阵表示如下：

$$X_{n \times m} = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1m} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(u_1) & f_2(u_1) & \dots & f_m(u_1) \\ f_1(u_2) & f_2(u_2) & \dots & f_m(u_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_1(u_n) & f_2(u_n) & \dots & f_m(u_n) \end{pmatrix} \quad (7.1.4)$$

未知参数阵（待估参数）

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1p} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{m1} & \beta_{m2} & \dots & \beta_{mp} \end{pmatrix} \quad (7.1.5)$$

通常称 X 为设计，因为 X 中元素的值可以在试验之前进行设计。（或中正交表安排试验）。

$$\varepsilon_{n \times p} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \dots & \varepsilon_{1p} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \dots & \varepsilon_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_{n1} & \varepsilon_{n2} & \dots & \varepsilon_{np} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon'_1(1) \\ \varepsilon'_1(2) \\ \vdots \\ \varepsilon'_1(n) \end{pmatrix} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_p) \quad (7.1.6)$$

ε 为试验误差阵，并假定：

$$(1)、E \varepsilon(i) = 0 \quad \text{或} \quad E\varepsilon = 0$$

$$(2)、\varepsilon(i) \text{ 与 } \varepsilon(j) \text{ 互不相关。} \quad (7.1.7)$$

$$(3)、\varepsilon(i) \sim N(0, \Sigma) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

独立正态分布。未知的等协方差阵 $\Sigma_1 = \Sigma$ 。

在讨论参数估计时，并不需要假定正态性，只需要一、二阶矩存在即可。但是在讨论参数的假设检验时则需要正态性假定 (3)。

于是，多元线性统计模型，用矩阵表示：

$$\text{模型 (A):} \begin{cases} y = X\beta + \varepsilon \\ \text{Var}(y(i)) = \Sigma, \end{cases} \quad \begin{matrix} n \times p & n \times m & m \times p & n \times p \\ (7.1.8) \end{matrix}$$

$y(1), y(2), \dots, y(n)$ 互不相关等协方差。

也可以表示为

$$\begin{cases} E(y|x) = x\beta \\ \text{Var}(y(i)) = \Sigma \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7.1.9)$$

它是一元线性统计模型的自然推广：

$$(y, X\beta, \Sigma \otimes I) \quad (7.1.10)$$

这就是用结构参数所表示的一般多元线性统计模型。

参数阵的估计

在多元情形，采用最小二乘法将残差平方和极小化。通常有以下几种估计准则：

$$\textcircled{1} \min_{\beta} \|y - X\beta\|^2 = \min_{\beta} \text{tr} (y - X\beta)^T (y - X\beta) \quad (7.1.11)$$

② 对任意给定 $L \in R_p$ ，考虑二次型的极小化。

$$\min_{\beta} [L^T (y - X\beta)^T (y - X\beta) L] \quad (7.1.12)$$

① 关于 $\min_{\beta} \|y - X\beta\|^2 = \min_{\beta} \text{tr}(y - X\beta)^T (y - X\beta)$

准则。

$$\text{令, } \frac{\partial \text{tr}(y - X\beta)^T (y - X\beta)}{\partial \beta} = 0$$

$$\text{可推出 } \text{tr} \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \beta} (y(i) - X(i)\beta)^T (y(i) - X(i)\beta) = 0$$

$$\text{即得 } \text{tr} \sum_i X(i)' y(i) = \text{tr} \sum_i X(i)' X(i) \beta$$

$$\therefore X' y = X' X \beta \quad (7.1.13)$$

$$\text{故 } \hat{\beta} = (X' X)^{-1} X' y$$

当 $\text{rk} X = m$ 时， $(X' X)^{-1} = (X' X)^{-1}$ 真逆存在，其解唯一，从而所得估计量 $\hat{\beta}$ 是 β 的无偏估计。一般情况下，是有偏的估计。

② 如果使准则

$$\min_{\beta} (y - X\beta)^T (y - X\beta) \text{ 极小化此因 } (y - X\beta)^T (y - X\beta) \text{ 是一个 } p \times p \text{ 对称阵, 对任意给定 } L \in R_p, \text{ 考虑二次型}$$

$$L^T (y - X\beta)^T (y - X\beta) L, \quad L \in R_p$$

我们估计 β ，使二次型达到最小，即

$$\min_{\beta} L^T (y - X\beta)^T (y - X\beta) L$$

于是有正规方程

$X' \cdot y \quad L = X'XL$ 对任意 L 成立除去 L 后, 就得矩阵形
 $m \times n \quad n \times p \quad p \times 1$

式的正规方程

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (7 \cdot 1 \cdot 14)$$

其中 $(X'X)^{-1}$ 是 $(X'X)$ 的一个减号逆。

由 $(7 \cdot 1 \cdot 13)$ 及 $(7 \cdot 1 \cdot 14)$ 看出在两个不同的准则下, 所得 β 的最小二乘估计是一致的当 $r_k x = r < m$ 时, β 的最小二乘估计是有偏的要得到无偏估计, 还要给出边界条件。

下证, β 的最小二乘估计 $\hat{\beta}$ 的方差达到最小。

$$\begin{aligned} \because (y - X\beta)'(y - X\beta) &= [(y - XX^+y + X(X^+y - B))]' \\ &\quad \cdot (y - XX^+y + X(X^+y - B)) \\ &= [(I - XX^+)y + X(X^+y - B)]' [(I - XX^+)y + X \\ &\quad (X^+y - B)] \\ &= (P_X^\perp y + X(X^+y - B))' (P_X^\perp y + X(X^+y - B)) \\ &= y' P_X^\perp y + (X^+y - B)' X' P_X^\perp y + y' P_X^\perp X(X^+y - B) \\ &\quad + (X^+y - B)' X' X(X^+y - B) \\ &= y' P_X^\perp y + (X^+y - B)' X' X(X^+y - B) \\ \because (X^+y - B)' X' P_X^\perp y &= (X^+y - B)' X' (I - XX^+)y \\ X' (I - XX^+) &= X' - X' X(X^+) = X' - X' (XX^+)' \\ &= (X' - (XX^+)X)' = X' - (P_X X)' = X' - X' = 0 \\ y' P_X^\perp X(X^+y - B) &= y' (I - XX^+)X(X^+y - B) \\ &= ((I - XX^+)y)' X(X^+y - B) \\ &= ((I - XX^+)y)' (XX^+y - X\beta) \end{aligned}$$

$$= ((I - XX^+) y)' (X\beta - X\beta) = 0$$

$$(\because XX^+ y = X\beta)$$

$\therefore$ 得 $(y - X\beta)'(y - X\beta) - y' P_X^\perp y \geq 0$ 任意 β 半正定成立。

此处 $P_X^\perp = I - XX^+$ 是到 $L^\perp(X)$ 上的投影阵。

在 $\hat{\beta} = X^+ y$ 时达到极小值。

称 $R_e = y' P_X^\perp y$ 为残差 乘积和矩阵

$$= y' (I - XX^+) y$$

(7.1.15)

由于 $ER_e = Ey' P_X^\perp y = E(y' (I - XX^+) y)$

$$= E \quad (y(1)' y(2)' \cdots y(n)') P_X^\perp \begin{pmatrix} y(1) \\ \vdots \\ y(n) \end{pmatrix}$$

$$= E \sum_{i=1}^n y(i)' P_X^\perp y(i) = \text{tr} \sum_{i=1}^n E y(i)' P_X^\perp y(i)$$

$$= \sum_{i=1}^n \text{tr} E y(i)' P_X^\perp y(i) = \sum_{i=1}^n \text{tr} P_X^\perp E y(i) y(i)'$$

$$= \sum_{i=1}^n \text{tr} P_X^\perp \Sigma$$

于是得 $\hat{\Sigma} = \frac{1}{n-r} R_e$ 是协方差阵 Σ 的一个无偏估计。

(7.1.16)

四

$$ER_e = (n-r) \Sigma,$$

$$r = \text{rk} X.$$

$$\therefore \hat{\Sigma} = R_e / (n-r)$$

定义 1. 在模型 A 的假定下, 参数阵 β 的 p 个线性函数 $h'\beta$ 的 p 个称为是可估的 ($h' \in R_n$).

如果在 p 个 y 的线性函数 $g'y$ ($g \in R_n$)

使得 $Eg'y = h'\beta$, 即 $g'y$ 是 $h'\beta$ 的一个线性无偏估计.

定义 2. 参数 (矩阵) β 的线性函数 $\text{tr} H'\beta$
 $m \times p$

(H 阵) 称为是可估的, 如果存在矩阵

$m \times p$

y 的线性函数 $\text{tr} q'y$ (q 阵) 使得
 $n \times p$ $n \times p$

$$E \text{tr} q'y = \text{tr} H'\beta = \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^p \eta_{ij} \beta_{ij} \right)$$

也就是 $\text{tr} q'y$ 是 $\text{tr} H'\beta$ 的线性无偏估计.

下面引用拉直算法 (按列拉直), 来研究 (7.1.8) 的参数估计问题. 于是将 (7.1.8) 改写为:

$$E(\bar{y}) = E \begin{bmatrix} y_1 \\ (n \times 1) \\ y_2 \\ (n \times 1) \\ \vdots \\ y_p \\ (n \times 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ey_1 \\ Ey_2 \\ \vdots \\ Ey_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\beta_1 \\ x\beta_2 \\ \vdots \\ x\beta_p \end{bmatrix} \quad (7.1.17)$$

其中

$\beta_i =$

$$\begin{pmatrix} \beta_{1i} \\ \beta_{2i} \\ \vdots \\ \beta_{ni} \end{pmatrix}$$

$i = 1, 2, \dots, p$

$$= \begin{bmatrix} X_{n \times m} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_{n \times m} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_{n \times m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}_{np \times 1}$$

$np \times mp$

$$= (I \otimes X) \vec{\beta} \triangleq C \vec{\beta}$$

$np \times mp \times 1$

(7.1.18)

而方差:

$$V(\vec{y}) = E(\vec{y} - E\vec{y})(\vec{y} - E\vec{y})'$$

$$= E \begin{bmatrix} y_1 - Ey_1 \\ y_2 - Ey_2 \\ \dots \\ y_p - Ey_p \end{bmatrix} [(y_1 - Ey_1)' \dots (y_p - Ey_p)']$$

$$= (E(y_1 - Ey_1)(y_j - Ey_j)') \triangleq (\sigma_{1j} I_n)$$

$$= \sum_{p \times p} I_n \triangleq M$$

$np \times np$

(7.1.19)

$$E(y_1 - Ey_1)(y_j - Ey_j)' = \begin{bmatrix} y_{11} - Ey_{11} \\ y_{21} - Ey_{21} \\ \vdots \\ y_{n1} - Ey_{n1} \end{bmatrix} ((y_{1j} - Ey_{1j})' \dots$$

$$(y_{nj} - Ey_{nj})^T = \begin{bmatrix} \sigma_{1j} & & & 0 \\ & \sigma_{1j} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_{1j} \\ & & & & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} = \sigma_{1j} I_n$$

于是模型 (A) 通过拉直算法, 化为一元线性模型 (A')

$$\text{模型 (A')}: \begin{cases} E\bar{y} = C^* \bar{\beta} \text{ 其中 } C^* = (I_p \otimes X) \\ v(\bar{y}) = M \text{ 其中 } M = \Sigma \otimes I_n \end{cases} \quad (7.1.20)$$

下边给出模型 (A') 中参数 $\bar{\beta}$ 的最小二乘估计 $\hat{\bar{\beta}}$, 以及 $\hat{\bar{\beta}}$ 的协方差阵。利用下述结果:

$$(I \otimes X)^- = \begin{pmatrix} X & & 0 \\ & X & \\ & & \ddots \\ 0 & & & X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X^- & & 0 \\ & X^- & \\ & & \ddots \\ 0 & & & X^- \end{pmatrix} = I \otimes X^-$$

$p \times p \quad n \times m$

$$\text{又} \because C^* C^{*-} M C^* = M C^*$$

$$\begin{aligned} \text{事实上: } C^* C^{*-} M C^* &= (I_p \otimes X) (I_p \otimes X)^- (\Sigma \otimes I) (I \otimes X) \\ &= (I_p \otimes X) (I_p \otimes X^-) (\Sigma \otimes I_n) (I_p \otimes X) \\ &\quad p \times p \\ &= I_p I_p \Sigma_p I_p \otimes X X^- I_p X = \Sigma \otimes X \\ &= (\Sigma \otimes I) (I \otimes X) = M C^* \end{aligned} \quad (7.1.21)$$

因此, 对于线性模型 (A'), 有最佳线性无偏估计。

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p \end{pmatrix} &\equiv \hat{\vec{\beta}} \equiv \vec{\hat{\beta}} = (C \cdot C')^{-1} C' \vec{y} \\
 &\equiv ((I \otimes X)' (I \otimes X))^{-1} (I \otimes X)' \vec{y} \\
 &= (I \otimes X' X)^{-1} (I \otimes X)' \vec{y} \\
 &= (I \otimes (X' X)^{-1}) (I \otimes X') \vec{y} \\
 &= (I \otimes (X' X)^{-1} X') \vec{y}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} (X' X)^{-1} X' & & 0 \\ & (X' X)^{-1} X' & \\ & & \ddots \\ 0 & & & (X' X)^{-1} X' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} (X' X)^{-1} X' y_1 \\ (X' X)^{-1} X' y_2 \\ \dots\dots\dots \\ (X' X)^{-1} X' y_p \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} &\text{即 } \hat{\beta}_i = (X' X)^{-1} X' y_i \\ &i = 1, 2, \dots, p \end{aligned}
 \end{aligned}$$

(7.1.22)

可见 $\hat{\vec{\beta}} = (X' X)^{-1} X' y$ 确是 β 的最小二乘估计。

下面计算 $\hat{\vec{\beta}}$ 的协方差阵 (对于矩阵 $\hat{\vec{\beta}}$ 的方差及协方差) 是指 $m \times p$

其列向量一个接一个排成 $pm \times 1$ 的列向量。即按列拉直后, 每个分量的方差, 或协方差。为。

$$v(\hat{\beta}) \triangleq v(\hat{B}) \equiv v \begin{pmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \vdots \\ \hat{B}_p \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{由 (7.1.22) 式} \quad \hat{B} &= (X'X)^{-1}X'y \\ &\equiv (X'X)^{-1}X'(y_1 y_2 \cdots y_p) \quad (7.1.23) \\ &\quad \begin{matrix} m \times n & n \times m & n \times 1 & n \times 1 & \cdots & n \times 1 \end{matrix} \end{aligned}$$

$$\text{知} \quad \hat{\beta}_i = (X'X)^{-1}X'y_i \quad i = 1, 2, \cdots, p$$

$m \times 1$

$$\begin{aligned} \text{从而} \quad \text{Cov} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p \end{pmatrix} &= [(X'X)^{-1}X'] \text{Cov}(y_1 y_2 \cdots y_p) [(X'X)^{-1}X']^T \\ &= (X'X)^{-1}X'(\sigma_{ij}I_n)X(X'X)^{-1} \quad (7.1.24) \\ &= \sigma_{ij}(X'X)^{-1}(X'X)(X'X)^{-1} \quad i, j = 1, 2, \cdots, p \end{aligned}$$

$$\text{当 } i = j \text{ 时得 } v(\hat{\beta}_i) = \sigma_{ii}(X'X)^{-1}(X'X)(X'X)^{-1} \quad (7.1.25)$$

于是得

$$v(\hat{B}) = v(\hat{\beta}) = \sum \otimes (X'X)^{-1}(X'X)(X'X)^{-1} \quad (7.1.26)$$

§ 7.2 多元线性统计模型的分类

分类的方法有多种:

I: 根据试验中 m 个因子的取值特征, 可以将线性统计模型分为三大类:

- ① 若 m 个因子在某区间内可以取任意值则称为回归模型。
- ② 若 m 个因子只能选取若干个整数值则称为方差分析模型。
- ③ 介于回归模型, 与方差模型之间的即若干个因子在某区间内是

连续变量，而另外若干因子则只能取整数值，则称协方差模型。

II、如果从模型中的参数受约束与否？又可分为有约束的线性统计模型，及无约束的线性统计模型。

III、在线性统计模型中，如果有若干个参数是随机参数，而另外若干个参数是非随机的。这样又可以产生带随机参数（指部分参数随机）模型，与非随机参数模型之分。

IV、如果从实用出发，从试验的角度去看，又可分为：

1、添加“因子”试验的线性统计模型；

2、添加“指标”的线性统计模型；

3、添加“试验”的线性统计模型。

下边，根据实用出发，叙述（IV）中所说情形。

本节所用数学符号较多，现规定所用符号含意如下：设 x, y, z, w 均代表观测阵。 A, B, C, D 表示设计阵。 θ, β, η 表示参数阵，其阶数在不同的式子中具体给出。其余各节中仍设 x 为设计阵。

（一）添加“因子”后的模型：

$$\text{模型(B): } \begin{cases} E(y) = (C \ D) \begin{pmatrix} \beta \\ \theta \end{pmatrix} \\ n \times p \\ y(1) \cdots y(n) \text{ 互不相关同协方差阵 } \Sigma \end{cases} \quad (7.2.1)$$

其中 $\begin{pmatrix} C & D \end{pmatrix}$ 为设计阵
 $n \times m \quad n \times 1$

$\beta_{m \times p}, \theta_{1 \times p}$ 为参数阵，是待估参数