



高等学校土木工程专业“十二五”系列规划教材·应用型

材料力学

◎ 主编 胡益平 主审 曾祥国



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

高等学校土木工程专业“十二五”系列规划教材·应用型

材 料 力 学

主 编 胡益平

副主编 黄 超 辛登云

主 审 曾祥国



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/胡益平主编. —武汉:武汉大学出版社, 2013. 12
高等学校土木工程专业“十二五”系列规划教材·应用型
ISBN 978-7-307-12115-7

I. 材… II. 胡… III. 材料力学—高等学校—教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 264092 号

责任编辑:余 梦 责任校对:希 文 装帧设计:吴 极

出版发行:武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件:whu_publish@163.com 网址:www.stmpress.cn)

印刷:荆州市鸿盛印务有限公司

开本:850×1168 1/16 印张:21.25 字数:582 千字

版次:2013 年 12 月第 1 版 2013 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-12115-7 定价:39.00 元

版权所有,不得翻印;凡购买我社的图书,如有质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。

高等学校土木工程专业“十二五”系列规划教材·应用型

编审委员会

顾 问 王世庆 刘 华 杨家仕 戴运良

主 任 委 员 康志华 张志国

副主任委员 罗特军 李平诗 张来仪 何志伟 邹 皓 杨乃忠

王君来 周家纪 袁自峰 冯治流

委 员(按姓氏笔画排名)

王若志 王星捷 王晓明 王涯茜 白立华 刘 琛

李 然 李忠定 李章政 吴浙文 张士彩 尚晓峰

郝献华 胡益平 段 旻 韩俊强 蒲小琼 蔡 巍

魏泳涛

总责任编辑 曲生伟

秘 书 长 王 睿

特别提示

教学实践表明,有效地利用数字化教学资源,对于学生学习能力以及问题意识的培养乃至怀疑精神的塑造具有重要意义。

通过对数字化教学资源的选取与利用,学生的学习从以教师主讲的单向指导的模式而成为一次建设性、发现性的学习,从被动学习而成为主动学习,由教师传播知识而到学生自己重新创造知识。这无疑是锻炼和提高学生的信息素养的大好机会,也是检验其学习能力、学习收获的最佳方式和途径之一。

本系列教材在相关编写人员的配合下,将逐步配备基本数字教学资源,其主要内容包括:

课程教学指导文件

- (1)课程教学大纲;
- (2)课程理论与实践教学时数;
- (3)课程教学日历:授课内容、授课时间、作业布置;
- (4)课程教学讲义、PowerPoint 电子教案。

课程教学延伸学习资源

- (1)课程教学参考案例集:计算例题、设计例题、工程实例等;
- (2)课程教学参考图片集:原理图、外观图、设计图等;
- (3)课程教学试题库:思考题、练习题、模拟试卷及参考解答;
- (4)课程实践教学(实习、实验、试验)指导文件;
- (5)课程设计(大作业)教学指导文件,以及典型设计范例;
- (6)专业培养方向毕业设计教学指导文件,以及典型设计范例;
- (7)相关参考文献:产业政策、技术标准、专利文献、学术论文、研究报告等。

基本数字教学资源网站链接:<http://www.stmpress.cn>

前 言

本教材是武汉大学出版社主持的“高等学校土木工程专业面向区域特色人才培养教学改革与教材建设示范项目”中的一个子项目。本教材既适用于土木工程专业中学时(56~64 学时)和多学时(80 学时)材料力学课程的教学需要,也适用于其他专业(如航天航空、机械、交通和水利等工科专业)相应学时材料力学课程的教学。

本教材具有如下特点:

(1)系统性。编者在长期的教学实践中,总结归纳出了材料力学课程的主线,即杆件各种变形的内力、应力、强度、变形、刚度以及超静定六个方面的问题,构成了材料力学课程的基本理论部分。此外,材料力学课程还有三个重要的专题,即压杆稳定、能量法和动载荷问题。本教材就是按照这一主线和三个专题来编写的,因此,本教材的内容具有很强的系统性,这种系统的归纳和类比使学生能充分把握材料力学课程的内容。

(2)严密性。在材料力学基本理论部分,本教材采用了较为严密的数学分析方法,注重杆件变形各部分内容之间理论逻辑的推导过程,使学生知道各部分内容间的前因后果,特别是在理论逻辑推导进程被打断时,材料力学为什么需要实验或假说来进行补充和完善的原因。这种严密的分析过程使学生能充分理解材料力学课程的理论分析方法。

(3)创新性。本教材融会了编者某些独创的方法和新讲法,如作梁内力图的“连续曲线法”、“应力应变状态分析”和“强度理论”等,这些创新的目的都是为了方便学生对课程内容的理解和作图。

本教材共有 10 章和 3 个附录,由四川大学胡益平担任主编;重庆大学黄超、石家庄铁道大学四方学院辛登云担任副主编;成都理工大学工程技术学院陈晓刚、重庆大学城市科技学院向娟、四川大学锦城学院郭慧珍担任参编。全书由胡益平统稿、修改和定稿。

具体编写分为:

四川大学,胡益平(前言、第 1 章、第 4 章、第 7 章、第 8 章、第 10 章、各章习题与思考题、参考答案);

成都理工大学工程技术学院,陈晓刚(第 2 章、第 3 章第 3.7 节);

石家庄铁道大学四方学院,辛登云(第 3 章第 3.1~3.6 节);

重庆大学,黄超(第 5 章、第 6 章);

重庆大学城市科技学院,向娟(第 9 章);

四川大学锦城学院,郭慧珍(附录 1~3)。

四川大学曾祥国教授担任本书主审,并对本书的编写提出了许多宝贵的建议,特致谢意。

书中带“*”号的内容在中学时教学时可适当选讲,多学时教学时建议全讲;习题中带“*”号的题目为难题,教师和学生在使用和练习时要适度选择。

由于编者水平有限,本教材难免存在疏漏或不周之处,敬请相关专家、同行以及使用或自学本教材的学生们不吝指教。

编 者

2013 年 9 月

目 录

1 绪论	(1)
1.1 工程构件及其分类	(1)
1.2 材料力学的研究对象和任务	(2)
1.3 材料力学的基本假设	(3)
1.4 杆件的基本变形形式	(4)
1.5 材料力学的基本概念	(5)
1.6 材料力学的研究方法	(11)
1.7 材料力学的主要研究内容	(12)
习题与思考题	(13)
2 拉伸与压缩	(15)
2.1 拉压杆的内力——轴力	(15)
2.2 拉压杆的应力	(18)
2.3 拉压杆的强度	(21)
2.4 拉压杆的变形	(23)
2.5 拉压杆的刚度	(25)
2.6 拉压杆的超静定问题	(30)
2.7 材料拉伸压缩时的力学性能	(35)
习题与思考题	(40)
3 圆轴的扭转	(47)
3.1 圆轴扭转的内力——扭矩	(47)
3.2 圆轴扭转的应力	(51)
3.3 圆轴扭转的强度	(53)
3.4 圆轴扭转的变形	(57)
3.5 圆轴扭转的刚度	(57)
3.6 圆轴扭转的超静定问题	(60)
3.7 连接件的实用计算	(63)
习题与思考题	(67)
4 梁弯曲的内力	(71)
4.1 梁弯曲的基本概念	(71)
4.2 梁弯曲的内力	(74)
4.3 截面法求梁的内力函数并作内力图	(75)
4.4 梁的平衡微分方程和梁的积分方程	(77)
4.5 连续曲线法作梁的内力图	(80)

4.6 刚架的内力图	(88)
习题与思考题	(92)
5 梁弯曲的应力与强度	(97)
5.1 梁弯曲的正应力	(97)
5.2 梁弯曲的危险应力	(100)
5.3 梁弯曲的正应力强度条件	(102)
5.4 提高梁强度的措施	(110)
5.5 梁弯曲的切应力	(120)
5.6* 梁的弯曲中心概念	(123)
习题与思考题	(125)
6 梁弯曲的变形与刚度	(129)
6.1 梁弯曲变形的基本概念	(129)
6.2 积分法计算梁的变形	(131)
6.3 叠加法计算梁的变形	(136)
6.4 梁的刚度条件	(147)
6.5 梁的简单超静定问题	(148)
习题与思考题	(157)
7 应力与应变状态分析	(162)
7.1 应力状态分析	(162)
7.2* 应变状态分析	(175)
7.3 广义虎克定律	(181)
习题与思考题	(187)
8 强度理论与组合变形	(191)
8.1 强度理论	(191)
8.2 组合变形杆件的强度计算	(197)
8.3 斜弯曲	(205)
8.4* 组合变形的超静定问题	(213)
8.5* 薄壁压力容器的应力与强度问题	(216)
习题与思考题	(219)
9 压杆稳定	(224)
9.1 压杆的临界载荷	(224)
9.2 压杆的临界应力	(231)
9.3 压杆稳定性计算	(234)
习题与思考题	(241)
10 能量法与动载荷问题	(245)
10.1 应变能概念及杆件应变能计算	(245)
10.2 卡氏定理	(255)
10.3 单位载荷法	(261)
10.4 图形互乘法	(268)
10.5* 能量法在超静定结构中的应用	(272)

10.6* 动载荷问题	(276)
习题与思考题	(287)
附录 1 截面图形的几何性质	(295)
习题与思考题	(304)
附录 2 简单梁的挠度与转角	(308)
附录 3 型钢表	(310)
习题与思考题参考答案	(316)
参考文献	(329)

1 绪 论

【内容提要】

本章主要包括材料力学的研究对象和任务;材料力学的基本假设;杆件变形的形式;材料力学的基本概念,即弹性、塑性、强度、刚度、稳定性、内力、应力、应变、单元体等;材料力学的基本定律和定理,即虎克定律、切应力互等定理以及叠加原理;材料力学的研究方法;材料力学课程的主线以及主要内容。本章的教学重点和难点是材料力学的各种基本概念的理解;虎克定律、切应力互等定理以及叠加原理的理解;平面区域分布力系的合成问题。

【能力要求】

通过本章的学习,要求学生掌握材料力学的各种基本概念;理解虎克定律、切应力互等定理以及叠加原理;能熟练进行平面区域分布力系的合成;把握材料力学课程的主线。

1.1 工程构件及其分类

工程构件:组成工程结构的独立的零部件称为工程构件。

构件变形:任何工程构件都是可变形体,即工程构件在外力作用下其尺寸和形状都将发生改变,这种改变称为构件的变形。

弹性变形和塑性变形:工程构件在外力作用下产生了变形,如果其尺寸和形状在外力解除后能恢复原有的形态,则构件的变形称为弹性变形;如果不能恢复原有形态,则构件的变形称为塑性变形。

工程中的实际构件形状多种多样,根据其几何特征可分为如下几类。

(1) 杆件

一个方向的尺寸远远大于另外两个方向尺寸的构件称为**杆件**,如图 1-1 所示。

杆件有两个几何特征,即横截面和轴线,如图 1-1 所示。横截面处处相同的杆件称为**等截面杆**;而横截面不全部相同的杆件称为**变截面杆**。轴线为直线的杆件称为**直杆**;轴线为曲线的杆件称为**曲杆**。

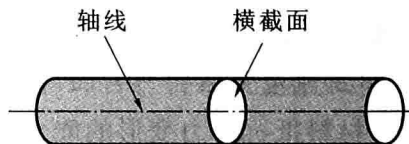


图 1-1 杆件

(2) 板壳

一个方向的尺寸远远比另两个方向的尺寸小的构件称为**板或壳**,如图 1-2 所示。板面为平面时称为**平板**;而板面为曲面时称为**壳**。

(3) 实体

三个方向的尺寸都差不多的构件称为**实体**,如图 1-3 所示。



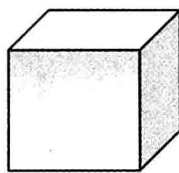
(a)



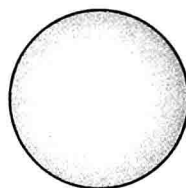
(b)

图 1-2 板和壳

(a) 平板; (b) 壳



(a)

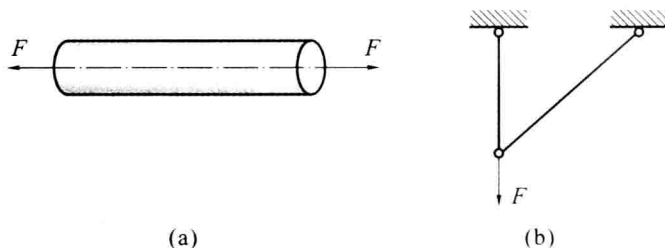


(b)

图 1-3 实体

1.2 材料力学的研究对象和任务

材料力学的主要研究对象是杆件或杆件结构系统,如图 1-4 所示。



(a)

(b)

图 1-4 杆件和杆件结构系统

材料力学的主要任务是研究杆件或杆件结构系统在外力作用下的安全性问题。

结构安全性问题包含以下三个方面的含义。

(1) 强度

材料抵抗外力破坏的能力称为材料的强度。

任何杆件均由某种材料制成,如果没有外力作用,则杆件将不会破坏;要使杆件破坏,必须施加一定的外力,即任何材料均具有某种抵抗外力破坏的能力,这种能力就称为材料的强度。将不同材料做成标准试件在拉力机上进行破坏试验,可以发现,有些材料需要较大的外力才破坏,而有些材料只需要较小的外力就破坏,则说前者的强度高而后者的强度低。

安全性的第一个要求是:任何工程构件必须具备足够的强度以保证在规定的使用条件下不产生破坏或发生显著的塑性变形。

(2) 刚度

材料抵抗外力变形的能力称为材料的刚度。

刚度概念与强度概念是平行的概念。任何材料做成的杆件如果没有外力作用则不会产生变形,要使杆件变形必须施加一定的外力,即任何材料均具有某种抵抗外力变形的能力,这种能力就称为材料的刚度。同样,可以把不同材料做成的标准试件在拉力机上做变形试验,在相同外力的作用下某些材料变形比较大而某些材料变形比较小,则变形较大的材料其刚度较差而变形较小的材料其刚度较好。

安全性的第二个要求是:任何工程构件必须具备足够的刚度以保证在规定的使用条件下不产生过分的变形。

(3) 稳定性

工程构件保持其原有平衡形态的能力称为构件的稳定性。

工程构件在外力作用下处于平衡状态或动态平衡状态,但这种平衡状态有可能是**不稳定的**。如图 1-5(a)所示受压的细长压杆,当压力 F 较小时,杆件保持直线平衡状态,但当 F 达到某一数值时,即使是**非常微小**的一个扰动,杆件就会突然弯曲,如图 1-5(b)所示,很多时候还会随之断裂,这种现象称为**构件的失稳**。构件失稳将改变其原有平衡形态,使得构件失去正常工作的能力,而且由于失稳具有**突然性**,其危害十分严重,所以工程构件必须考虑其稳定性问题。

安全性的第三个要求是:工程构件必须具备足够的稳定性以保证在规定的**使用条件下**不产生失稳现象。

构件的强度、刚度和稳定性与构件材料的力学性质、几何形状以及尺寸密切相关。一般来说,加大构件的尺寸和选用优质材料可以提高构件的强度、刚度和稳定性,但这样又增加了构件的用料和成本,是不经济的,因此安全性和经济性是一对矛盾,如何解决这一矛盾是结构设计的基本任务。

综上所述,材料力学的任务就是研究杆件或杆件结构系统在外力作用下的强度、刚度及稳定性的计算原理和方法,在既安全又经济的条件下,为构件选择适宜的材料并确定合理的截面形状和尺寸。

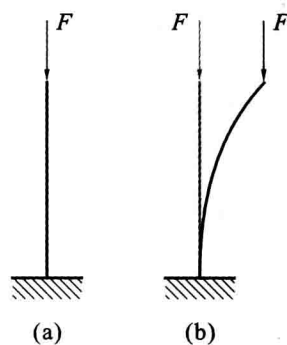


图 1-5 压杆失稳

(a) 稳定; (b) 失稳

1.3 材料力学的基本假设

材料力学研究的是宏观尺度下的可变形固体,而可变形固体的性质是多方面且十分复杂的,为了突出材料力学研究构件强度、刚度和稳定性等主要因素,略去其他次要因素,以便进行理论分析,对变形固体可作如下假设。

(1) 连续性假设

在材料力学中,假设材料在所占空间内均毫无空隙地充满了物质,其结构是密实的。因此变形固体内的一些力学量可以用空间坐标的连续函数表示,数学分析中的所有分析方法均可使用。至于构件中存在宏观的孔洞等缺陷的情况,将在有关章节中专门讨论。

必须指出,连续性不仅仅存在于构件变形之前,而且在构件的整个变形过程中都存在。即构件在变形过程中,尽管其形状、大小均产生了改变,但它仍然是连续的,也就是说,在构件变形过程中不会产生新的空隙或孔洞,这种假设称为**构件内部变形的协调性**。另外,对于外力作用下的杆件结构系统,尽管系统中的每根杆件均在变形,但它们的连接不会因此散开,即各杆件的变形之间具有某种协调性,这种假设称为**构件之间变形的协调性**。

(2) 均匀性假设

材料在外力作用下所表现的性质称为材料的力学性能或机械性质。材料力学假设,同种材料制成的构件中任何地方材料的力学性能都一样,即认为材料的机械性质是均匀的,这样通过试样测得的材料的力学性能适用于相同材料制成的任何构件。

必须指出,在微观或细观尺度上,实际材料的力学性能是存在差异的。例如,金属材料从微观上看是由许许多多复杂排列的晶体组成,每个晶体的性质不完全相同,但细观尺度的构件是由无数个晶体无规则地排列所组成,从统计平均角度来看可以认为其力学性能是均匀的。

(3) 各向同性假设

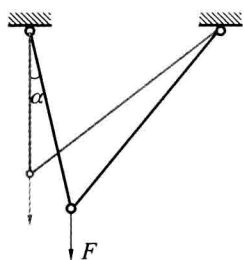
沿各个方向力学性能完全相同的材料称为**各向同性材料**。例如,大部分的金属材料、玻璃或浇

筑很好的混凝土都可看成是各向同性材料。

沿各个方向力学性能不完全相同的材料称为**各向异性材料**。例如,木材和竹子等有机材料、复合材料层板、钢筋混凝土均为各向异性材料。

材料力学原则上只研究各向同性材料,不得已要研究各向异性材料时,必须指明该材料在不同方向的力学性能,例如木材,沿顺纹方向和沿横纹方向的力学性能差别是非常大的,于是沿这两个方向制成的杆件其强度和刚度是完全不相同的。

(4) 小变形假设



材料力学假设工程构件在外力作用下所产生的变形与其特征尺寸比较是微小的,因而在构件各点处与变形相对应的位移也是微小的。如图 1-6 所示结构,两杆变形很小,则杆件偏转的角度 α 也很小,载荷 F 作用处的铰的位移也很小。在小变形情况下,研究构件的受力和静力平衡时可不考虑由构件的微小变形和位移所引起的影响,仍按构件的原始尺寸进行分析和计算。另外,在小变形情况下,微小变形和位移的高次幂或乘积均可忽略不计,这对工程实际

并无显著的影响,但可使计算大为简化。材料力学只研究小变形的构件,构件大变形的问題不属于材料力学的研究范畴。

综上所述,材料力学所研究的构件是由连续的、均匀的、各向同性的变形固体所制成,而且只限于小变形问题的研究。

1.4 杆件的基本变形形式

杆件上作用的载荷是多种多样的,其变形形式也是多种多样的。但杆件的复杂变形总是可以分解成下面几种基本的变形形式。

(1) 拉伸与压缩

杆件在轴向载荷作用下将产生伸长或缩短,这种变形称为**拉伸与压缩变形**。最简单的杆件的拉伸与压缩如图 1-7 所示。伴随着轴线方向的伸长,杆件在横向要产生缩短,而在轴线方向缩短时,杆件在横向要产生伸长,这种现象称为**泊松效应**。

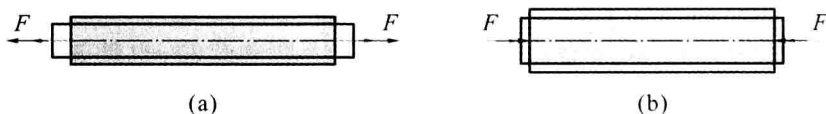


图 1-7 杆件的拉伸与压缩

(a) 杆件的拉伸; (b) 杆件的压缩

(2) 扭转

杆件受绕杆轴线的外力矩作用时,杆件横截面之间将产生绕杆轴线的相对转动,这种变形称为**扭转变形**。习惯上将产生扭转变形的杆件称为**轴**。最简单的轴的扭转如图 1-8 所示。

(3) 弯曲

在杆件轴线所在的纵向平面内,杆件受外力矩的作用时,则杆件的横截面之间在纵向平面内产生相对转动,而杆件的轴线在纵向平面内变成曲线,这种变形称为**弯曲变形**。习惯上将产生弯曲变形的杆件称为**梁**。最简单的梁的弯曲如图 1-9 所示。

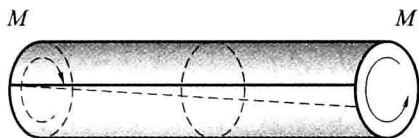


图 1-8 轴的扭转

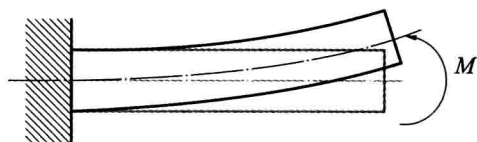


图 1-9 梁的弯曲

(4) 剪切

垂直于杆件轴线方向的外载荷作用在杆件上时,杆件的横截面之间产生沿载荷方向的相互错动,这种变形称为**剪切变形**。剪切变形相对于其他几种基本变形来说是比较小的,因此在材料力学的研究中很多问题忽略了其影响。最简单的杆件剪切变形如图 1-10 所示。

实际工程结构中的杆件,有些只发生一种基本变形,或以一种基本变形为主,其他属于次要变形,可以忽略不计,称为**简单变形问题**。若杆件中同时发生几种基本变形,则称为**组合变形**,如图 1-11 所示。

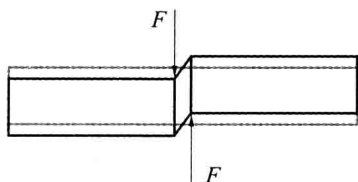


图 1-10 杆件的剪切

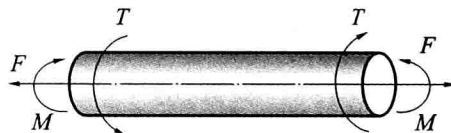


图 1-11 杆件的组合变形

材料力学首先要研究的是杆件在各种基本变形以及组合变形情况下的强度和刚度问题。

另外必须注意,在小变形条件下,杆件各种基本变形之间不存在耦合效应,即拉伸或压缩不会引起杆件的扭转、剪切或弯曲等。

1.5 材料力学的基本概念

1.5.1 内力概念

(1) 外力的定义

材料力学研究的对象是杆件或杆件结构系统,因此,对所研究的对象来说,其他构件和物体作用于其上的力均称为**外力**,外力包括载荷和约束反力,如图 1-12 所示。

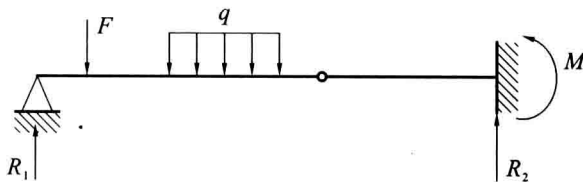


图 1-12 作用于杆件上的外力

载荷按随时间的变化情况分为**静载荷**和**动载荷**两类。随时间变化极缓慢或不变化的载荷称为**静载荷**,其特点是加载过程为平衡绝热的过程,构件的加速度很小可以忽略不计。随时间大小或方向显著变化的载荷或使构件产生明显加速度的载荷称为**动载荷**。材料力学主要分析静载荷问题。而动载荷问题有专题专门研究。

(2) 内力的定义

在外力作用下,杆件一部分对另一部分的作用力称为杆件的**内力**。如图 1-13 所示。

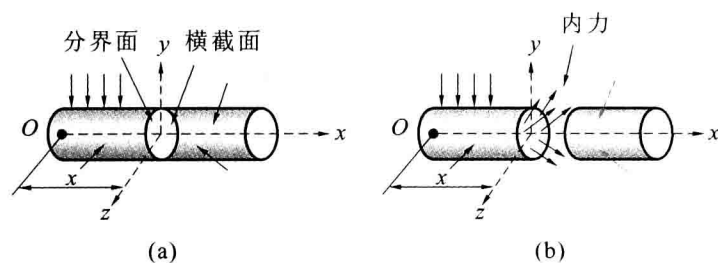


图 1-13 杆件的内力

显然,内力在杆件两部分的分界面上是连续分布的,由力系合成理论可知,分布力系可在任意点处合成为一个主矢和一个主矩。材料力学中所说的内力在没有特殊说明时,通常是指横截面上形心处的合内力。即分界面是横截面,其上连续分布的内力在形心处合成为一个主矢 $\mathbf{R}$ 和一个主矩 $\mathbf{M}$,它们分别称为横截面上的内力主矢和内力主矩。在一般情况下,杆件中的内力与横截面所在的位置有关,即内力主矢 $\mathbf{R}$ 和主矩 $\mathbf{M}$ 应是杆件轴线坐标的函数。

杆件横截面上的内力主矢 $\mathbf{R}$ 和内力主矩 $\mathbf{M}$ 在三个坐标轴上的投影称为内力分量,一般情况下,杆件的内力分量共有 6 个,如图 1-14 所示。这 6 个内力分量就是材料力学中所说的杆件的内力。

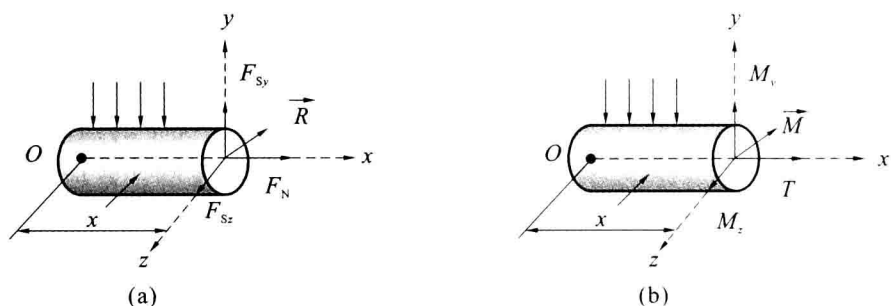


图 1-14 内力分量

F_N ——轴力; F_{Sy} —— y 方向的剪力; F_{Sz} —— z 方向的剪力; T ——扭矩; M_y ——绕 y 轴的弯矩; M_z ——绕 z 轴的弯矩

必须注意的是:杆件横截面上的内力和杆件的变形是一一对应的。即杆件横截面上有什么样的内力,则杆件就一定存在与之相应的变形;而无某种内力时,则杆件不存在与之相应的变形。比如,杆件横截面上有轴力,就存在拉伸或压缩变形,有扭矩就存在扭转变形,有弯矩就存在弯曲变形,有剪力就存在剪切变形,若有几种内力同时存在则杆件将产生组合变形。

(3) 截面法求内力

如欲求杆件某截面上的内力,可假想在该截面处将杆件截开为两部分,舍去一部分,而剩下部分在该部分杆件上的已知外力及截面上未知内力的共同作用下处于平衡状态,列出该部分杆件的平衡方程,解之即可得到该截面上各内力的分量,这种方法称为截面法,如图 1-15 所示。

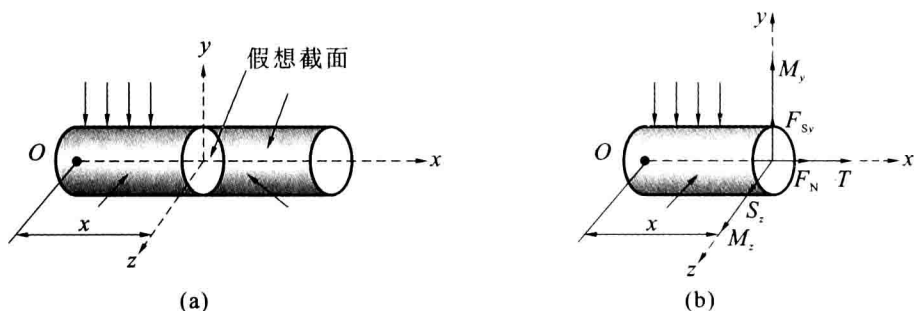


图 1-15 截面法求内力分量

平衡方程为:

$$\begin{cases} \sum X = 0, \sum Y = 0, \sum Z = 0 \\ \sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

由式(1-1)即可求出杆件横截面上的 6 个内力分量。在一般情况下,杆件横截面上有 6 个内力分量,但实际很多时候,杆件横截面上仅存在 1~2 个或者 3 个内力分量。内力是材料力学一切理论和分析方法的出发点,对于大多数材料力学问题,首先要求的就是内力。

1.5.2 应力概念

应力是度量材料强度的物理量。杆件内力的大小并不能决定杆件是否会破坏,即内力大的杆件不一定会破坏而内力小的杆件不一定不会破坏,所以内力不能用于度量材料的强度。例如,两根材料相同、粗细不同的杆件,当受有相同的轴向拉力作用时,如果较细的杆件正好破坏,则较粗的杆件不会破坏,如图 1-16 所示,两杆的内力相同材料也相同,但破坏却不一样,这说明内力的大小无法决定杆件是否破坏,从而也不能用内力度量材料的强度。因此必须引进应力的概念。

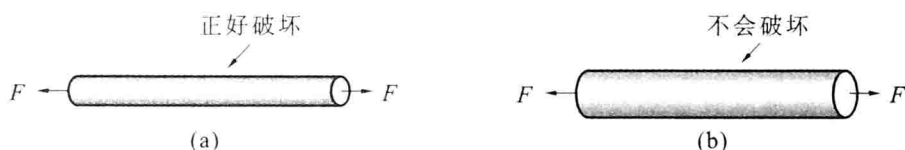


图 1-16 内力大小不能决定杆件是否破坏

在过构件一点 P 的某一截面 Σ 上围绕 P 点取一微小面积 ΔA , 设作用在该微小面积上的内力为 ΔF , 如图 1-17 所示, 则极限为:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-2)$$

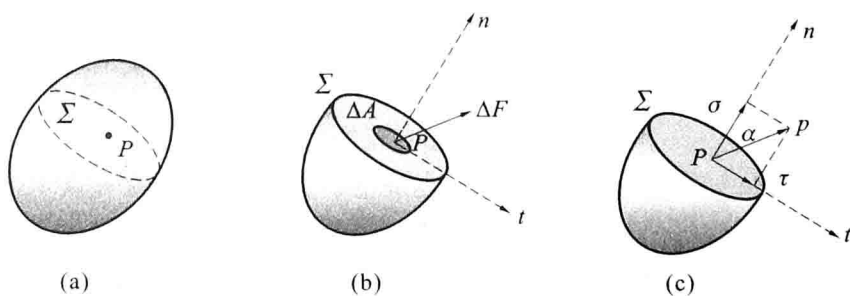


图 1-17 应力的概念

式(1-2)称为构件 P 点处 Σ 平面上的全应力矢量。简单地说,应力就是某点处沿某个方向单位面积上内力的大小。

全应力在截面 Σ 的法线方向的投影称为构件 P 点处平面 Σ 上的正应力,用符号 σ 表示。而全应力在截面 Σ 上的投影称为构件 P 点处平面 Σ 上的切应力,用符号 τ 表示。材料力学中正应力和切应力是经常研究的应力分量。显然:

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2$$

$$\sigma = p \cos \alpha, \tau = p \sin \alpha$$

在国际单位制中长度的单位为米(m),力的单位为牛顿(N),应力的单位为帕(Pa),即一平方米面积上的内力为一牛顿,则应力就是一帕, $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$, 由于该单位太小,工程上应力的单位常采用兆帕(MPa)或吉帕(GPa)。

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N(牛顿)}}{\text{mm}^2 \text{ (平方毫米)}}$$

$$1 \text{ GPa} = 10^3 \text{ MPa}$$

值得注意的是,应力有三个要素。

- ① 应力是对构件中的某点而言的。
- ② 应力是对过该点的某个平面而言的。
- ③ 应力具有大小和单位。

另外,从应力的定义可以看出,应力实质上是构件中某点处沿某个方向内力强弱程度的度量。

还需注意的是,横截面上各内力分量实质上就是截面上连续分布的应力在截面形心处合成。因此,内力分量和截面上的应力之间的关系是积分关系,这种关系称为静力学关系。

1.5.3 应变概念

材料力学研究应力的目的是为了研究杆件结构的强度,除此之外,还要研究杆件结构的变形和刚度,而杆件刚度的好坏不能用杆件的总变形(或称绝对变形)来度量,从而杆件的总变化也不能度量材料的刚度。例如,两根材料和长度不相同的杆件,假设在相同拉力作用下其总伸长相同,如图 1-18 所示,两杆的变形相同,但明显较长的①号杆的变形程度比较短的②号杆的变形程度要小,这说明了两个问题:一是杆件的总变形不能度量杆件的变形程度;二是杆件的总变形也不能度量材料的刚度。因此,要度量材料的刚度以及计算杆件的变形,必须引进相对变形,应变就是描述材料相对变形的量,它是纯几何量。

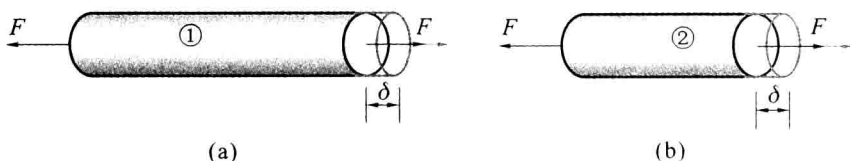


图 1-18 杆件的绝对变形

(1) 正应变的定义

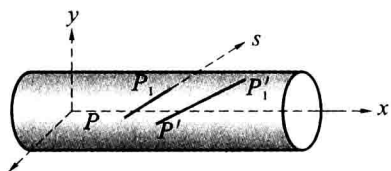


图 1-19 一点处微元线段的变形

材料力学中应变有两种:一种称为正应变,又称线应变;另一种称为切应变,又称角应变。假设构件中的一点 P 沿方向 s 有一微元长度的线段 $\overline{PP_1}$, 构件变形后该线段变为 $\overline{P'P_1'}$, 如图 1-19 所示, 则极限为:

$$\epsilon_s(P) = \lim_{\overline{PP_1} \rightarrow 0} \frac{\overline{P'P_1'} - \overline{PP_1}}{\overline{PP_1}} \quad (1-3)$$

式(1-3)称为构件在 P 点处沿着 s 方向的正应变或线应变,也可以简单地说,正应变就是单位长度的线段的伸长量。它的几何意义是构件材料在该点处沿所考察方向的变形程度的大小。

线应变以线段的伸长为正缩短为负。

因为 $\overline{PP_1}$ 是一微元长度的线段,可用 s 方向的坐标微元表示为 $ds = \overline{PP_1}$, 假设该微元线段变形后的伸长量为 $\Delta(ds) = \overline{P'P_1'} - \overline{PP_1}$, 则上述正应变的定义等价于:

$$\epsilon_s(P) = \frac{\Delta(ds)}{ds} \quad (1-4)$$

当 s 为坐标轴方向时,则有:

$$\epsilon_x(P) = \frac{\Delta(dx)}{dx}, \epsilon_y(P) = \frac{\Delta(dy)}{dy}, \epsilon_z(P) = \frac{\Delta(dz)}{dz} \quad (1-5)$$