



21世纪高等院校公共课精品教材



管理运筹学

董银红 付丽丽 编著

OPERATIONAL RESEARCH
ON MANAGEMENT

 东北财经大学出版社
Dongbei University of Finance & Economics Press





21世纪高等院校公共课精品教材

管理运筹学

董银红 付丽丽 编著

OPERATIONAL RESEARCH
ON MANAGEMENT

© 董银红 付丽丽 2014

图书在版编目 (CIP) 数据

管理运筹学 / 董银红, 付丽丽编著. —大连: 东北财经大学出版社, 2014. 2

(21 世纪高等院校公共课精品教材)

ISBN 978-7-5654-1382-7

I. 管… II. ①董… ②付… III. 管理学-运筹学-高等学校-教材 IV. C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 021752 号

东北财经大学出版社出版

(大连市黑石礁尖山街 217 号 邮政编码 116025)

教学支持: (0411) 84710309

营 销 部: (0411) 84710711

总 编 室: (0411) 84710523

网 址: <http://www.dufep.cn>

读者信箱: dufep@dufe.edu.cn

大连华伟印刷有限公司印刷

东北财经大学出版社发行

幅面尺寸: 185mm×260mm

字数: 446 千字

印张: 19 插页: 1

2014 年 2 月第 1 版

2014 年 2 月第 1 次印刷

责任编辑: 石真珍

责任校对: 贺 欣

封面设计: 冀贵收

版式设计: 钟福建

ISBN 978-7-5654-1382-7

定价: 36.00 元

前言

运筹学是近代一门新兴学科,它研究各种资源的有效配置和相关决策等问题,广泛应用于工业、农业、交通运输、商业、国防、通信等领域的各个部门。管理运筹学是架构在运筹学基础上的学科,它借助运筹学的理论和方法,通过抽象实际问题、建立数学模型、求解数学模型来解决实际应用问题。

随着量化方法在经济管理领域的大量应用,管理运筹学的学习和研究也越来越得到重视。然而在管理运筹学的实际教学过程中,存在着重视数学推导,轻视问题解决和解释,重视基本原理和算法的讲解,轻视实际建模和运用,造成学生学习难度大、收效慢等问题。

本教材针对上述问题及财经管理类学生数学知识相对薄弱的特点,在内容编排上作了重新布局,体现在:

(1) 在内容上,本书系统介绍了管理运筹学的主要内容,尤其是数学规划内容,其中包括线性规划、整数规划、非线性规划、图论与网络优化、动态规划、目标规划等。通过对原理和求解方法的形象化介绍,让读者初步了解管理运筹学方法的思路和求解脉络。考虑到评价决策在目前经济管理领域的常用性,本书在介绍线性规划后,系统介绍了数据包络法的原理、方法和求解,简要描述了随机规划、层次规划等比较前沿的知识。这些方法和知识的介绍,有助于读者了解管理运筹学相关领域的建模思想和应用。

(2) 在应用性上,本书提供了一些在解决实际问题中经常应用到的计算机软件及其代码。在每一章,本书基于案例提供了专门用于求解数学规划的优化软件包 LINDO/LINGO 以及嵌入的 Excel 规划宏命令,并对某些实例与例题进行了计算,使读者在理论学习的同时,不仅知其然,而且知其所以然。因此,本教材最大的特点是在介绍规划理论的同时加强相对应的优化软件包的实际应用,凸显管理运筹学自身应用性强的特点,能够提高读者对管理运筹学的认识和兴趣,并加深理解,使读者逐渐掌握管理运筹学这种重要的数量分析工具。

本教材可以作为高等院校经济管理类及工科各专业本科生的教材和教学参考书,也可以作为各类专业人员的自学参考书。建议安排 45 个学时,其中上机学时为 20 个。为了更好地理解本书的知识点,学习本教材之前需要预先修习管理学、经济学、线性代数、高等数学、概率论与数理统计等课程。由于篇幅有限,对于管理运筹学中比较重要的对策论、排队论较少涉及,读者如果有兴趣,可以参阅其他书籍。

本书的写作分工具体如下:中南民族大学管理学院董银红老师负责全书的章节设计并编写第 5~11 章;北京联合大学商务学院付丽丽老师编写第 1~4 章;华中师范大学的徐

针珍老师编写附录 A 和附录 B；中南民族大学的糜军老师负责全书的统稿工作；华中科技大学的徐东方老师负责例题的演算、校正及排版。在写作过程中作者还得到了王保存老师的帮助，他对书稿的内容进行了验证及审阅。

由于时间和水平有限，书中的错误和漏洞在所难免，敬请同行专家和读者批评指正。

编者

2014 年 1 月

目 录

第 1 章 绪论/1

- 1.1 运筹学概况/1
- 1.2 运筹学问题的求解过程/4
- 习题/9

第 2 章 线性规划简介/10

- 2.1 线性规划模型/10
- 2.2 线性规划图解法/13
- 2.3 线性规划的基本概念/16
- 2.4 线性规划的计算机求解/20
- 习题/29

第 3 章 线性规划的单纯形法/32

- 3.1 线性规划的基本理论/32
- 3.2 单纯形法原理/34
- 3.3 关于单纯形法的进一步讨论/45
- 习题/55

第 4 章 对偶线性规划与灵敏度分析/58

- 4.1 原问题与对偶问题/58
- 4.2 对偶问题的基本性质/61
- 4.3 对偶单纯形法/69
- 4.4 线性规划对偶问题的经济解释/71
- 4.5 灵敏度分析/78
- 4.6 线性规划问题算法简要介绍/89

习题/91

第5章 线性规划的应用/95

5.1 运输规划/95

5.2 数据包络分析/108

习题/116

第6章 整数规划/118

6.1 整数线性规划的数学模型/118

6.2 分枝定界法/119

6.3 割平面法/123

6.4 0-1 型整数规划及其应用/126

6.5 整数线性规划问题的计算机求解/141

习题/148

第7章 非线性规划/150

7.1 基本概念/150

7.2 极值问题/152

7.3 凸函数与凸规划/156

7.4 一维搜索方法/159

7.5 无约束极值问题/165

7.6 约束极值问题/168

7.7 非线性规划问题的计算机求解/175

习题/180

第8章 动态规划/182

8.1 动态规划基础知识/182

8.2 动态规划模型的建立/185

8.3 动态规划模型的求解/187

8.4 动态规划的应用/191

8.5 动态规划算法简介及 Excel 软件实现/198

习题/210

第9章 其他常见的数学规划/213

9.1 目标规划/213

9.2 不确定规划/227

9.3 二层规划/228

习题/229

第 10 章 图与网络优化/232

10.1 图与网络的基本知识/233

10.2 树/237

10.3 最短路问题/238

10.4 最大流问题/241

10.5 最小费用流问题/246

10.6 网络最优化问题的模型与求解/248

习题/252

第 11 章 存储论/255

11.1 存储论的基本概念/255

11.2 确定性存储模型/257

11.3 随机型存储模型/265

11.4 ABC 库存分类管理方法/270

习题/272

附录 A LINGO 软件的使用说明/273

A.1 LINGO 语言简介/273

A.2 LINGO 函数/278

A.3 LINGO 使用/282

A.4 LINGO 快速学习和几个例子/284

附录 B DEA-Solver 介绍/287

B.1 操作步骤及其说明/287

B.2 应用实例/288

主要参考书目/298

“运筹于帷幄之中,决胜于千里之外。”运筹学将科学的方法、技术和工具应用到经济管理、工程设计等领域,以便为人们提供最佳的解决方案。

在这一章里,首先介绍运筹学的基本概况,包括运筹学的历史和发展,运筹学的性质和特点,运筹学研究的主要内容和以后的发展趋势。然后从运筹学问题解决过程的角度,依次介绍建模、求解和实际应用时应该注意的一些问题,使初学者对运筹学概念和方法有初步的认识。

1.1 运筹学概况

运筹学是20世纪发展起来的应用性非常强的学科,它能够帮助人们解决那些可以用定量方法和有关理论来处理的决策问题。在工业、商业、农业、交通运输、政府部门和其他的方面都有极其重要的应用,现在已经成为经济计划、系统工程、现代管理等领域最强有力的工具和方法论。

1.1.1 运筹学的历史由来

任何一门学科或理论都是为解决一些客观实际问题而出现并得以发展的,为了更好地理解和掌握运筹学,有必要先了解运筹学发展的历史。虽然运筹学思想和方法在很久以前就有被应用的痕迹,但这些零散的活动还不足以标志运筹学作为一门具有系统知识体系的新学科的诞生。

运筹学的产生很难有一个明确的时间界定,目前国际上比较公认的观点是运筹学产生于第二次世界大战前后。1937年英国部分科学家被邀请去帮助皇家空军研究雷达的部署和运作问题,目的在于最大限度地发挥有限雷达的效用,以应对德军的空袭。1938年波德塞(Bawdsey)雷达站的负责人罗伊(Rowe)提出了优化防空作战系统运行的问题,并用“Operational Research”(OR)一词作为对这一方面研究的描述,这就是今天仍然将运筹学称为OR的历史由来。1939年从事此方面问题研究的科学家被召集到英国皇家空军指挥总部,成立了一个由布莱开特(Blacket)领导的军事科技攻关小组;由于其成员学科性质的多样性,这一最早成立的军事科技攻关小组被戏称为“布莱开特马戏团”。由于“布莱开特马戏团”的活动是第一次有组织的系统的运筹学活动,所以后人将该小组的成立作为运筹学产生的标志。此后,OR小组的活动范围不断扩大,从最初的仅限于空军,逐步扩展到了海军和陆军;研究内容也从对军事战术性问题的研究,逐步扩展到对军事战略性问题的研究。由于科学家的天赋、战争的需要以及不同学科的交互作用,这一军事科技攻关小组在提高军事运筹水平方面取得了惊人的成功,这使得运筹学在整个军事领域迅速传播,到1941年英国皇家陆、海、空三军都成立了这样的科学小组。比较典型的论题包括雷达布置策略、反空袭系统控制、海军舰队的编制和对敌潜艇的探测等。

第二次世界大战结束以后,美国等国家的军方仍然保留了一些运筹小组,其他的多数人转向把运筹学研究应用于和平时期的工商业。因此美国、德国等国家的运筹学得以蓬勃发展,出现了应用研究和理论研究相互促进的局面。从应用方面来讲,运筹学在工商业管理中的应用是主要的,特别是在美国,管理科学方面的主要内容便是运筹学。随着工商业规模日益扩大,在历来缺乏严格的科学理论指导,主要凭经验的管理工作中,组织跨学科的专业人员组成研究集体,并引进科学的研究方法,这一做法为工商业带来了新的生机和活力。因此一些大企业纷纷建立起一些运筹小组,后来还出现了一些专门提供咨询服务的研究机构。在一些国家的政府部门中,除军事方面外,民用部门也建立了许多运筹研究小组。例如,英国国家煤炭局所辖的运筹研究组在1947年煤炭工业国有化后不久就成立了,该组成员1956年有37人,1978年就超过了100人。德士古石油公司在德国汉堡的一个分支机构的运筹研究小组也有数十名成员等等。从学校教育方面来说,许多大学理学院的数学系及工学院、管理学院、经济学院的许多系中都开设运筹学课程。在美国,20世纪50年代就有大学设立运筹学系。近年来,许多西方国家设立了经济与运筹学系或计算机与运筹学系,并设有攻读硕士和博士学位的计划。据1973年的不完全统计,单在美国就有40多所大学开设运筹学课程。事实上,美国的管理人员与运筹专业人员的教育在许多方面是一致的。从科学发展来说,在运筹研究或运筹学这一名称下发展起来的分支学科就很多,如规划论(包含线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划等)、网络分析、排队论、对策论、决策论、存储论、可靠性理论、模型论、投入产出分析等等。从学会方面来说,最早的是美国的运筹学会,成立于1952年。后来世界上许多国家也都逐步成立了运筹学会,并于1959年成立了国际运筹学会联盟,至今已有30多个国家和地区的学会参加。该会的一个主要出版物为《运筹国际文摘》,该文摘对各国20多种运筹专刊和近50种有关期刊中关于运筹学的理论和应用进行评述,在管理学界,管理科学作为国际核心刊物,其中也有很多关于运筹学应用和理论的文章,为促进运筹学成为一门应用性很强的学科奠定了基础。我国的运筹学会成立于1980年,《运筹学杂志》创刊于1982年,1997年改为《运筹学学报》。

1.1.2 运筹学的性质与特点

运筹学是一门综合性应用型学科,也是在20世纪形成的一门科学。当人们把战时的运筹研究取得成功的经验在和平时期加以推广应用时,面临着一个广阔的研究领域。在这一领域中,对于运筹学主要研究和解决什么问题有许多说法,至今仍争论不休,实际上形成了一个在争论中发展运筹学的局面。在这些争论中,至少可以看出以下一些特点:

(1) 科学性。运筹学原理中引进了大量的数学研究方法,将数学作为一种主要的解决问题的工具,寻求各种问题的最优方案,所以是一门优化科学,将实际问题通过抽象的方式,抓住问题的主要矛盾,建立相应的数学模型,从而求解这些问题。随着生产与管理的规模日益庞大,其间的数量关系也就更加复杂,利用其间的数量关系来研究这些问题,引进数学研究方法,使得运筹学具有科学性这一大特点。

(2) 系统性。运筹学研究问题是从系统的观点出发,研究全局性的问题,研究综合优化的规律,它是系统工程的主要理论基础。在现实生活中,基于个体利益和思维习惯,很多时候我们会将许多问题人为分解,或者忽视系统效益,这显然要付出巨大的代价,全然失去对整体的连属感,也不了解自身行动所带来的一连串后果。运筹学研究的基点就是系统优化的思想。可以说,系统性是运筹学研究和应用的一个很重要的特征。

(3)应用性。在运筹学术界,有许多人强调运筹学的实用性和对研究结果的执行效果,并把执行效果看做运筹工作中的一个很重要的组成部分。在这本《管理运筹学》里,我们首先会关注实际问题,接着是数学模型,然后再到后来的模型求解与经济管理学的含义。得到的结果也将会反馈到实际问题中。一个问题的求解应该是一个闭环管理过程,从现象到本质,再回归到现象才是一个比较合理的方式。

(4)跨学科性。早期运筹学小组都是由不同领域的专家组成。他们往往集体研究问题,并综合应用多种学科的知识来解决实际问题。这种组织形式和组织特点一直在一些地方和一些部门以不同的形式保留下来。从运筹学的发展来看,这种跨学科的特点一直伴随始终,并关乎运筹学应用的成败及应用的广泛程度。

(5)理论和应用相互促进,相得益彰。运筹学的各个分支学科,都是由于实际问题的需要或以一定的实际问题为背景逐渐发展起来的。初期一些老的学科方向的专家对运筹学做出了贡献,随后新的人才也逐渐涌现,新的理论相继出现,这往往就开拓出新的领域,如线性规划问题就是在研究生生产的组织和计划中出现的,1939年著名数理经济学者康托洛维奇发表了《生产组织和计划中的数学方法》,堪称运筹学的先驱名著之一,后来 G. B. Dantzig 等人重新进行独立研究使其形成了一套较完整的理论和方法,进而又开拓了线性规划的应用范围,并相继出现了一批职业的线性规划工作者。由于他们从事了大量的实践活动,反过来又进一步促进了线性规划方法的进一步发展,从而又出现了椭圆法、内点法等新的求解线性规划的方法。目前运筹学家们仍在孜孜不倦地研究新技术、新方法,使运筹学这门年轻的学科不断地向前发展。

1.1.3 运筹学的主要内容

运筹学的发展历史不算太长,但是其内容丰富,涉及面广,应用范围大,已经形成了一个相当庞大的学科。它的主要内容一般应该包含线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划、随机规划、网络分析、排队论、对策论、决策论、存储论、可靠性理论、模型论、投入产出分析等等。它们中的每一部分都可以独立成册,都有丰富的内容。上述的前六个部分统称为规划论,它们主要是解决两个方面的问题:一个方面的问题是对于给定的人力、物力和财力,怎样才能发挥他们的最大效益;另一个方面的问题就是对于给定的任务,怎样才能用最少的人力、物力和财力去完成它。

网络分析主要是研究解决生产组织、计划管理中诸如最短路径问题、最小连接问题、最小费用流问题以及最优分派问题等。特别是在计划和安排大型的复杂工程时,网络技术是很重要的工具。人们在生产和消费过程中,都必须储备一定数量的原材料、半成品或商品。存储少了会因为停工待料或失去销售机会而遭受损失,存储多了又会造成资金积压、原材料及商品的损耗。因此,如何确定合理的存储量、购货批量和购货周期至关重要,这便是存储论要解决的问题。

人们在生产实践和社会实践中遇到的事物往往是很复杂的,要想了解这些事物的变化规律,首先必须对这些事物的变化过程进行适当的描述,也即是建立合适的模型,然后就可以通过对模型的研究来了解事物的变化规律。模型论就是从理论上和方法上来研究建立模型的基本技能。

投入产出分析是通过研究多个部门的投入产出所必须遵守的综合平衡原则来制订各个部门的发展计划,借以从宏观上控制、调整国民经济,以求得国民经济协调合理地发展。

在这本书中将会依次对以上问题作一些描述,通过研究模型和模型的求解方法而作出合适的决策。

1.1.4 运筹学的发展趋势

运筹学作为一门学科,在理论和应用方面,无论就广度和深度来说都有着无限广阔的前景。它不是一门衰老过时的学科,而是一门处于年轻发展时期的学科,并且伴随着应用和理论的进一步完善和发展将得到进一步发展。

运筹学的理论研究将会得到进一步系统地、深入地发展。数学规划是20世纪40年代末期才开始出现的。经过10多年的时间,到20世纪60年代就已经形成了应用数学中的一个重要的分支,各种方法和理论也纷纷出现。但是数学规划和别的学科一样,在各种方法和理论出现以后,自然要走上统一的途径。也就是说,用一种或几种方法和理论把已有的一些结论和方法统一在某些系统下来进行研究。目前这种由分散到统一,由具体到抽象的过程正在形成,而且将得到进一步的发展。

运筹学向一些新的研究领域发展。运筹学的一个重要特点就是应用十分广泛,近年来它正迅速地向着一些新的研究领域或原来研究的比较少的领域发展。如研究国家间的关系,政策法规或者系统工程等。

运筹学分散融化于其他的学科,并结合其他学科的一些发展。这个仍然是目前发展的一个重要方面。如规划论,从研究单目标规划问题进而研究多目标规划和多层次规划问题,这当然可以看成是对事物进行深入研究的自然延伸。事实上,在实际问题中,要想达到的目标有多个,甚至之间的关系可能是多个层次的,目标是相互抵触的。对实际问题的解决,不仅要研究相互的当前数量关系,还要考虑多种不确定的情形下未来的趋势,所有这些问题解决本身的命题也会促进运筹学本身和其他学科的发展。

建模思想得到大家的进一步重视。从事运筹学应用的学者最大的难题首先来自于问题的模型化描述。目前对于模型本身的研究已经超过了建模过程的研究,要使我们的模型能够更逼近实际情况,更有效地解决实际问题,这种研究是十分有必要的。

运筹学的研究将进一步依赖于计算机的应用和发展。计算机的问世和应用是运筹学得以迅猛发展的重要原因。实际问题中的运筹问题,计算量一般是很大的,凭借人力基本上是不行的。有了存储量大、计算速度快的计算机,才使得运筹学的应用成为可能,并反过来推动了运筹学的进一步发展。比如算法这个学科就是运筹学和计算机科学相结合的产物。

总之,运筹学的历史虽然不长,但是发展速度之快,应用如此广泛,都是前所未有的。运筹学作为一门科学,在理论和应用方面,无论就其广度和深度来说,都有着无限广阔的前景。

1.2 运筹学问题的求解过程

运筹学的使命就是管理有组织的系统,并为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析工具。但是,要完成这一使命并非易事。对于过去的大多数人而言,运筹学的语言就像巫医用的符文一样,让人莫名其妙。建立模型的仪式,令人生畏的咒语般的求解,往往激发初学者的敬畏之情。但是在科学精神和使命的指引下,勇于承担使命者在至今的几十年的时间里,已经构建起了庞大的理论体系、方法体系和技术体系(求解过程的软件化)。这三个体系为完成运筹学的使命奠定了深厚的基础,并使得运筹学的学习和研究具备了相当完善

的框架。

既然运筹学的使命是要解决问题,那么怎么样去解决呢?解决问题可以定义为识别问题、确定备选方案、实施方案和评价方案这四个最基本的流程。那么运筹学问题的解决对应着从现实系统到模型,模型的求解,模型结论所提供的方案,现实结论以及实现效果。作为研究对象的系统来说,总是要求我们求解一定的未知量并给出相应的结论,求解过程如图1-1所示。图中虚线表示人们最直接的目标,右侧的实线表示这一目标的具体实现路径。

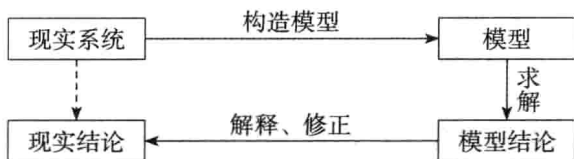


图 1-1 运筹学的工作过程

本节将从问题解决的流程角度来分析运筹学模型,让读者对这种方法论有一个初步的了解。

1.2.1 从现实系统到理论模型:模型建立

模型是现实世界的抽象化反映。运筹学的实质在于建立和使用模型来解决实际问题。尽管模型的具体结构和形式总是与要解决的问题相联系,但在这里将抛弃模型在外表上的差别,从最广泛的角度抽象出它们的共性。模型在某种意义上说是客观事物的简化与抽象,是研究者经过思维抽象后用文字、图表、符号、关系式以及实体模样对客观事物的描述。

模型有三种基本类型,即形象模型、模拟模型和数学模型。物理复制被称为形象模型,比如孩子的卡车,飞机模型等等。模拟模型也是物理模型,但是在外形上与被建模的对象并不一样,比如汽车上的速度表就是一种模拟模型。模型的第三种类型是数学模型,它是以一些系统化的符号和数学表达式或关系式来反映实际问题。运筹学模型主要是指数学模型。

构造模型是一种创造性劳动,成功的模型是科学和艺术的综合体,其过程是一系列的简化、假设和抽象。在模型中现实系统的哪些方面可以忽略、哪些方面应该合并、可以做哪些假设以及模型应构造成什么形式等都是建模阶段需要回答的问题。在构造模型中常用的假设包括两方面的内容:一方面是离散变量的连续性假设;另一方面是非线性函数关系的线性假设。很显然,构造模型阶段具有一定的主观性,在某种意义上说,面对同样的现实系统,不同的人能构造出完全不同的模型,而它们之间可能并无优劣之别。当然这并非意味着根本不存在区分好坏模型的客观标准,也并不是说明模型的效用与模型的建立过程无关。虽然对具体的模型可能会有许多特殊的标准,但是总的来说模型的好坏决定于其对实现系统目标的实用性。

既然运筹学模型主要是指数学模型,那么什么是数学模型呢?数学模型可以简单地描述为:用字母、数字和运算符来精确地反映变量之间相互关系的式子或式子组。数学模型由决策变量、约束条件和目标函数三个要素构成。决策变量即问题中所求的未知的量,约束条件是决策所面临的限制条件,目标函数则是衡量决策效益的数量指标。例如,一个公司的目标是使其利润最大化,每单位获利 10 元,总共出售 x 个单位,那么利润方程 $P=10x$ 就是目标函数。企业现有的资源、生产能力也是必须考虑的,比如制造每单位产品需要 5 个小时,而每周的总工作时间只有 40 小时。用 x 代表每周生产的产品单位数,那么生产的限制就可

以用下式来表达:

$$5x \leq 40$$

这里,左边表示生产产品所需要的总时间; $\leq$ 表示生产的总时间必须要小于或等于 40 小时。所以,其决策问题就变成了:为实现利润最大化这个目标,需要每周安排生产多少单位的产品呢?这个简单的生产问题就可以用下面完整的数学模型表示如下:

$$\begin{array}{ll} \text{最大化 (max)} & P = 10x \\ \text{满足 (s. t.)} & \left. \begin{array}{l} 5x \leq 40 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \text{约束条件} \end{array}$$

$x \geq 0$ 表示产量必须要大于或等于零,简单地说,你不可能生产负值的产品数量。这个模型的最优解是很容易算出来的,也即 $x = 8$ 。这个是线性规划模型的例子。在下面的章节中,我们将研究更复杂的数学模型,并大致了解几种常见的模型。

在前面的数学模型中,每单位产品的利润(10 元)、单位产品的生产时间(5 小时)以及生产能力(40 小时)是一些环境因素,这些因素并不受管理者和决策者的控制。这种能够影响目标函数和约束条件的环境因素被称为模型的非可控输入,而那些可以被管理者和决策者控制的输入称为可控输入。在上面的例子中,产品的生产数量 x 就是可控输入。可控输入是可以由管理者和决策者具体制定的,因此它也被称为模型的决策变量。

一旦所有可控和非可控输入都已经确定,目标函数和约束条件就可在模型中被考虑,模型的输出便也确定下来。这样的话,模型的输出就是在那些实际环境因素和决策下会产生的结果。图 1-2 表示的是数学模型如何将可控和非可控输入转化为结果输出以及这个生产模型的具体细节。

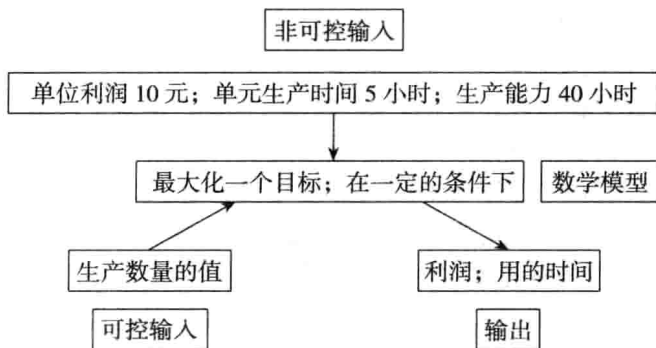


图 1-2 输入输出转换图

如前面所述,决策者无法影响非可控输入。一个模型中具体的可控和非可控输入取决于具体的问题。在上面的生产模型中,每周可用的工作时间(40 小时)就是一个非可控输入。但是,如果可以增加人手或允许加班,那么生产时间就变成了两个可控输入,于是它就变成了一个决策变量。

非可控输入既可以是明确明确的,也可以是不确定的、变化的。如果一个模型的非可控输入都是已知的、不可变的,这样的模型称为确定模型。公司的所得税税率是管理者无法影响的,因此在很多模型里,所得税税率都是一个非可控输入。因为这些税率是已知、固定的(至少在短期内),所以如果一个模型中只有所得税税率这一个非可控输入,那么该模型就是一个确定模型。一个确定模型的显著特点是,它的非可控输入的值事先就已经知道了。

如果一个模型的非可控输入是不确定的、变化的,这样的模型就称为随机模型或概率模型。对于大多数的生产计划模型来说,产品的需求量都是一个非可控输入,一个计算未来不确定需求(可以是范围内的任意值)的数学模型,通常称为随机模型。在生产模型中,生产每单位产品所需的小时数、可用的总小时数、单位产品利润都是非可控输入。因为这些非可控输入都是已知的并取固定的值,所以这个模型是确定模型。但是,如果因原材料质量不同导致单位产品生产时间在3~6小时之间变化,那么这个模型就变成了随机模型。随机模型的显著特点是:即使可控输入都是已知的,因为无法得到非可控输入的具体值,输出结果也仍然不能确定。

本书主要研究确定型数学模型。

了解模型的相关概念之后,下一个问题就是如何将一个现实问题转化为数学模型,也就是建模过程。既然运筹学模型的几个要素是目标函数、约束条件(包括自然约束和强加约束)、决策变量,那么根据我们要解决的问题,只要我们经常问自己下面这些问题,一个模型的框架是不难建立的:

我们需要什么目标?

通过调节哪些因素可以使得我们达到这一目标?

调节的因素是变动的吗?要与实际情况相符合有什么限制条件吗?

在实现目标的过程中,有哪些约束条件?

这样建立的模型是相对完备的吗?

对以上问题的回答只是提供了一种建立模型的基本框架结果,对于数学规划类的建模,这种思路也是很有效的。一个问题解决得好坏,与建立的模型和所使用的工具关系是相当密切的。数学模型不可能完全刻画现实世界,正如诺贝尔经济学奖获得者和计算机图灵奖获得者、著名的决策理论专家赫伯特·西蒙所言,数学模型并不要求准确无误,它只需要尽可能接近地给出比靠常识得到更好的解就可以了。

1.2.2 模型到方案:模型的求解

一旦建模和数据准备工作已经完成,我们就可以进入模型求解阶段。在此阶段分析人员将确定决策变量的具体值,以获得模型的最优输出结果。这些具体的决策变量的值,或者说能够得到最优输出结果的值,通常称为模型的最优解。对于前面的生产问题来说,模型的求解阶段包括,找到能实现最大化利润,同时又不违反生产能力约束条件的决策变量(生产数量)的值。

模型求解的过程中可能会用到一种反复实验的方法。通过对提供的一些备选方案进行测试评估,可以得到满足条件的较好方案。如果某个方案不能满足其中的一个或多个约束条件,那么无论目标函数的值是多少,这个方案都是不可行的,从而不能被采纳。如果所有的约束条件都满足了,那么它就是可行解,或者说是备选项。

尽管反复实验的方式可以找到一些有价值的信息,但是它也有很多明显的缺点,比如:它并非总是能够产生最优解,而且备选方案过多会因为进行大量的计算而变得效率低下。因此有必要寻找更有效的方法来解决。在本书中,我们将陆续介绍适合特定数学规划的求解方法。相对较小的规模的问题依靠笔算就可以解决,但是大多数实际问题的求解仍然需要借助计算机。

事实上,模型的建立和求解是不能截然分开的。分析人员总是希望能建立一个可以准

确描述实际问题的模型,又希望能够对其进行求解。如果我们在建立模型的时候一味强调模型的准确性和真实性,那么很有可能出现的情况是,我们的模型会非常庞大和繁杂,也根本无法对其进行求解。在这种情况下,我们更偏向于那些简单的、易懂的,而且可以对其进行求解的数学模型,即使这种模型只能得到一个近似的最优解。随着你所掌握的定量方法的增多,你对可以建立并且可以求解的数学模型将会有有一个更深的了解。在这一章中,只需要对算法有一个基本的认识就可以了。

算法是一系列解决问题的清晰指令,也就是说,能够对一定规范的输入,在有限时间内获得所要求的输出。算法常常含有重复的步骤和一些比较或逻辑判断。如果一个算法有缺陷,或不适合于某个问题,执行这个算法将不会解决这个问题。不同的算法可能用不同的时间、空间或效率来完成同样的任务。刻画一个算法的优劣一般采取时间复杂度和空间复杂度。算法的时间复杂度是指算法需要消耗的时间资源。算法的空间复杂度是指算法需要消耗的空间资源。其计算和表示方法与时间复杂度类似,一般都用复杂度的渐近性来表示。同时间复杂度相比,空间复杂度的分析要简单得多。在以后的每一章,我们将针对具体的算法对这一概念进行重新认识。

对运筹学的学习,就是要有效率地解决问题,模型和算法的好坏直接影响了这一目标的实现。对于算法的设计,方法有很多,在我们运筹学的学习中,主要是强调迭代法。尽管问题千差万别,但是具体的步骤却是差不多的。为了更形象地说明这一步骤,我们不妨举个例子。你现在要去一个地方,这个时候你可能会考虑以下几个问题:

- (1)我现在在哪里?
- (2)我将要去哪里?
- (3)朝哪个方向走?
- (4)选择每次走多大一步?

一个迭代算法的思想和我们要去一个地方这一目标的思想是一致的。在设计一个迭代算法的时候,我们依然是考虑这四个问题。迭代算法主要就是通过当前点到下一个点的变化来实现。先找到当前点,这是我们新的起点,然后通过一定的规则到达下一个点,以下一个点为当前点,继续后面的过程直至终止。对应上面四个问题,我们考虑的是:

- (1)初始点(我现在在哪里);
- (2)终止准则(我们的目标是什么);
- (3)迭代方向(朝哪个方向走);
- (4)迭代步长(选择每步走多远)。

对以上四个问题的回答实际上就是对运筹学原理的探究。当然,作为财经管理类专业的学生,我们主要还是在了解这些算法思想的基础上,能够做到将这些方法应用到实际问题之中。为了方便学习和研究,我们也直接给出了常见软件的使用和含义诠释。在这本书中,出现的软件主要有 LINDO, LINGO, EXCEL, DEA-Solver 等等,这些软件都可以通过互联网方便地得到。这些软件或者是为特定的问题而给出,或者是在实际的数据处理中经常用到的通用软件,在本书中有时以一种软件来介绍,有时同时介绍多种软件。总之,本书将会不拘一格,落脚点在于解决问题。

1.2.3 从结果到结论

通过计算机或者手工得到的最优解不一定是我们需要的结论。通过定量计算求解只是

决策的一部分工作,还不是管理者和决策者要的结论。决策者需要的是可以具体实施的简单易行的报告。报告包含推荐的方案和一些有助于决策的相关信息,所推荐的方案不仅在理论上能够说服别人,在实践上也是简单可行的,所以在使用软件的同时,更重要的是能够正确解读软件给我们提供的结果。在具体的问题中,我们将继续探讨这一问题。

通过以上对运筹学学科的介绍,基本可以看出,运筹学是一门应用性很强的学科,产生于实际应用背景,也将在实践中得到验证。读者在阅读本书的过程中,首先对模型的来源背景要有所了解,然后要深刻理解建模方法和思想,在此基础上,学会运筹学方法,并指导新的实践,这是本门课程的目标和目的。

习题

1. 简述运筹学的历史。
2. 简要说说建立数学模型的步骤。