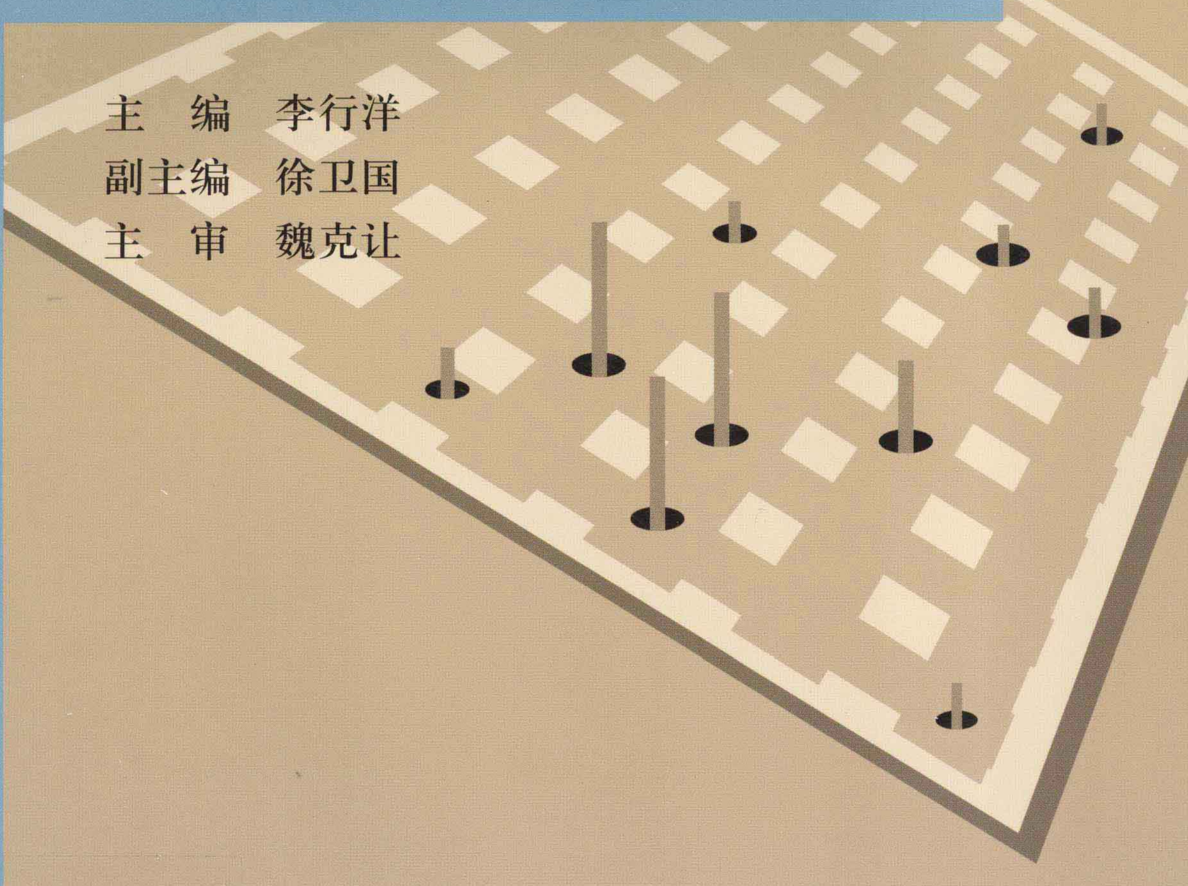
普通高等教育“十二五”规划教材
高职高专土建类精品规划教材

测量平差基础



主　编　李行洋
副主编　徐卫国
主　审　魏克让

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

责任编辑　韩月平　隋彩虹
E-mail: hyp@waterpub.com.cn

高职高专土建类精品规划教材

房屋建筑学	建筑力学
房屋建筑学实训	建设工程质量与安全控制
房地产测量	钢结构制作与安装
建筑识图与构造	土木工程施工概论
建筑概论	结构设计原理
建筑结构	土力学与地基基础
建筑工程项目管理	工程测量（测绘版）
建筑工程测量	工程地质
工程测量实训	道路建筑材料
建筑施工技术	市政工程施工技术
建筑施工技术实训	道路工程施工技术
建筑施工组织与管理	道路勘测设计
建筑工程定额预算	道路与桥梁工程施工技术
建筑工程施工技术与组织	土木工程地质
路基路面工程	计算机辅助设计
桥梁工程概论	工程地质与土力学
水力学与桥涵水文	GPS测量技术
水处理微生物学	◆ 测量平差基础
水处理工程技术	地籍测量
给水排水工程技术	地理信息系统基础
建筑工程监理实训	地形测量学
工程造价实训案例	工程测量学
工程项目管理	控制测量学
工程力学	道路养护技术与管理
工程制图	

ISBN 978-7-5084-8649-9

9 787508 486499 >

销售分类：建筑测量／测量平差

定价：23.00 元

普通高等教育“十二五”规划教材
高职高专土建类精品规划教材

测量平差基础

主　编　李行洋
副主编　徐卫国
主　审　魏克让

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本教材是高职高专土建类精品规划教材之一，全书共10章，内容包括：绪论、精度指标与误差传播、测量平差基本原理、条件平差、间接平差、附有参数的条件平差、附有限制条件的间接平差、误差椭圆、近代平差概论、常用测量平差软件应用简介等。

本教材适合高职高专测绘类专业师生使用，亦可供从事测绘工作的工程技术人员阅读参考。

图书在版编目（CIP）数据

测量平差基础 / 李行洋主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2011.5
普通高等教育“十二五”规划教材. 高职高专土建类精品规划教材
ISBN 978-7-5084-8649-9

Ⅰ. ①测… Ⅱ. ①李… Ⅲ. ①测量平差－高等职业教育－教材 Ⅳ. ①P207

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第100099号

书　名	普通高等教育“十二五”规划教材 高职高专土建类精品规划教材 **测量平差基础**
作　者	主编　李行洋　　副主编　徐卫国　　主审　魏克让
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路1号D座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sales@waterpub.com.cn 电话：(010) 68367658（营销中心）
经　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：(010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　版	中国水利水电出版社微机排版中心
印　刷	三河市鑫金马印装有限公司
规　格	184mm×260mm　16开本　10印张　237千字
版　次	2011年5月第1版　2011年5月第1次印刷
印　数	0001—3000册
定　价	**23.00元**

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

前言

本教材是高职高专土建类精品规划教材之一，是结合高职高专测绘类专业的教学需要而编写的。在本教材的编写过程中，根据高职高专学生实际情况和测量平差课程内容特点，尽量避开测量平差公式的繁琐推导和测量平差理论的深入分析，并运用大量的测量实例详细地说明测量平差方法的应用，力求理论与实践相结合。同时，在每一章的前面提出了明确的学习内容和要求，在每一章的后面附有一定量针对性较强的练习题，便于有效地组织开展教学工作，充分突出了实践性、实用性、先进性和技能性等特点。

本教材由湖北水利水电职业技术学院李行洋担任主编，并编写了第 1 章、第 3 章、第 4 章；湖北水利水电职业技术学院徐卫国担任副主编，并编写了第 2 章、第 5 章；杨凌职业技术学院田萍编写了第 6 章；湖北水利水电职业技术学院田福娟编写了第 7 章；湖北水利水电职业技术学院李珩编写了第 8 章；山西水利职业技术学院张维丽编写了第 9 章；武汉市房地产局别必鑫编写了第 10 章。全书由李行洋统稿。

武汉大学魏克让教授担任本书的主审，认真审阅了全书，并提出了许多宝贵的修改意见，在此表示感谢！

由于编者水平有限，不当之处在所难免，热忱希望使用本教材的教师及广大读者给予批评指正。

编者

2010 年 10 月

目录

第1章 绪 论

学习目标：通过本章学习，了解观测误差的概念、测量误差的来源，熟悉测量误差的性质及其分类，理解测量平差的任务。

1.1 观 测 误 差

1.1.1 观测误差概念

用一定的测量仪器或工具，通过采用一定手段获得的反映地球与其他实体空间分布有关信息的数据，称为观测值。对于任何一个观测量来说，客观上总是存在一个能反映其真正大小的数值，这个数值称为观测量的真值或理论值。但在测量工作中，由于其他诸多因素的影响，某量的观测值与观测值之间、或观测值与其理论值之间总是存在一定的差异，这种差异称为误差。而常将该量的观测值与其理论值之间的差异称为真误差，用Δ表示。

若用L表示观测值，$\widetilde{L}$表示真值，则该次观测值的真误差应为：

$$\Delta = \widetilde{L} - L \tag{1.1}$$

1.1.2 观测误差来源

观测误差产生的原因是多种多样的，但概括起来主要有以下三个方面。

1. 仪器误差的影响

仪器误差可分为两个方面：一是由于仪器本身具有一定限度的准确度，由此观测所得的数据必然具有误差。例如，用只有厘米分划的水准尺进行水准测量时，就很难保证在厘米以下的读数准确无误。二是由于仪器本身具有一定的残余误差，也会给测量数据带来误差。例如，微倾式水准仪视准轴不平行于水准管轴而产生的i角误差，就会使水准尺上中丝读数不准确。

2. 观测者的影响

由于观测者感觉器官的鉴别能力有一定的局限性，所以在仪器安置、照准、读数等方面的操作过程中都会产生误差。同时，观测者的工作态度和技术水平，也会对观测成果质量有着直接影响。

3. 外界环境的影响

观测时所处的外界环境条件，如温度、湿度、风力、大气折光等因素也会对观测结果产生影响。同时，温度高低、湿度大小、风力强弱以及大气折光不同的变化，对观测结果的影响还会随之不同，因而在这样变化的客观环境下进行观测，就必然使观测的结果产生误差。

测量仪器、观测者和外界环境三方面的因素是引起误差的主要来源，常把这三方面的因素综合起来称为观测条件。一般来说，观测条件的好坏与观测成果的质量有着密切的联

系。当观测条件好时，观测中产生的误差平均说来就可能相对小些，因而观测质量就会高些。反之，观测条件差时，观测中产生的误差平均说来就可能相对大些，因而观测成果的质量就会低些。如果观测条件相同，观测成果的质量也就可以说是相同的。所以说，观测条件的好坏决定了观测成果质量的高低。但是，不管观测条件如何，在整个观测过程中，观测结果总会受到上述因素的影响，从这个意义上来说，测量工作中的观测误差是不可避免的。

1.1.3 观测误差分类

根据观测误差对观测结果的影响性质，可将观测误差分为系统误差和偶然误差两种。

1. 系统误差

在相同的观测条件下进行一系列观测，如果误差在大小、符号上表现出系统性，或者在观测过程中按一定的规律变化，或者为某一常数，那么，这种误差就称为系统误差。

例如，水准仪的 i 角误差对水准尺读数的影响是随着仪器到标尺间的距离越远，其影响值越大，因此，水准仪的 i 角误差属于系统误差。又如，当用具有尺长误差的钢尺进行量距时，由尺长误差引起的距离误差也是与所测距离长度成比例地增加，距离越长，所积累的误差越大，这种误差也属于系统误差。

一般，系统误差具有累计性，对测量成果的影响或危害较大，应当设法消除或减弱它的影响，使其达到忽略不计的程度。常采用的方法主要有两种：一是在观测的过程中采取一定的观测程序或按照一定的观测要求进行观测以消除或削弱系统误差的影响，如在水准测量时尽可能使前后视距相等以消除水准仪 i 角误差对观测高差的影响；二是在观测结果中加入改正数以消除或削弱系统误差的影响，如对量距的钢尺预先进行检定，求出尺长误差，再对所量距离进行尺长改正，就可以减弱尺长误差对所量距离的影响。

2. 偶然误差

在相同的观测条件下进行一系列观测，如果误差在大小和符号上都表现出随机性，即从单个误差来看，其大小和符号没有规律性，但就大量误差的总体而言，具有一定的统计规律，这种误差称为偶然误差。

例如，观测时的照准误差、读数时的估读误差、测量时气候变化对观测数据产生的微小影响等，都属于偶然误差。

根据概率统计理论可知，如果各个误差项对其总和的影响都是均匀小，即其中没有一项比其他项的影响占绝对优势时，那么它们的总和将是服从或近似地服从正态分布的随机变量。因此，偶然误差就其总体而言，都具有一定的统计规律性，所以，有时又把偶然误差称为随机误差。

此外，在测量工作的整个过程中，除了上述两种性质的误差以外，还可能发生粗差或错误。粗差或错误，是指比在正常观测条件下可能出现的最大误差还要大的误差，例如读错数据、照错目标等。粗差或错误的发生，大多是由于工作中的粗心大意造成的。粗差或错误的存在不仅大大影响测量成果的可靠性，而且往往造成返工浪费，给工作带来难以估量的损失。因此，必须采取适当的方法和措施，要绝对保证观测结果中不存在粗差或错误。

通常情况下，对于某一观测量的观测值来说，系统误差与偶然误差总是同时存在的。

当观测值中有显著的系统误差时，偶然误差就居于次要地位，观测误差就呈现出系统的性质。反之，则呈现出偶然的性质。由于观测值中的系统误差常可以采取一定方法消除或减弱，因此可以认为最终的观测值中主要是存在着偶然误差。

1.2 测量平差的任务和内容

1.2.1 测量平差学科研究的对象

由于观测结果中不可避免地存在着偶然误差的影响，因此，在实际工作中，为了提高观测成果的质量，同时也为了检查和及时发现观测值中有无错误存在，通常要使观测值的个数多于未知量的个数，也就是要进行多余观测。例如，对一条导线边，丈量一次就可得出其长度，但实际上总要丈量两次或两次以上；又如一个平面三角形，只需要观测其中的两个内角即可决定它的形状，但通常是观测三个内角。由于偶然误差的存在，通过多余观测必然会发现在观测结果之间不相一致、或观测结果不符合应有关系而产生的不符值。

通常情况下，这些带有偶然误差的观测值都是一些随机变量，可以利用概率统计的方法来对观测结果进行分析研究。而研究如何对带有偶然误差的观测数据进行处理，以求得未知量的最佳估值，就是测量平差学科所要研究的内容。

1.2.2 测量平差的任务

测量平差，即是对带有偶然误差的测量数据进行调整。概括说来，测量平差的任务主要内容如下。

(1) 对一系列带有偶然误差的观测值，运用概率统计的方法来消除它们之间的不符值，求出未知量的最可靠值。

(2) 运用合理的方法来评定观测值以及未知量最可靠值的精度，也就是考核测量成果的质量。

1.2.3 本课程学习的主要内容

(1) 偶然误差理论。包括偶然误差的概率特性、精度指标、权及协因数的定义、协方差及协因数传播规律等。

(2) 测量平差函数模型和随机模型的概念。

(3) 测量平差基本方法，包括条件平差法、附有未知参数的条件平差法、间接平差法、附有限制条件的间接平差法等。

(4) 误差椭圆基本知识。

(5) 近代平差方法。

(6) 常用测量平差计算软件使用说明。

习 题

1.1 观测条件是由那些因素构成的？它与观测结果的质量有什么联系？

1.2 观测误差分为哪几类？对观测结果有什么影响？试举例说明。

1.3 用钢尺丈量距离，有下列几种情况使得结果产生误差，试分别判定误差的性质及符号。

(1) 尺长不准确。

(2) 尺不水平。

(3) 估读小数不准确。

(4) 丈量时钢尺垂曲。

(5) 尺端偏离直线方向。

1.4 在水准测量中，有下列几种情况使水准尺读数带有误差，试判断误差的性质及对读数的影响。

(1) 视准轴与水准轴不平行。

(2) 仪器下沉。

(3) 读数时估读不准确。

(4) 水准尺下沉。

(5) 水准尺竖立不直。

第2章　精度指标与误差传播

学习目标：通过本章学习，了解偶然误差的统计特性，熟悉测量精度指标、权及协因数的概念，掌握协方差、协因数传播律及其在测量中的应用。

2.1 偶然误差的规律性

2.1.1 偶然误差的描述

由前可知，在相同的观测条件下，偶然误差是一种随机变量，就单个误差来讲，从表面上看其符号和大小没有规律，即呈现出一种偶然性（或随机性）；但就总体而言，却会呈现出一定的统计规律性，而且随着误差个数的增多这种规律性表现得越明显。根据概率论与数理统计理论，偶然误差是服从于正态分布的。下面通过实例来描述一组观测误差的分布情况。

设在相同的观测条件下，独立地观测了358个平面三角形三个内角，由于观测值有误差，三角形三内角和不等于180°，则各三角形内角和的真误差为

$$\Delta_i = 180° - (L_1 + L_2 + L_3)_i \quad (i = 1,2,3,\cdots,358) \tag{2.1}$$

1. 列表法

现将三角形内角和真误差出现的范围分成若干相同的小区域，每个区域长度为 $d\Delta = 0.2''$，将该组真误差按其绝对值大小排列，统计出误差落入各个区间的正、负误差个数 v_i，分别计算出其频率

$$f_i = \frac{v_i}{n}$$

式中：n 为误差总的个数；v_i 为落入 i 区间的误差个数。

统计结果列于表2.1中。

表2.1

误差的区间 (″)	Δ为负值			Δ为正值			备　　注
	个数 ν_i	频率 ν_i/n	$\frac{\nu_i/n}{d\Delta}$	个数 ν_i	频率 ν_i/n	$\frac{\nu_i/n}{d\Delta}$	
0.00～0.20	45	0.126	0.630	46	0.128	0.640	$d\Delta = 0.20''$；等于区间左端值的误差算入该区间内
0.20～0.40	40	0.112	0.560	41	0.115	0.575	
0.40～0.60	33	0.092	0.460	33	0.092	0.460	
0.60～0.80	23	0.064	0.320	21	0.059	0.295	
0.80～1.00	17	0.047	0.235	16	0.045	0.225	
1.00～1.20	13	0.036	0.180	13	0.036	0.180	

续表

误差的区间 (″)	Δ 为负值			Δ 为正值			备　注
	个数 ν_i	频率 ν_i/n	$\frac{\nu_i/n}{d\Delta}$	个数 ν_i	频率 ν_i/n	$\frac{\nu_i/n}{d\Delta}$	
1.20～1.40	6	0.017	0.085	5	0.014	0.070	$d\Delta=0.20''$；等于区间左端值的误差算入该区间内
1.40～1.60	4	0.011	0.055	2	0.006	0.030	
1.600以上	0	0	0	0	0	0	
Σ	181	0.505		177	0.495		

从表 2.1 中可以看出，三角形内角和的真误差具有一些特点，如误差的绝对值有一定的限度，最大的误差不超过 1.60″；绝对值小的误差比绝对值大的误差多；绝对值相等的正、负误差出现的个数大致相近。

2. *直方图法*

根据表 2.1 的数据，以误差 Δ 的数值为横坐标，以各区域内误差出现的频率除以区间的间隔值（即$\frac{v_i/n}{d\Delta}$）为纵坐标绘制直方图，如图 2.1 所示，每一误差区间上的长方形面积表示的是误差在该区间内出现的相对个数。

从图 2.1 中也可看出，三角形内角和的真误差仍具有上述一些特点，所以直方图同样可以反映出误差的分布情况。

3. *误差分布曲线*

在一定的观测条件下得到的一组独立误差，对应着一种确定的误差分布。当观测值总个数足够大时，出现在各区间内的误差频率就会稳定在某一常数附近。而当观测个数 $n\to\infty$时，误差出现在各区间的频率也就趋于一个完全确定的数值。如果此时把区间间隔无限缩小，图 2.1 中各个小长方条顶边的折线将变成一条光滑的曲线，如图 2.2 所示，该曲线称为误差的概率密度曲线或误差分布密度曲线，简称为误差曲线。随着 n 的增大，误差分布曲线以正态分布为其极限，而偶然误差的概率密度函数可表示为

$$f(\Delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \tag{2.2}$$

其中，σ 为 Δ 的中误差。

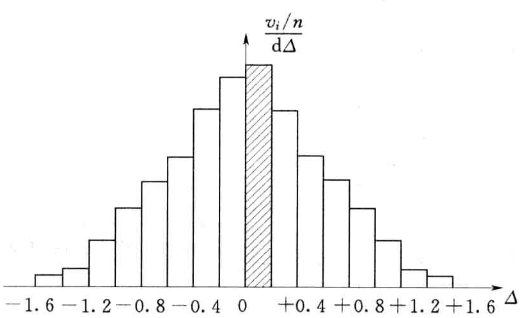


图 2.1

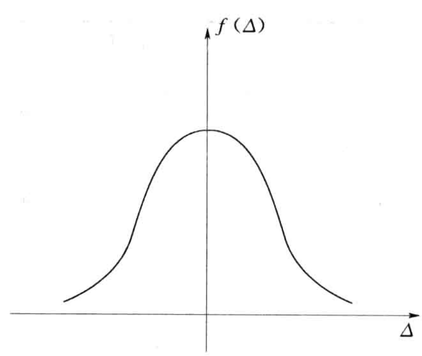


图 2.2

2.1.2 偶然误差的特征

通过以上讨论可以看出，偶然误差具有以下几个统计特性。

(1) 在一定的观测条件下，偶然误差的绝对值有一定的限值，或偶然误差的绝对值大于某个数的概率为零。该特性称为偶然误差的有界性。

(2) 绝对值较小的误差比绝对值较大的误差出现的概率大。该特性称为偶然误差的聚中性。

(3) 绝对值相等的正、负误差出现的概率相同。该特性称为偶然误差的对称性。

(4) 偶然误差的数学期望或偶然误差算术平均值的极限值为零，即

$$E(\Delta) = 0 \tag{2.3}$$

该特性称为偶然误差的抵偿性。

对于一系列的观测而言，不论其观测条件是好是差，也不论是对同一个量还是对不同的量进行观测，只要这些观测是在相同的条件下独立进行的，则所产生的一组偶然误差就必然都具有上述特性。

2.1.3 由偶然误差特性引出的两个测量依据

1. 制定测量限差的依据

由偶然误差的有界性可知，在一定的观测条件下，若仅有偶然误差的影响，误差的绝对值必定会小于一定的限值。因此，在实际工作中，就可依据观测条件确定一个误差限值，若观测值的误差绝对值小于该限值，即认为观测值合乎要求，否则，应剔除或重测。

2. 判断系统误差或粗差的依据

由偶然误差的对称性和抵偿性可知，误差的理论平均值应为零，即观测值的期望值应为其真值，观测值中不含有系统误差或粗差。若误差的理论平均值不为零，且数值较大，说明观测成果中可能含有系统误差或粗差。

2.2 观测量及观测向量的精度指标

2.2.1 精度、准确度、精确度概念

精度是指误差分布的密集或离散程度，也表示各观测结果与数学期望的接近程度。当观测值中仅含有偶然误差时，其数学期望就是真值，在这种情况下，精度描述了观测列与真值的接近程度，它反映了观测结果的偶然误差大小，是衡量偶然误差大小程度的指标。

一般来说，在一定的观测条件下进行的一组观测，它对应着一种确定不变的误差分布。如果分布较为密集，则表示该组观测质量较好，或观测质量较高；反之，如果分布较为离散，则表示该组观测质量较差，或观测质量较低。而对于相同观测条件下的每一个观测值，它们都是同精度观测值。

准确度又名准度，是指随机变量 X 的真值$\widetilde{X}$与其数学期望 $E(X)$ 之差，即

$$\varepsilon = \widetilde{X} - E(X) \tag{2.4}$$

也是 $E(X)$ 的真误差，它反映了观测结果中系统误差大小的程度。当不存在系统误差时，$\varepsilon=0$。

精确度是指精度和准确度的合成，是指观测结果与其真值的接近程度，包括观测结果与其数学期望的接近程度和数学期望与真值的偏差。因此，精确度反映了偶然误差和系统误差联合影响的大小程度，当不存在系统误差时，精确度就是精度。精确度是一个全面衡量观测质量的指标。

2.2.2　观测值的精度指标

衡量观测值的精度高低，可以把一组在相同观测条件下得到的误差组成误差分布表、绘直方图或画出误差分布曲线，并以此来说明问题。但在实际工作中，总希望能用具体的数字来反映误差分布密集或离散的程度，并将它作为衡量精度的指标。下面介绍几种常用的精度指标。

1. *方差和中误差*

设有一组同精度的独立观测值，其相应的真误差为 Δ_1，Δ_2，…，Δ_n，且服从正态分布，根据方差定义，其方差 $D(\Delta)$ 或 σ^2 应为

$$D(\Delta) = E(\Delta^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 f(\Delta)\mathrm{d}\Delta \tag{2.5}$$

或

$$D(\Delta) = E(\Delta^2) = \lim_{n\to\infty} \frac{[\Delta\Delta]}{n} \tag{2.6}$$

式中：[ ] 为取和的符号，$[\Delta\Delta]$ 表示 $\sum_{i=1}^{n}\Delta_i^2$。

中误差是方差的算术平方根，用 σ 表示，测量中也常用 m 表示，即

$$\sigma = \sqrt{D(\Delta)} = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \tag{2.7}$$

上述方差和中误差公式都是在 $n\to\infty$ 的情况下定义的，是理论上的数值。但在实际工作中，观测次数总是有限的，一般只能得到方差和中误差的估计值。方差和中误差估计值的计算公式分别为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{[\Delta\Delta]}{n} \tag{2.8}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \tag{2.9}$$

需要特别指出的是，在本书以后的文字叙述中，在不需要特别强调“估值”意义时，也将“中误差的估值”简称为“中误差”。

【例 2.1】 现用两架经纬仪分别对同一角度（已知其真值）各进行了 30 次观测，其观测真误差（单位为秒）分别如下。

第一架经纬仪：－0.8、＋1.5、＋1.2、－1.5、＋1.6、－1.6、－2.5、＋1.9、
＋1.2、－1.2、－3.0、－1.1、－1.4、＋2.4、－1.7、－1.3、
－2.0、－2.5、＋1.1、＋0.8、＋0.7、＋1.2、－0.5、－1.3、
＋1.0、－1.2、＋1.3、＋2.0、－0.6、－1.8

第二架经纬仪：＋1.5、＋1.0、＋0.8、－1.1、＋0.6、＋1.1、＋0.2、－0.3、
－0.5、＋0.6、－2.0、－0.7、－0.8、－1.2、＋0.2、－0.3、

+0.6、+0.8、−0.3、−0.9、−1.1、−0.4、−1.0、−0.5、
+0.2、+0.3、+1.8、+0.6、−1.1、−1.3

试比较这两架经纬仪的测量精度。

解： $\hat{\sigma}_1 = \sqrt{\dfrac{(-0.8)^2 + (+1.5)^2 + (+1.2)^2 + \cdots + (-0.6)^2 + (-1.8)^2}{30}} = 1.58''$

$\hat{\sigma}_2 = \sqrt{\dfrac{(+1.5)^2 + (+1.0)^2 + (+0.8)^2 + \cdots + (-1.1)^2 + (-1.3)^2}{30}} = 0.93''$

因为 $\hat{\sigma}_1 > \hat{\sigma}_2$，故第二架经纬仪观测精度高。

2. 极限误差

由偶然误差的有界性可知，在一定的观测条件下，偶然误差的大小不会超过一定的界限。而实际工作中，如在进行三角测量或水准测量时，也常规定了某些观测误差的最大限值。这些限差值是如何确定的呢？根据概率论有关理论，绝对值大于一倍中误差的偶然误差出现的概率为31.7%，绝对值大于二倍中误差的偶然误差出现的概率为4.5%，而绝对值大于三倍中误差的偶然误差出现的概率仅为0.3%。由此可见，大于三倍中误差的偶然误差出现的概率非常小，是属于小概率事件，在一次观测中可认为是不可能发生的事件。因此，通常以三倍中误差作为偶然误差的极限误差，即

$$\Delta_{限} = 3\sigma \tag{2.10}$$

实践中，若对观测要求较严，也有采用二倍中误差作为极限误差的，即

$$\Delta_{限} = 2\sigma \tag{2.11}$$

在测量工作中，如果某误差超过了极限误差，可以认为该次观测值是错误的，需要将该次观测值舍去不用或进行必要的重测。

3. 相对误差

对于某些观测结果，有时单靠中误差还不能完全说明观测结果的好坏。例如，在相同观测条件下，用尺子丈量两段距离，一段为1000m，一段为500m，两段距离的中误差都为2.0cm，虽然两者中误差相同，但由于距离不同，就同一单位长度而言，两者的精度就不一样。此时，需要采用相对中误差作为衡量精度的指标。相对中误差是中误差与观测值之比，它是一个无量纲的数，常用分子为1、分母为整数 N 的分数形式表示，即

$$k = \frac{\sigma}{S} = \frac{1}{N} \tag{2.12}$$

在上述的例子中，第一段距离的相对中误差为$\dfrac{1}{50000}$，而第二段距离的相对中误差为$\dfrac{1}{25000}$，故第一段距离丈量精度高。

2.2.3 观测向量的精度指标

1. 观测量间的协方差

设有两观测量 L_i、L_j，当两观测量之间不再独立，即两观测量之间的误差相关时，可以用协方差 D_{ij} 或 σ_{ij} 来描述两观测量间的相关程度，其定义式为

$$\sigma_{ij} = E\{[L_i - E(L_i)][L_j - E(L_j)]\} = \sigma_{ji} \tag{2.13}$$

或